

Днепродзержинский государственный технический университет

## СИНЕРГЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ АППАРАТУРЫ ДЛЯ МЕДИКО-БИОЛОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

**Введение.** Показатель надежности функционирования аппаратуры для медико-биологических исследований (МБИ) в период применения может быть выражен следующим соотношением [1]:

$$P(\tau_{np.}) = P_u(t) \cdot P(\tau_n) \cdot P(\tau_{np.}), \quad (1)$$

где  $P_u(t)$  – вероятность того, что в момент  $t$  неконтролируемые в период подготовки к применению подсистемы находятся в технически полностью исправном состоянии;  $P(\tau_n)$  – вероятность того, что за время  $\tau_n$  не возникнут отказы этих подсистем, приводящие к отказу системы при применении;  $P(\tau_{np.})$  – вероятность неоявления за период  $\tau_{np.}$  отказов подсистем, приводящих к отказу системы в период применения.

Тогда обобщенный показатель надежности [1]:

$$P = K_z \cdot P(\tau_n) \cdot P(\tau_{np.}), \quad (2)$$

где  $K_z$  - коэффициент готовности.

Надежность функционирования аппаратуры для МБИ, как сложной технической системы (СТС) в условиях неопределенности биофизической информации о состоянии пациента информации определяется величиной коэффициента готовности составляющих ее элементов. При сравнительно малом его значении для поддержания надежности системы в заданных пределах предусматривается активная деятельность, направленная на обеспечение работоспособности ее элементов путем адаптации к реальным, постоянно изменяющимся условиям функционирования (колебания температуры окружающей среды и тела пациента, хаотичности и непредсказуемости его движений и т.п.). Это позволяет выбирать управляющие стратегии и способы обеспечения устойчивости процесса измерений.

Оценка надежности и безопасности СТС по известным показателям надежности ее элементов предполагает переход от показателей надежности элементов к показателям надежности всей системы. Основная трудность такого перехода состоит в адекватном учете взаимодействия элементов СТС на ее надежность в целом. Сущность синергетического подхода, как нам представляется в данном случае, состоит в определении надежности функционирования аппаратуры для МБИ, как функции влияния и взаимовлияния всех подсистем и их элементов. На основе этих данных могут быть разработаны меры по поддержанию уровня надежности функционирования

аппаратуры для МБИ в заданных пределах, а также созданы более достоверные по сравнению с существующими методы контроля и прогноза выхода ее параметров за допустимые пределы.

В связи с этим, **целью данной работы** является разработка синергетической модели оценки надежности функционирования аппаратуры для МБИ как СТС.

**Постановка задачи исследований.** Отказы элементов аппаратуры для МБИ, являясь случайными, в совокупности образуют последовательность зависимых и независимых событий. *Под отказом в данном случае понимается получение (выдача на выходе с аппаратуры для МБИ) неверной информации о состоянии пациента в результате чего формируется ошибочная база данных для постановки диагноза, работе органов и систем его организма.*

Предположим, что на систему для проведения МБИ действует  $n$  видов внешних и внутренних факторов с параметрами  $q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t)$ , которые являются некоторыми нестационарными случайными функциями времени. Реакция системы на их действие:  $R = c_1 q_1 + c_2 q_2 + \dots + c_n q_n$  – линейная функция. Отказ системы произойдет, когда величина  $R$  превысит некоторое критическое значение  $R^*$ . То есть условие отказа системы имеет следующий вид:

$$R[Q(t)] \geq R^*, \quad (3)$$

где  $Q(t) = f(q_1, q_2, \dots, q_n, t)$ .

Аппаратуру для МБИ будем рассматривать как СТС, состоящую из последовательно соединенных элементов.

**Основная часть.** Вероятность развития отказа  $P_o$  можно представить как совмещение двух независимых событий:  $P_1$  и  $P_2$  – вероятности подавления и активизации процесса развития отказа соответственно [2]:

$$P_o = P_1 \cdot P_2. \quad (4)$$

Проанализируем изменение состояния аппаратуры для МБИ при изменении какого-либо параметра, определяющего ее функционирование, как СТС.

Обозначим через  $S_i$   $i$ -й фактор, вызывающий  $j$ -е изменение надежности функционирования. Количественно влияние  $i$ -го фактора на  $j$ -е изменение надежности характеризуется информационной мерой – количеством информации, содержащимся в  $S_i$  относительно состояния надежности:

$$a_{\psi_i, S_i} = \lg \frac{P(\delta_i / S_i)}{P(\delta_i)}, \quad (5)$$

где  $P(\delta_i / S_i)$  – вероятность изменения состояния надежности при наличии фактора  $S_i$ ,  $P(\delta_i)$  – априорная вероятность изменения состояния  $\delta_j$ .

