

2. Мейш В.Ф., Кравченко Н.В. До розрахунку наружено – деформованого стану багат шарових оболонок з дискретними неоднорідностями при нестационарних навантаженнях // Вісник Київського університету. Серія: фіз.– мат. науки. - 2002. – Вип. №3. – С. 210 – 216.
3. Самарский А.А. Теория разностных схем. - М.: Наука, 1977. - 656 с.
4. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1977. – 454с.

Поступила в редколлегию 11.03.2013

УДК 539.3

ЧЕРВИНКО О.П., к. физ.-мат. н., н. с.  
ДОЛЯ Е.В., к. физ.-мат. н., доцент  
ЯКИМЕНКО Н.С., к. физ.-мат. н.

Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины  
Киевский Национальный университет строительства и архитектуры  
Кировоградский национальный технический университет

### УСТАЛОСТНОЕ ТЕРМИЧЕСКОЕ РАЗРУШЕНИЕ ВЯЗКОУПРУГОЙ СЛОИСТОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПРИЗМЫ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

**Введение.** Термическое усталостное разрушение определяется как потеря несущей способности вязкопластического материала вследствие размягчения или виброразогрева [1]. Предельное состояние обычно связывают с достижением температуры некоторого критического значения  $\theta = \theta_f$ , например, температуры вязкотекучего перехода  $\theta_f = \theta_{\dot{\alpha}\dot{\alpha}}$ . Обобщение результатов исследования виброразогрева однородных вязкоупругих тел дается в монографиях [2, 3].

Связанные задачи термовязкоупругости для полимеров, упрочненных волокнами, рассмотрены в работе [4].

Настоящая работа посвящена тепловому разрушению призмы прямоугольного сечения, которая состоит из слоев меди и полиэтилена. Призма нагружается прямоугольным вибрирующим штампом в кинематическом или силовом режиме сжатия с частотой 20 кГц.

**Постановка задачи.** В прямоугольной декартовой системе координат  $Oxuz$  упрощенная постановка связанной задачи термовязкоупругости для случая гармонической нагружения [2] включает в себя кинематические уравнения Коши, уравнения колебаний и теплопроводности.

$$\tilde{\sigma}_{ij,j} + \tilde{b}_i + \rho\omega^2\tilde{u}_i = 0, \quad i, j = x, y, z \quad (1)$$

$$c_V \dot{\theta} = (k \theta_{,i})_{,i} + \beta \bar{D}', \quad (2)$$

где  $\beta$  – доля рассеянной за период колебаний механической мощности, переходящей в тепло;  $k, c_V$  – коэффициенты теплопроводности и объемной теплоемкости,  $\rho$  – плотность,  $\omega$  – частота колебаний.

Определяющие уравнения для девиаторных и шаровых составляющих напряжений, а также скорости внутренней диссипации  $\bar{D}'$  имеют вид

$$\tilde{s}_{ij} = 2\tilde{G}(\omega, \theta)\tilde{e}_{ij}, \quad \tilde{\sigma}_{kk} = 3\tilde{K}\tilde{\varepsilon}_{kk}, \quad \bar{D}' = \frac{\omega}{2}(\sigma''_{ij}\varepsilon'_{ij} - \sigma'_{ij}\varepsilon''_{ij}) \quad (3)$$

где  $\tilde{s}_{kl} = s'_{kl} + is''_{kl}$ ,  $\tilde{e}_{kl} = e'_{kl} + ie''_{kl}$  – комплексные амплитуды девиаторов тензоров напряжения и деформации;  $\tilde{\sigma}_{kk} = \sigma'_{kk} + i\sigma''_{kk}$ ,  $\tilde{\varepsilon}_{kk} = \varepsilon'_{kk} + i\varepsilon''_{kk}$  – комплексные амплитуды шаровых составляющих;  $\tilde{G}(\omega, \theta) = G'(\omega, \theta) + iG''(\omega, \theta)$  – комплексный модуль сдвига;  $\tilde{K}(\omega, \theta) = K'(\omega, \theta) + iK''(\omega, \theta)$  – комплексный модуль объемного сжатия.

