

УДК 539.3

ЛЕВЧЕНКО В. В. , к. физ.-мат.н.
МАКИЕВСКИЙ А.И.

Институт механики НАН Украины

ЭЛЕКТРОУПРУГИЕ КОЛЕБАНИЯ ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКИХ КОЛЬЦЕВЫХ ПЛАСТИН С РАДИАЛЬНЫМИ РАЗРЕЗАМИ ЭЛЕКТРОДОВ

Введение. Тонкие пьезоэлектрические пластинчатые преобразователи с толщиной поляризацией используются в устройствах различного функционального назначения [1-4]. В дисковых и кольцевых вибраторах со сплошными электродами на лицевых плоскостях возбуждаются осесимметрические колебания [4]. Если же электроды кольцевой пластины имеют только диаметральные разрезы и электроупругие сектора возбуждаются противофазно, то в ней возникают неосесимметричные колебания по окружной координате. Формы этих колебаний по этой координате априори определяются числом диаметральных разрезов электродов. Систематическое теоретическое исследование частотного спектра, а также форм колебаний по радиальной координате отсутствуют [2, 4]. Этим вопросам и посвящена статья.

Основные соотношения и постановка задачи. Тонкую пьезокерамическую пластину с толщиной поляризацией отнесем к прямоугольным декартовым координатам x, y, z , причем координатная плоскость $z = 0$ совпадает со срединной плоскостью пластины.

Если тонкая пьезокерамическая пластина с электродированными лицевыми плоскостями $z = \pm h/2$ (h толщина пластины) находится в условиях плоского напряженного состояния, то, приняв гипотезы $u_x = u_x(x, y, t)$, $u_y = u_y(x, y, t)$, $\sigma_{zz} = \sigma_{yz} = \sigma_{xz} = 0$, $E_z = E_z(x, y, t)$, из общих материальных соотношений [3] получим формулы

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{s_{11}^E (1 - \nu_E^2)} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \nu_E \frac{\partial u_y}{\partial y} - (1 + \nu_E) d_{31} E_z \right),$$

$$\sigma_{yy} = \frac{1}{s_{11}^E (1 - \nu_E^2)} \left(\nu_E \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} - (1 + \nu_E) d_{31} E_z \right), \quad \sigma_{xy} = \frac{1}{2(1 + \nu_E) s_{11}^E} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right), \quad (1)$$

где аналог коэффициенту Пуассона $\nu_E = -s_{12}^E / s_{11}^E$.

Из трех уравнений механических колебаний при пренебрежении толщинными ускорениями останутся только два

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} = \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} = \rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2}. \quad (2)$$

Из формул (1), (2) после несложных преобразований получим уравнение колебаний в перемещениях

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y} + \frac{1 - \nu_E}{2} \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y} \right) - (1 + \nu_E) d_{31} \frac{\partial E_z}{\partial x} &= (1 - \nu_E^2) s_{11}^E \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{1 - \nu_E}{2} \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial y} \right) - (1 + \nu_E) d_{31} \frac{\partial E_z}{\partial y} &= (1 - \nu_E^2) s_{11}^E \rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Решение систем (3) представим [3] в виде

$$u_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad u_y = \frac{\partial \Phi}{\partial y} - \frac{\partial \Psi}{\partial x}. \quad (4)$$

Если функции $\Phi(x, y, t)$, $\Psi(x, y, t)$ определить из волновых уравнений

$$\Delta \Phi - (1 + \nu_E) d_{31} E_z = (1 - \nu_E^2) s_{11}^E \rho \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}, \quad \Delta \Psi = 2(1 + \nu_E) s_{11}^E \rho \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}, \quad (5)$$

то уравнения (3) будут удовлетворены.

Для пластины со сплошными электродами на лицевых плоскостях $z = \pm h/2$ электрический потенциал (при пренебрежении влиянием краев пластины) $\varphi = h^{-1} z V_0(t)$. Такому потенциалу отвечают по [3] компоненты напряженности электрического поля $E_x = E_y = 0$, $E_z = h^{-1} V_0(t)$, а значит в уравнении (5), учитывая (4), нужно пренебречь величиной $(1 + \nu_E) d_{31} E_z$

В полярных координатах $r \cos \theta = x$, $r \sin \theta = y$ выражения (1.4) для перемещений будут такими

$$u_r = \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta}, \quad u_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} - \frac{\partial \Psi}{\partial r}. \quad (6)$$

Материальные зависимости (1) для механических напряжений с учетом формул для деформаций

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r}, \quad 2\varepsilon_{r\theta} = r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_\theta}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta}, \quad (7)$$