Для системы факторов  $\varphi_k(S_1, S_2, \dots, S_k)$ ,

$$a_{\varphi_i, S_i} = \lg \frac{P(\varphi_k / \partial_i)}{P(\varphi_k)}. \quad (6)$$

Существенной является возможность вычисления информационной меры системы факторов  $\varphi_k(S_1, S_2, \dots, S_k)$  по информационным мерам отдельных параметров:

$$a_{\partial_j, \varphi_k} = a_{\partial_j, S_1} + a_{\partial_j, S_2} + a_{\partial_j, S_2 / S_1} + \dots + a_{\partial_j, S_k / S_1, \dots, S_{k-1}}, \quad (7)$$

где  $a_{\partial_j, S_k / S_1, \dots, S_{k-1}} = \lg \frac{P(\partial_j / S_1 \dots S_k)}{P(\partial_j / S_1, \dots, S_{k-1})}$ .

Формированию каждого  $\Phi_i$ -го процесса предшествует возникновение необходимого и достаточного условий. Первое – вложенность потенциальных зон  $\Omega(\varphi_i)$  одновременного протекания всех процессов:

$$\Omega(\varphi_i) = \Omega_0(\varphi_0) \subset \Omega_1(\varphi_1) \subset \dots \subset \Omega_{i-1}(\varphi_{i-1}). \quad (8)$$

Это условие означает, что энергетический источник для формирования  $\Phi_i$ -го процесса должен обеспечиваться изменением потенциалов  $(i-1)$  уровней процессов.

Достаточное условие ограничивает пространственные размеры и определяет местоположение формирования  $\Phi_i$ -го процесса; возникновение нового процесса возможно только в такой зоне, в которой значения  $\varphi_i(i-1)$  потенциалов процессов находятся в определенных пределах:

$$\Omega_i(\varphi_i) = \bigcap_{i=0}^{i-1} \Omega_i, \left( \overset{\vee}{\varphi}_i < \varphi_i < \overset{\wedge}{\varphi}_i \right), \quad (9)$$

где  $\overset{\vee}{\varphi}_i$  и  $\overset{\wedge}{\varphi}_i$  – соответственно верхняя и нижняя границы значений потенциалов процессов.

Нарушение этого условия неизбежно сопровождается затуханием  $\Phi_i$ -го процесса. Источник  $g_i$  формирования  $\Phi_i$ -го процесса определяется как разность энергий [3] и характеризует внутреннюю самоорганизацию термодинамического ансамбля процессов:

$$g_i = - \sum_{k,j=0}^n \left[ \tau_{jn}^* \frac{\partial \varphi_i}{\partial t} - \tau_{ki}^* \frac{\partial \varphi_k}{\partial t} \right], \quad i = \overline{1, n}. \quad (10)$$

Из условия (10) следует, что при отсутствии  $k$ -х процессов ( $k > i$ ), источник протекания  $\Phi_i$ -го процесса положителен (формирование ядра  $i$ -го процесса). При ликвидации  $j$ -х процессов ( $j < i$ ), источник протекания  $i$ -го процесса отрицателен (затухание процесса). В случае  $g_i > 0$  при условии существования  $j$ -х и  $k$ -х процессов, наступает стадия устойчивого протекания  $\Phi_i$ -го процесса. Одновременно положительность всех источников  $g_i > 0$  для термодинамического ансамбля процессов возможна только в изолированной системе. В открытых системах возможен противоположный процесс, связанный с самоликвидацией термодинамических

потенциалов при отрицательных значениях источников энергии  $g_i < 0$ . Такой процесс носит название самодезорганизации (хаотизации).

Термодинамические модели отражают зависимости между внешними и внутренними параметрами объектов [2]. В качестве внутренних параметров могут использоваться термодинамические силы, а в качестве внешних – энтропия или энергия взаимодействия объекта с внешней средой. В таких моделях интегральными характеристиками индивидуальной ненадежности является величина накопленной энтропии физической структуры объекта. Изменение энтропии  $\frac{d_i S}{dt}$  может служить интегральным по объему и механизмам физико-химических процессов базовым термодинамическим критерием потенциальной ненадежности. Эта величина может быть интерпретирована как скорость необратимого изменения интегрального состояния или интегральных параметров объекта для реальных условий его взаимодействия со внешней средой:

$$\frac{d_i S}{dt} \sim \frac{dy}{dt}, \quad (11)$$

где  $y$  – интегральные параметры или термодинамические функции состояния объекта.

Интегральный процесс изменения во времени энтропии может быть представлен в виде:

$$\frac{d_i S}{dt} = \sum_k B_k \exp\left(-\frac{t}{\tau_k}\right), \quad (12)$$

где  $B_k$  – коэффициенты, определенные для данного объекта и заданных внешних условий;  $\tau_k$  – время релаксации необратимых процессов.