Тепловые граничные и начальные условия

$$\theta_{,i}n_i = \gamma(\theta - \theta_c) \quad \text{на } S, \quad (4)$$

$$\theta = \theta_0(x_j) \quad \text{при } t = 0, \quad (5)$$

где  $\gamma$  – коэффициент теплоотдачи;  $\theta_0, \theta_c$  – начальная температура и температура окружающей среды;  $\theta_{,i} = \partial\theta/\partial x_i$ ,  $\dot{\theta} = \partial\theta/\partial t$ ;  $S$  – поверхность тела.

Механические граничные условия формулируются ниже.

Рассматривается плоское деформированное состояние и виброразогрев призмы прямоугольного сечения  $|x| \leq \tilde{n}, 0 \leq y \leq b$ , состоящей из вязкоупругих (полимерных) и упругих (металлических) слоев. Изучение влияния армирующих слоев на температурное поле виброразогрева производится путем сравнения решений трех задач. В задаче 1 рассматривается однородная призма, состоящая из полимера (рис. 1а). В задаче 2 призма содержит два слоя меди толщиной  $h_c$ , расположенные на верхней и нижней поверхностях  $y = 0$  и  $y = b$  (рис. 1б). В задаче 3, кроме наружных слоев (задача 2), имеется третий слой меди, расположенный в срединной поверхности призмы  $y = b/2$  (рис. 1в).

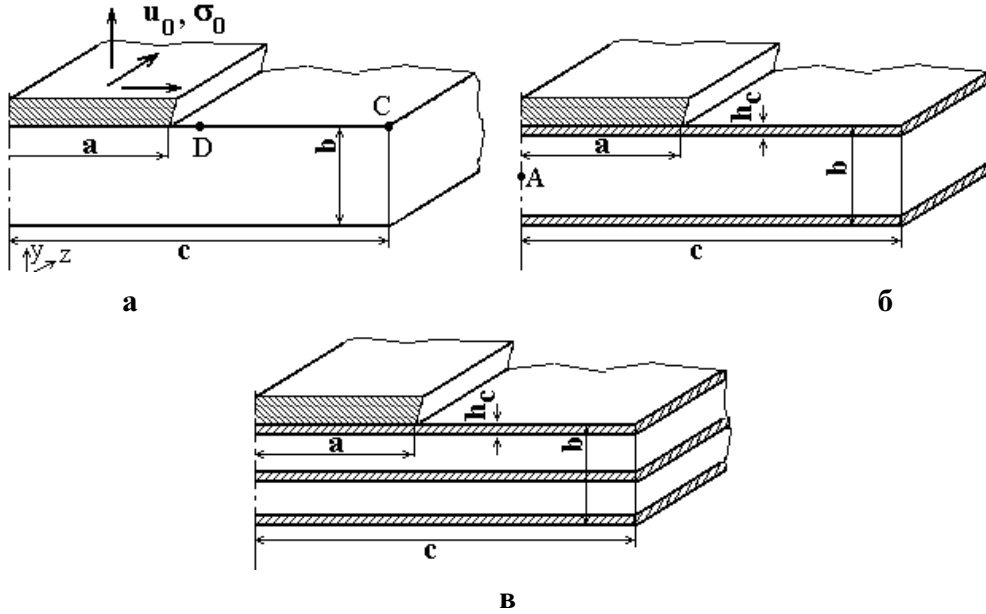


Рисунок 1

Призма располагается на гладком основании. На части верхней грани  $y = b$ ,  $|x| \leq a$  действует штамп с прямолинейным торцом, осциллирующий с частотой  $\omega$ . Во всех трех задачах суммарная толщина слоя одинаковая и равна  $b$ . Геометрия призмы, условия нагружения и теплообмена характеризуются параметрами

