6. Волошин Р.В. Особенности плавления железоалюминиевых слитков в объеме расплава и на границе шлак – металл в сталеразливочном ковше // Збірник наукових праць Дніпродзержинського державного технічного університету (технічні науки), випуск 1 (18), розділ «Металургія, Зварювання», Дніпродзержинськ, 2012. – С.26 – 31.

Поступила в редколлегию 29.02.2013

УДК 539.3

ЛЯШЕНКО Я.Г. к.физ.-мат.н., доцент

Національний авіаційний університет

ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕЛІНІЙНОГО ДЕФОРМУВАННЯ ПОЛІМЕРНОГО КОМПОЗИТНОГО МАТЕРІАЛУ ЗІ СФЕРОЇДАЛЬНИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ

Вступ. Розвиток сучасної техніки пов'язаний із використанням нових багатокомпонентних матеріалів, що експлуатуються в умовах великих навантажень та температур. Що, в свою чергу, вимагає застосування матеріалів з підвищеними міцнісними властивостями. Тому необхідно розробляти такі композитні матеріали, в яких потрібні властивості синтезуються за рахунок підбору і управління взаємним розміщенням відповідних компонентів. Зв'язуючі речовини композиту, полімери, як відомо, під дією напружень проявляють деформації повзучості, яка, в свою чергу, супроводжується виникненням мікротріщин та мікропорожнин на межах кристалічних зерен. Як результат ефективна площа перерізу, що приймає навантаження, зменшується, а швидкість повзучості збільшується.

Постановка задачі. Розглянемо деформацію ізольованого включення канонічної форми в нескінченному середовищі з лінійно або нелінійно в'язкими властивостями. Припустимо осесиметричне навантаження на досить віддаленій границі. Дослідимо концентрацію напружень на міжфазній поверхні включення в залежності від його форми і фізико-механічних властивостей матриці і композитного матеріалу в цілому. Матриця композитного матеріалу припускається ізотропною і такою, що має в'язкопружні властивості. Залежність швидкості деформацій $\dot{\varepsilon}_{ij}$ від напружень σ_{ij} припускається степеневою, зокрема, для одновимірного розтягу [1]

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_0(\sigma / \sigma_0)^n \tag{1}$$

Тут $\dot{\varepsilon}_0$ і σ_0 - величини швидкості деформації і напружень відлікового стану. Показник зміцнення (жорсткості) *n* змінюється від одиниці до нескінченності.

Для тривимірного напружено-деформованого стану рівняння (1) узагальнюється до вигляду [2, 3]

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{3}{2}\dot{\varepsilon}_0 (\sigma_e / \sigma_0)^{n-1} s_{ij} / \sigma_0 ,$$

де s_{ij} - девіатор тензора напружень, σ_e - ефективні напруження

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3}\sigma_{mm}\sigma_{ij} ;$$

$$\sigma_e = \left(\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}\right)^{\frac{1}{2}} .$$

Або в більш компактній формі

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2\eta}\sigma_e^{n-1} s_{ij} ,$$

де η - параметр в'язкості (повзучості), який визначається співвідношенням [4]

$$\eta = \frac{\sigma_0^n}{3\dot{\varepsilon}_0} .$$

Цими співвідношеннями можна описати матеріали від лінійного в'язкого твердого тіла Ньютона при *n=1* до жорстко-пластичного тіла Прандтля при $n \to \infty$. Включення вважаємо осесиметричним і таким, що має канонічну форму, яка задана рівнянням

$$\frac{x_1}{b^2} + \frac{x_2}{b^2} + \frac{x_3}{a^2} = 1 .$$

Будемо використовувати такі позначення для напружень на досить віддаленій границі ∂B області B композитного матеріалу

$$\sigma_{11} = \sigma_{22} = T ; \qquad \sigma_{33} = S ; \qquad x \in \partial B ,$$

де система координат x^i, яка збігається з головними вісями сфероїда.