запишутся в виде

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{1}{(1 - \nu_E^2) s_{11}^E} (\varepsilon_{rr} + \nu_E \varepsilon_{\theta\theta}) - \frac{d_{31}}{(1 - \nu_E) s_{11}^E} E_z, \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{1}{(1 - \nu_E^2) s_{11}^E} (\nu_E \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta}) - \frac{d_{31}}{(1 - \nu_E) s_{11}^E} E_z, \quad \sigma_{r\theta} = \frac{1}{2(1 + \nu_E) s_{11}^E} \gamma_{r\theta}. \end{aligned} \quad (8)$$

Из (6)-(8) получим следующие выражения для механических напряжений через потенциалы Φ, Ψ в полярных координатах

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{1}{(1 - \nu_E^2) s_{11}^E} \left[\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right) \right) + \nu_E \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right) \right) - (1 + \nu_E) d_{13} E_z \right], \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{1}{(1 - \nu_E^2) s_{11}^E} \left[\nu_E \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right) \right) + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right) \right) - (1 + \nu_E) d_{13} E_z \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} &= \frac{1}{(1 - \nu_E)} (\Delta\Phi - d_{13}E_z) - i\omega^2 \rho(1 - \nu_E^2) S_{11}^E \Phi - d_{13}E_z, \\ \sigma_{r\theta} &= \frac{1}{2(1 + \nu_E) s_{11}^E} \left(\frac{2}{r} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial \theta} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} \right).\end{aligned}\quad (9)$$

Общее решение задачи. Рассмотрим круглую пьезокерамическую пластину со свободную от механических напряжений на границах $r = r_0$ и $r = r_1$ (r_0 и r_1 - внутренний и внешний радиусы кольца)

$$\sigma_{rr}(r_j, \theta, t) = 0, \quad \sigma_{r\theta}(r_j, \theta, t) = 0, \quad j = 0, 1, \quad (10)$$

Электродное покрытие на лицевых плоскостях $z = \pm h/2$ разбито на $2N$ секторов с противофазными соседними подключениями, так что $E_{za} = (-1)^{n-1} V_0/h$, $n = 1, \dots, 2N$.

Решение уравнений (5) в полярных координатах r, θ , в первом из которых слагаемое $(1 + \nu) d_{31} E_z$ нужно брать равным нулю [3], при гармонических колебаниях $f(r, \theta, t) = \text{Re } f^a(r, \theta) \exp i\omega t$ с циклической частотой ω выбираем в виде рядов

$$\begin{aligned}\Phi(r, \theta, t) &= R^2 \text{Re} \sum_m \{A_{m1} J_m(k_1 r) + A_{m2} Y_m(k_1 r)\} \sin m\theta \exp i\omega t, \\ \Psi(r, \theta, t) &= R^2 \text{Re} \sum_m \{A_{m3} J_m(k_2 r) + A_{m4} Y_m(k_2 r)\} \cos m\theta \exp i\omega t.\end{aligned}\quad (11)$$

Здесь $J_m(k_j r)$ но $Y_m(k_j r)$ - цилиндрические функции первого и второго рода m -го порядка [2], $k_1^2 = (1 - \nu_E^2) s_{11}^E \rho \omega^2$, $k_2^2 = 2(1 + \nu_E) s_{11}^E \rho \omega^2$.

За формулами (5), (8) и (9) находим механические напряжения

$$\begin{aligned}\sigma_{rr}(r, \theta, t) &= -\text{Re} \frac{1}{(1 - \nu_E^2) s_{11}^E} \left\{ \sum_m (a_{m1}(k_1 r) A_{m1} + a_{m2}(k_1 r) A_{m2} + a_{m3}(k_2 r) A_{m3} + a_{m4}(k_2 r) A_{m4}) \right. \\ &\quad \left. \sin m\theta + \frac{4}{\pi} V_0 (1 + \nu_E) d_{13} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin N(2n-1)\theta}{2n-1} \right\} \exp i\omega t, \\ \sigma_{\theta\theta}(r, \theta, t) &= -\text{Re} \frac{1}{(1 - \nu_E^2) s_{11}^E} \left\{ \sum_m (b_{m1}(k_1 r) A_{m1} + b_{m2}(k_1 r) A_{m2} + b_{m3}(k_2 r) A_{m3} + b_{m4}(k_2 r) A_{m4}) \right. \\ &\quad \left. \sin m\theta + \frac{4}{\pi} V_0 (1 + \nu_E) d_{13} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin N(2n-1)\theta}{2n-1} \right\} \exp i\omega t, \\ \sigma_{r\theta}(r, \theta, t) &= \text{Re} \frac{1}{(1 + \nu_E) s_{11}^E} \sum_m (c_{m1}(k_1 r) A_{m1} + c_{m2}(k_1 r) A_{m2} + c_{m3}(k_2 r) A_{m3} + \\ &\quad + c_{m4}(k_2 r) A_{m4}) \cos m\theta \exp i\omega t.\end{aligned}\quad (12)$$