$$\tilde{h} = 2.5 \cdot 10^{-2} \text{ м}, \quad b = 2.2 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \quad h_c = 10^{-4} \text{ м}, \quad a = 9.55 \cdot 10^{-3} \text{ м},$$

$$\theta_0 = \theta_{\tilde{h}} = 20^0 \text{ N},$$

$$f = \omega / 2\pi = 20 \text{ кГц}, \quad \gamma = 30 \text{ \AA} \cdot \text{д} / \text{и}^2 \cdot ^0 \text{C}, \quad \beta = 0,80.$$

Зависимости физико-механических характеристик материала от температуры приведены в работе [5].

На поверхностях призмы, исключая поверхность нагружения  $|x| \leq a$ ,  $y = b$  принимаются следующие механические и тепловые условия:

$$\tilde{u}_y = 0, \quad \tilde{\sigma}_{xy} = 0, \quad \theta = \theta_c \quad |x| \leq \tilde{h}, \quad \acute{o} = 0,$$

$$\tilde{\sigma}_{yy} = 0, \quad \tilde{\sigma}_{xy} = 0, \quad -k\theta_{,y} = \gamma(\theta - \theta_{\tilde{h}}) \quad |x| > a, \quad \acute{o} = b$$

$$\tilde{\sigma}_{x\acute{o}} = 0, \quad \tilde{\sigma}_{xy} = 0, \quad -k\theta_{,x} = \gamma(\theta - \theta_{\tilde{h}}) \quad |x| = \tilde{h}, \quad 0 < y < b.$$

Условие кинематического сжатия призмы гладким штампом имеет вид

$$\tilde{u}_y = u_0, \quad \tilde{\sigma}_{xy} = 0; \quad (6)$$

Задача решалась численно на основе неявной шаговой схемы по времени для интегрирования уравнения (2). Задача линейризовалась путем вычисления физико-механических характеристик материалов для температуры на предыдущем шаге и решалась методом конечных элементов [6].

**Результаты расчета.** При кинематическом нагружении принималось  $u_0 = 22\dot{\epsilon} \dot{\epsilon}$ .

На рис. 2 сплошной и пунктирной линиями показаны временные зависимости максимальной по объему  $\theta_m$  и максимальной в среднем сечении  $x = 0$   $\theta_1$  температуры для задачи 2. Конфигурация тела соответствовала рис. 1б.

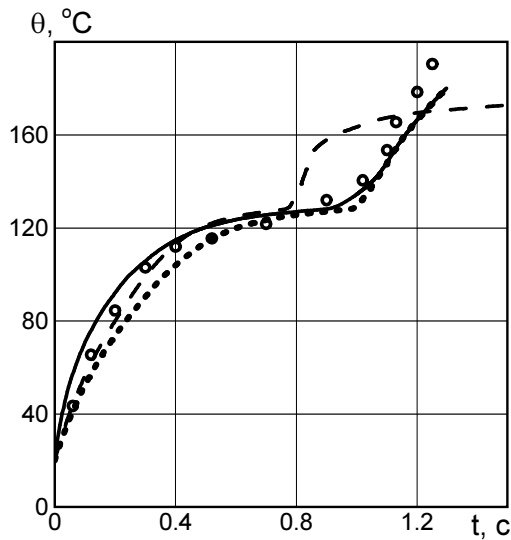


Рисунок 2

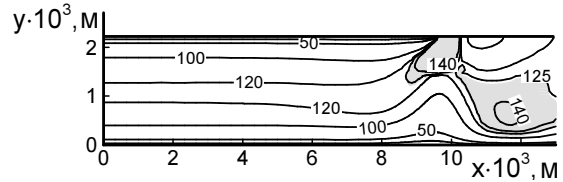
Штриховая линия отвечает случаю плоского напряженного состояния. Кружками показана температурная зависимость, полученная в результате эксперимента [5]. Отметим хорошее согласование расчетных и экспериментальных температурных кривых для задачи 2, которое свидетельствует об адекватности используемого подхода.