В неравновесной термодинамике существует так называемый принцип «мозаичности», который состоит в разделении системы на составляющие ее физические или химические элементы и соответствующие элементарные процессы [3]. Для каждого «мозаичного» элемента устанавливается соотношение между скоростью протекания процесса и контролирующими термодинамическими силами. Затем скорости различных элементарных процессов различным образом комбинируют друг с другом.

Простейшим эволюционным уравнением является выражение вида [4]:

$$q = \alpha \cdot \dot{q}, \quad (13)$$

которое используется в химии для описания автокаталитических реакций, когда скорость  $\dot{q}$  образования некоторого вещества пропорциональна его концентрации  $q$ . В биологии коэффициенту  $\alpha$  придают смысл параметра порядка, представляя его как разность между скоростью продуцирования и скоростью распада клеток. Применительно к СТС, к которым относится и современная медико-биологическая аппаратура, в качестве скорости  $\dot{q}$  следует понимать скорость изменения конкретного параметра, непосредственно определяющего уровень надежности ее

функціонування. Очевидно, що таких параметрів в кожній із підсистем апаратури для МБІ достатньо багато, і вони оказують неопосередковане впливання не тільки на рівень надійності, але і впливають друг на друга.

Синергетическим системам свойственна стохастичність, то єсть їх часову залежність не можна передсказати з абсолютною точністю. Поэтому вводиться член  $f(t)$ , учитывающий флуктуацию сил.

$$\dot{q} = \alpha \cdot q + f(t). \quad (14)$$

В случае СТС предлагаемый подход требует введения многих переменных – переменных состояния  $q_1, q_2, \dots, q_n$ .

Рассмотрим множество  $\Omega_n$  всех  $2^n$  всех возможных состояний  $\omega = (p_1, \dots, p_i, \dots, p_n)$  системы  $S$ , характеризующих нормальную работу и выход из строя элементов (подсистем) апаратури для МБІ. Функцию  $p_i$  представим как бернуллиеву переменную, которая в соответствии с двумя возможными исходами может принимать только 2 значения:  $p_i = 1$ , если  $S_i$  находится в состоянии  $A_i^p$  и  $p_i = 0$ , если  $S_i$  находится в состоянии  $A_i^o$ . Разобьем  $\Omega_n$  на две части:  $\Omega_1$  и  $\Omega_0$ . Пусть  $\Omega_1$  представляет собой множество работоспособных состояний, а  $\Omega_0$  – множество отказов. Тогда апаратура для МБІ работоспособна (надійна), если  $\omega \in \Omega_1$  и неработоспособна при  $\omega \in \Omega_0$ .

Пусть состояния  $\omega_i$  во времени представляют собой последовательность независимых испытаний с вероятностью исходов  $p_i = P(p_i = 1)$ ;  $p_i' = 1 - p_i = P(p_i = 0)$ ;  $i = (\overline{1, n})$  каждого  $i$ -го испытания. Тогда, в общем случае, вероятность надежного или ненадежного  $P'$  состояний апаратури для МБІ в момент времени  $t$  будет иметь вид [5]:

$$P = P(\omega \in \Omega_1) = \sum_{\omega \in \Omega_1} \prod_{i=1}^n P_i^{p_i} \cdot P_i'^{(1-p_i)}; \quad (15)$$

Для оценки надежности подсистемы апаратури для МБІ  $m$ -го порядка, нет необходимости анализировать структуру взаимодействия ее подсистем и определять их изменения в течение всего периода эксплуатации. Достаточно проанализировать поведение соотношения (15) при условии  $n \rightarrow \infty$ :

$$\begin{cases} P > 1 - \exp(-\bar{k}_n n) \text{ при } k_p > \bar{p}, \\ P < 1 - \exp[-\underline{k}_n n + 0 \cdot (\ln n)] \text{ при } k_p > \underline{p}, \\ P < \exp(-\bar{k}_n n) \text{ при } k_p < \bar{p} \end{cases} \quad (16)$$

где  $k_n$  – коэффициент надежности;  $k_p$  – коэффициент работоспособности,  $k_p = m/n$ ;  $m$  – число работоспособных подсистем (элементов)  $n$  – общее число подсистем;  $\bar{p}$  –

средняя вероятность надежного функционирования подсистем (элементов); выражение « $0 \cdot (\ln n)$ » означает величину высшего порядка малости по отношению к другим членам уравнения;  $\underline{p}$  – граничная вероятность безотказной работы подсистем,

$\underline{p} = p / \left(1 + p - \hat{p}\right)$ ;  $\bar{k} = k(k_p / \bar{p})$  – функции, определяемые соотношением:

$$k = k_p \ln(k_p / p) + (1 - k_p) \cdot \ln(1 - k_p) \cdot (1 - p) \geq 0. \quad (17)$$

Выражение (16) является синергетической моделью надежности аппаратуры для МБИ, как СТС.