Таким чином, якщо позначити

$$\sigma = S - T ,$$

то

$$\sigma_e(x) = |\sigma| , \qquad x \in \partial B$$

$$\dot{\varepsilon}_{33}(x) = \dot{\varepsilon} ; \qquad \dot{\varepsilon} = \frac{1}{3\eta}|\sigma|^{n-1}\sigma , \qquad x \in \partial B$$

Розглянемо лінійну задачу

$$\sigma_{ij} = \lambda_{ijkl}\dot{\varepsilon}_{kl} . \tag{2}$$

Закон (2) запишемо у вигляді [5]

$$\sigma_{ij} = 2\eta(e_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} e_{mm}\sigma_{ij}) ,$$

де ν - коефіцієнт Пуассона.

Якщо ввести тензор *Q*, який пов'язує напруження σ_{ij}^{∞} на віддаленій границі і швидкості деформацій включення [6, 7]

$$\overline{\sigma}_{ij} = Q_{ijkl} e_{kl}^{i}; \qquad \overline{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij}^{\infty},$$

то

$$Q_{ijkl} = \lambda_{ijkl} - \lambda_{ijmn} S_{mnkl}.$$

Тут S_{ijkl} - тензор Ешебі. Якщо позначити *w=a/b* співвідношення двох піввісей [8], то

$$\beta = I_b/(2\pi) = \begin{cases} w(1-w^2)^{-3/2}[\arccos w - w(1-w^2)^{1/2}], & w<1 \\ w(w^2-1)^{-3/2}[w(w^2-1)^{1/2} - arcchw], & w>1 \end{cases}.$$

Основні результати. Розглянемо вільну від навантажень область Ω_i з поверхнею $\partial\Omega_i$, що знаходиться в межах композитного елементу Ω сферичної форми радіусу *R*, який може бути нескінченно великим. Зовнішня сферична поверхня позначена $\partial\Omega_R$ із внутрішньою одиничною нормаллю $\vec{n}$ і вектором зусиль

$$\vec{T} = \sigma_{ij} n_j, \qquad x \in \partial\Omega_R$$

Швидкості v_i мінімізують такі функції

$$\Phi = \int_{\Omega_R} W(e)d\Omega - \int_{\partial\Omega_R} \sigma_{ij} n_j v_i dx,$$

де використовується умова нестискання

$$v_{i,i} = 0;$$

$$2e_{ij} = v_{i,j} + v_{j,i}.$$

Потенціал повзучості *W(e)* має вигляд

$$W(e) = \int_0^e \sigma_{ij} de_{ij} = (3\eta)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{n}{n+1}\right)(e_e)^{\frac{n+1}{n}}.$$

Тут

$$e_e = (2e_{ij}e_{ji}/3)^{\frac{1}{2}},$$

e_e - швидкість ефективної деформації. яка пов'язана з ефективним напруженням σ_e формулою

$$\sigma_e = (3s_{ij}s_{ji}/2).$$

Припустимо, що поле швидкостей і швидкостей деформацій можна представити у вигляді

$$v_i(x) = \overline{v_i}(x) + \tilde{v}_i(x);$$

$$e_{ij}(x) = \bar{e}_{ij}(x) + \tilde{e}_{ij}(x),$$

де $\bar{v}_i$, $\bar{e}_{ij}$ - швидкості і однорідні швидкості деформацій, які відповідають навантаженням на поверхні $\partial\Omega_R$ за відсутності області Ω_i, причому

$$2\tilde{e}_{ij} = \tilde{v}_{i,j} + \tilde{v}_{j,i};$$

$$\tilde{v}_{k,k} = \tilde{e}_{kk} = 0.$$

Для визначення локального розподілу напружень на границі сфероїдального включення у багатокомпонентному матеріалі використано розв'язок, побудований за допомогою теорії потенціалів та інтегральних перетворень [7].