В качестве предельного состояния термического разрушения принимается достижение температурой значения  $\theta_{\dot{\epsilon}\dot{\epsilon}} = 125^\circ C$ . Распределения температуры для задач 1, 2 и 3 в момент времени  $t \approx 0,8s$  показаны на рис. 3 а, б, в. Область с температурой, большей  $\theta_{\dot{\epsilon}\dot{\epsilon}} = 125^\circ C$ , затенена. Сравнительный анализ показывает, что в задаче 1 тепловое разрушение обусловлено концентрацией контактных напряжений вблизи кромок штампа. В армированной призме разрушение происходит в центральной части полимерных слоев.

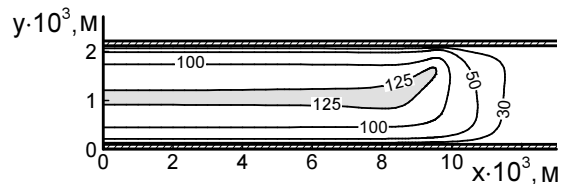
Для силового сжатия призмы гладким штампом принималось условие

$$\bar{\sigma}_{yy} = \frac{1}{2a} \int_{-a}^a \tilde{\sigma}_{yy}(x,b) dx = \frac{1}{2a} N_0 = \sigma_0, \quad \tilde{\sigma}_{xy} = 0; \quad \tilde{u}_y = \tilde{u}_{0y}, \quad (7)$$

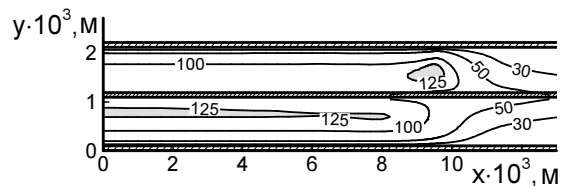
где  $N_0$  или  $\bar{\sigma}_0$  – заданные параметры силового нагружения,  $\tilde{u}_{0y}$  – перемещение, отвечающее заданной нагрузке  $N_0$ . Принималось  $\sigma_0 = 15\dot{\epsilon} \dot{\epsilon}$ .



а



б



в

Рисунок 3

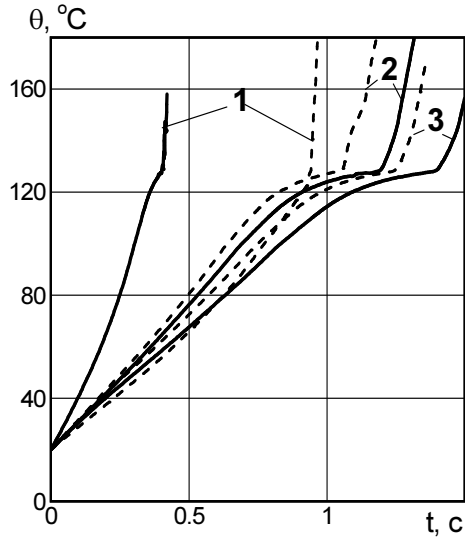


Рисунок 4

На рис. 4 показаны временные зависимости максимальной температуры для трех задач. В динамической постановке (силовая задача) расчет дает более быстрый разогрев в сравнение с квазистатической постановкой (штриховые линии). Влияние динамичности особенно заметно в однородной призме в результате близости  $\omega$  к резонансной частоте.

При силовом нагружении наиболее интересным является эффект тепловой неустойчивости [2, 3]. Этот эффект обусловлен наличием интервалов температур, в которых сдвиговая и объемная податливости потерь полимера возрастают с температурой, а параметр нагружения  $\sigma_0$  превосходит некоторое критическое значение.