Очевидно, что функционирование аппаратуры для МБИ будет надежным, если значение коэффициента работоспособности  $k_p$  превышает некоторую среднюю вероятность работоспособного состояния ее подсистем ( $k_p \geq \bar{p}$ ). Если  $k_p < \bar{p}$  и ситуация изменяется независимо от человека, то надежность и эффективность функционирования аппаратуры для МБИ стремится к нулю и наоборот.

Определение приемлемого значения коэффициента работоспособности  $k_p$  достаточно сложная задача, решение которой возможно только после детального исследования конкретной аппаратуры для МБИ, взаимодействия её с другими подсистемами субъектами при проведении МБИ: пациент, собственно аппаратура для МБИ, обслуживающий персонал, врачи.

В заключение, сформулируем следующие **выводы**:

1. Аппаратура для МБИ в современном представлении является СТС функционирование которой происходит при непосредственном и активном участии пациента, обслуживающего персонала и врача. Вследствие этого аппаратура для МБИ – это психоинформационная система, обладающая положительными и отрицательными обратными связями, а также стохастичностью и непредсказуемостью.

2. Аппаратура для МБИ рассматривается как нелинейная диссипативная СТС, состоящая из подсистем и элементов, которые формируют их структурные кластеры.

3. Отказы подсистем аппаратуры для МБИ, являясь случайными, в совокупности образуют последовательность зависимых и независимых событий. Это происходит в том случае, когда отказ элемента (подсистемы) вызывает неуправляемое движение материальных потоков: потеря стабильности состояния пациента, неадекватные действия врача и/или обслуживающего персонала и т.п. Это неуправляемое движение, вызванное отказом первого элемента, оказывает воздействие на другие элементы в качестве внешней нагрузки (возмущения). Если ее величина превышает предельно допустимый уровень для следующего элемента, то происходит его отказ. Так проявляется зависимость надежности одного элемента от надежности другого. При этом отказы приобретают лавинообразный характер, вовлекая все новые элементы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Червоный А.А. Надежность сложных систем / Червоный А.А., Лукьященко В.И. – [2-е изд, перераб. и доп.]. – М.: Машиностроение, 1976. – 288 с.
2. Синергетика и фракталы в материаловедении / [В.С. Иванова, А.С. Баланкин и др.]. - М.: Наука, 1994. – 382 с.
3. Надежность и эффективность в технике: Справочник в 10 т.; т. 7. – Качество и надежность в производстве /под ред. И.В. Апполонова. - М.: Машиностроение, 1989.– 280 с.
4. Хакен Г. Синергетика: Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах / Хакен Г. - М.: Мир, 1985. – 419 с.
5. Флейшман Б.С. Основы системологии / Флейшман Б.С. – М.: Радио и связь, 1982. – 368 с.

*Поступила в редколлегию 05.03.2013*

УДК 539.3

БАЩУК Е.Ю., к. физ.-мат. н.\*

БЫСТРОВ В.М., к. физ.-мат. н.

ЗЕЛЕНСКИЙ В.С., к. физ.-мат. н.

Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины

\*Национальный университет государственной налоговой службы Украины

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ПЛАСТИНЫ С  
ЦЕНТРАЛЬНОЙ ТРЕЩИНОЙ ПРИ ОДНООСНОМ СЖАТИИ**

**Введение.** Одной из актуальных проблем механики разрушения материалов и элементов конструкций является исследование устойчивости хрупких тел, содержащих начальную трещину, при одноосном сжатии [1, 2]. В случае тонкостенных элементов конструкций эта проблема может рассматриваться в различных аспектах, определяющих механизмы их разрушения. Один из таких аспектов – это анализ влияния формы потери устойчивости в окрестности начальной трещины на текстуру материала (форму трещины) и дальнейшее развитие трещины, другой – анализ влияния формы и размеров начальной трещины на критическую нагрузку для различных условий нагружения и закрепления элемента конструкции. В работах [3, 4] решены задачи определения критических параметров устойчивости пластины с центральной трещиной при одноосном сжатии вдоль направления размещения трещины. При исследовании потери устойчивости применялась трехмерная линеаризованная теория устойчивости деформируемых тел [5, 6]. Рассмотрены случаи шарнирного опирания и шарнирного закрепления торцов пластины. Первый случай соответствует однородному докритическому состоянию, второй – неоднородному. В качестве расчетной схемы