Отримані рівняння справедливі для довільних типів просторового армувания. Виведення розрахункових формул пов'язаний із заданням явного виду щільності розподілу включень за напрямками. Вирази для тензорних коефіцієнтів концентрацій напружень у включеннях і матеріалі матриці композитного матеріалу.

$$\sigma_i = K_{ci}(H)\sigma^M,$$

$$\sigma_m = K_{cm}(H)\sigma^M,$$

де

$$K_{ci}(H) = \lambda_i \frac{A_i\lambda^{-1} + B_i(\tilde{E}_{(1)}, H_{(1)})}{\sigma^M}$$

$$K_{cm}(H) = \lambda_m \frac{A_m\lambda^{-1} + B_m(\tilde{E}_{(1)}, H_{(1)})}{\sigma^M}. \qquad (3)$$

Тут σ^M – напруження на віддаленій границі даного елемента. Операторні співвідношення (3) містять раціональні функції від інтегральних операторів в'язкопружності.

Висновки. Таким чином, розраховано напруження на включеннях композиту,які випадково розміщені по середовищу та мають сфероїдальну форму. Така форма характеризується співвідношенням двох піввісей. Це дозволяє розглядати, як частинні випадки, включення сферичної, дископодібної форми. Довготривала міцність виробів з композитів залежить від величини середніх чи максимальних за цикл навантаження напружень в матеріалі матриці і у включеннях, кількості циклів і т. д. В зв'язку з цим в роботі вивчаються мікроструктурні напруження, обчислено ефективні параметри та визначено їх залежність від форми, орієнтації і об'ємної концентрації включень.

ЛІТЕРАТУРА

1. Работнов Ю.Н. Элементы наследственной механики твердых тел. М.1977. 384с.
2. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. М. 1982. 336с.

3. Маслов Б.П., Рушицкий Я.Я., Коваленко А.П. Полные наборы физических постоянных нелинейной микроструктурной теории двухфазной упругой смеси, вычисленные для ряда конструкционных материалов // Прикладная механика. 1996. Т. 32, № 4. С. 18-26.
4. Guz A.N. Description and investigation of some non-classical problem of fracture mechanics and corresponding mechanisms // Int. Appl. Mech.-2000.-36.-N12 (Прикл. механика.-2000.-36.-№12, С.3-37.
5. Маслов Б.П. Эффективные постоянные в теории геометрически нелинейных твёрдых тел // Прикладная механика. 1981.Т. 17, № 5, С. 45-50.
6. Маслов Б.П., Ляшенко Я.Г. Врахування пошкодженості середовища при прогнозуванні довготривалої міцності геологічних порід неоднорідної структури // В збірн. "Вісник НТУ", 2008, № 17, С. 390-393.
7. Maslov B.P. Stress concentration in non-compressible multi-component material // Int. Appl. Mech.-2000.-36.- № 3 (Прикл. механика.-2000.-36. – №3.-С.108-114).
8. Kachanov M. Effective elastic properties of cracked solids: critical review of some basic concepts // Appl. Mech. Rev. – 1992. – 45. – № 8. – p. 304 – 335.

Поступила в редколлегию 28.02.2013

УДК 539.3

ЛУГОВОЙ П.З., д.т.н., профессор, гл.н.с.
ПРОКОПЕНКО Н.Я. к.т.н., ст.н.с.
ГОЛОВКО К.Г., к. физ.-мат. н., н. с.

Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины

ДИСПЕРСИОННЫЕ КРИВЫЕ ДЛЯ ГАРМОНИЧЕСКИХ ВОЛН, РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ ВДОЛЬ ПРОДОЛЬНО ПОДКРЕПЛЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

Вступление. При анализе воздействия гармонических нагрузок на оболочку необходимо знать динамические характеристики распространяющихся волн [1] и, в частности, их волновые параметры. После определения последних строятся дисперсионные кривые. Задачи о построении дисперсионных кривых для замкнутой круговой цилиндрической оболочки, подкрепленной ребрами, рассмотрены в работах [2,3], в которых оценивается влияние дискретного размещения ребер на число и форму дисперсионных кривых. Ниже на числовых примерах исследуется влияние упругого основания Винклера на частоты запирания и форму дисперсионных кривых.

Постановка задачи и уравнения движения. Рассматривается замкнутая круговая цилиндрическая оболочка с шарнирно опертыми краями, подкрепленная регулярной системой продольных ребр (все ребра имеют одинаковые геометрические и