полимера возрастают с температурой, а параметр нагружения  $\sigma_0$  превосходит некоторое критическое значение.

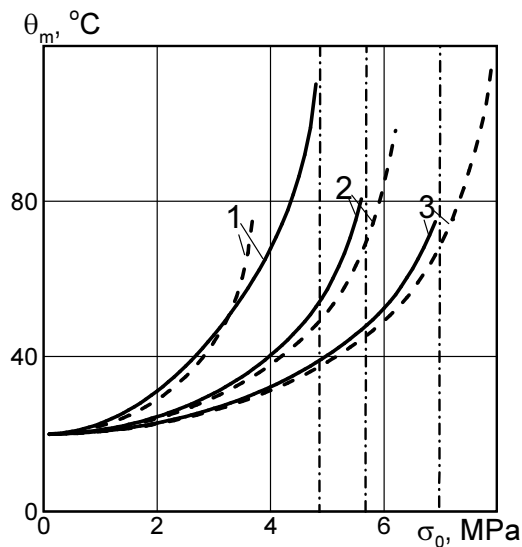
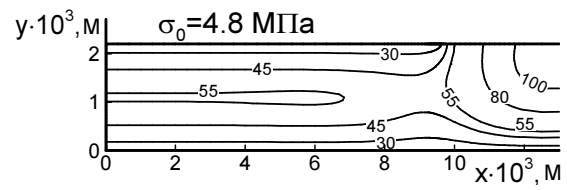
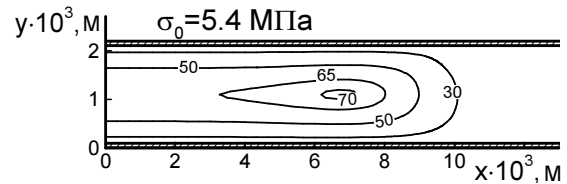


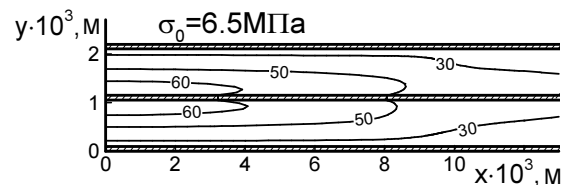
Рисунок 5



а



б



в

Рисунок 6

Результаты решения стационарной задачи теплопроводности показаны на рис. 5. Здесь сплошные линии отвечают  $\theta_m$  - максимальной по объему стационарной температуре, цифрами указаны номера задач. Штриховые линии соответствуют квазистатической постановке задачи ( $\rho = 0$ ). Вертикальные штрих-пунктирные линии отвечают критическим значениям  $\sigma_0^*$  таким, что при  $\sigma_0 > \sigma_0^*$  не существует

стационарных тепловых состояний, т.е. имеет место лавинообразный (в пределах рассматриваемого температурного интервала) рост температуры.

Анализ данных, представленных на рис. 5, показывает, что, чем тоньше полимерные слои, тем выше критические значения амплитуды нагружения. При этом эффекты динамичности весьма заметны. Их роль возрастает, когда частота нагружения  $\omega$  несколько меньше частоты резонанса.

Изолинии стационарных температурных полей, близких к критическим, для задач 1, 2 и 3 приведены на рис. 6 а, б, в. Для задачи 1 характерно наличие локализации разогрева вне области нагружения. Сопоставление с решением соответствующей квазистатической задачи показывает, что этот эффект является следствием динамичности. В задаче 2 при отсутствии внутреннего слоя максимальный разогрев происходит в области  $x/a \approx 0,5 - 0,7$ ;  $y/b \approx 0,5$ . При наличии внутреннего армирующего слоя эта область «рассасывается» за счет высокой теплопроводности меди и максимальный разогрев имеет место в центральных частях полимерных слоев  $x \approx 0$  (рис.5 в). Кривые на рис.5 в для пятислойной призмы иллюстрируют механизм теплоотвода из области нагружения  $|x| > a$  путем теплопроводности по внутреннему металлическому слою.

В случае  $\rho = 0$  для задачи 1 характерна локализация виброразогрева в области  $x/a \approx 0,5 - 0,7$ ;  $y/b \approx 0,5$ . Учет сил инерции существенно усложняет картину виброразогрева вообще, и тепловой неустойчивости в частности. Колебаниям в окрестности резонанса присущи более высокие уровни амплитуд напряжений, деформаций и, следовательно, температуры виброразогрева. Распределения механических полевых величин определяются формой колебаний, отличающейся от квазистатического распределения. В частности, возможны локализованные очаги разогрева вдали от области нагружения, в области пучности напряжений.

#### **Выводы.**

1. Для полимерной призмы установлена возможность поверхностного разрушения. В металлополимерной призме разрушение происходит во внутренних полимерных слоях.
2. Армирование стабилизирует процесс термической неустойчивости и повышает критическое значение параметра нагружения.
3. При высокочастотном нагружении необходимо учитывать эффекты динамичности.

#### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Нарисава И. Прочность полимерных материалов. – М.: Химия, 1987. – 400с.
2. Карнаухов В.Г., Сенченков И.К. Гуменюк Б.П. Термо-механическое поведение вязкоупругих тел при гармоническом нагружении. К.: Наук. думка, 1985. – 288 с.

3. Термомеханика эластомерных элементов конструкций при циклическом нагружении / Потураев В.Н., Дырда В.И., Карнаузов В.Г., Сенченков И.К. и др., под ред. Потураева В.Н. – Киев: Наук. думка, 1987. – 288 с.
4. Сенченков И.К., Кропивный В.Н., Якименко С.Н., Якименко Н.Н. Вибрационный разогрев полимерного однонаправленного волокнистого композита при гармоническом сжатии поперек волокон / Матер. XII конф. ученых Украины, России и Белоруссии «Прикладные задачи математики и механики», Севастополь, 2003. – С.2428.
5. Теплофизические и реологические характеристики полимеров. Справочник./Под ред. Ю.С.Липатова.- Киев: Наук. думка, 1977. – 244 с.
6. Мотовиловец И.А., Козлов В.И. Термоупругость: Механика связанных полей в элементах конструкций. Т. 1. Термоупругость / Мотовиловец И.А., Козлов В.И. – Киев: Наук. Думка, 1987. – 264 с.

*Поступила в редколлегию 29.02.2013*

УДК 539.3

СЕНЧЕНКОВ И.К.<sup>1</sup>  
ЧЕРВИНКО О.П.<sup>1</sup>  
РЯБЦЕВ И.А.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины

<sup>2</sup>Институт электросварки им. Е.О. Патона НАН Украины

### **ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НДС И МИКРОСТРУКТУРНОГО СОСТОЯНИЯ ВАЛКА ГОРЯЧЕЙ ПРОКАТКИ В ПРОЦЕССЕ МНОГОСЛОЙНОЙ НАПЛАВКИ И ЭКСПЛУАТАЦИИ**

**Введение.** При оценке долговечности наплавленных валков горячей прокатки, роликов машин непрерывного литья заготовок, штампов горячего деформирования металла определяющую роль играют два фактора: 1) остаточные наплавочные напряжения и деформации; 2) характеристики напряженно-деформированного состояния при эксплуатационном циклическом термомеханическом нагружении. Исследованию остаточного НДС наплавленных деталей посвящены работы [1, 2, 3]. Обобщение результатов расчета эксплуатационных напряжений проведено в монографии [4], причем в большинстве работ не учитывалось влияние остаточных напряжений на долговечность деталей.

В настоящей работе в рамках сквозной расчетной схемы рассматривается история жизни валка горячей прокатки, включающая технологическую стадию многослойной наплавки рабочей поверхности и последующую эксплуатационную