В формулах (12) использованы обозначения введенные в [8]

Поскольку амплитуда $E_z^a = (-1)^{n-1} V_0 h^{-1}$, $n = 1, 2, \dots, 2N$ напряженности электрического поля $E_z = \text{Re } E_z^a \exp i\omega t$ раскладывается в ряд Фурье по угловой координате θ

$$E_{za} = -\frac{2V_0}{\pi h} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin N(2n-1)\theta}{2n-1}. \quad (13)$$

то в формулах (12) и (13) индекс $m = N(2n-1)$, $n = 1, 2, \dots$.

Из граничных условий (10) на свободных от напряжений границах кольца $r = r_0$ и $r = r_1$ получим блочные системы алгебраических уравнений для определения ненулевых безразмерных постоянных $A_{N(2n-1),i}$, $n = 1, 2, \dots$

$$\begin{aligned} & a_{N(2n-1),1}(k_1 r_0) A_{N(2n-1),1} + a_{N(2n-1),2}(k_1 r_0) A_{N(2n-1),2} + \\ & + a_{N(2n-1),3}(k_2 r_0) A_{N(2n-1),3} + a_{N(2n-1),4}(k_2 r_0) A_{N(2n-1),4} = -\frac{4}{\pi} V_0 \frac{(1+v_E) d_{13}}{2n-1}, \\ & a_{N(2n-1),1}(k_1 r_1) A_{N(2n-1),1} + a_{N(2n-1),2}(k_1 r_1) A_{N(2n-1),2} + \\ & + a_{N(2n-1),3}(k_2 r_1) A_{N(2n-1),3} + a_{N(2n-1),4}(k_2 r_1) A_{N(2n-1),4} = -\frac{4}{\pi} V_0 \frac{(1+v_E) d_{13}}{2n-1}, \\ & c_{N(2n-1),1}(k_1 r_0) A_{N(2n-1),1} + c_{N(2n-1),2}(k_1 r_0) A_{N(2n-1),2} + \\ & + c_{N(2n-1),3}(k_2 r_0) A_{N(2n-1),3} + c_{N(2n-1),4}(k_2 r_0) A_{N(2n-1),4} = 0, \\ & c_{N(2n-1),1}(k_1 r_1) A_{N(2n-1),1} + c_{N(2n-1),2}(k_1 r_1) A_{N(2n-1),2} + \\ & + c_{N(2n-1),3}(k_2 r_1) A_{N(2n-1),3} + c_{N(2n-1),4}(k_2 r_1) A_{N(2n-1),4} = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

При резонансных колебаниях воспользуемся концепцией комплексных модулей, в результате которой в формулах (4), (12), (14) материальные постоянные будут комплексными величинами $\tilde{s}_{ij}^E = s_{ij}^E - i s_{ij}^{E \text{Im}}$, $\tilde{d}_y = d_y - i d_{ij}^{\text{Im}}$, $\tilde{\epsilon}_{jj} = \epsilon_{jj} - i \epsilon_{jj}^{\text{Im}}$.

Резонансные частоты определяются из условия равенства нулю определителей четвертого порядка однородной (при $V_0 = 0$) системы алгебраических уравнений

$$\begin{vmatrix} a_{m1}(k_1 r_0) & a_{m2}(k_1 r_0) & a_{m3}(k_2 r_0) & a_{m4}(k_2 r_0) \\ a_{m1}(k_1 r_1) & a_{m2}(k_1 r_1) & a_{m3}(k_2 r_1) & a_{m4}(k_2 r_1) \\ c_{m1}(k_1 r_0) & c_{m2}(k_1 r_0) & c_{m3}(k_2 r_0) & c_{m4}(k_2 r_0) \\ c_{m1}(k_1 r_1) & c_{m2}(k_1 r_1) & c_{m3}(k_2 r_1) & c_{m4}(k_2 r_1) \end{vmatrix} = 0, \quad (15)$$

в которой азимутный индекс $m = N(2n-1)$, $n = 1, 2, \dots$, N – число диаметральных разрезов электродного покрытия.

При определении резонансных частот тангенсами малых углов потерь можно пренебречь и пользоваться действительными значениями физико-механических материальных параметров.

Количественные результаты и их анализ. Из граничных условий (10) для напряжений и частотного уравнения (15) вытекают следующие общие свойства теоретического частотного спектра. При колебаниях пластины с одним диаметральной разрезом ($N = 1$, два электрода) возникают резонансы на частотах f_{m1} , f_{m3} , f_{m5} , ...; с двумя диаметральными разрезами ($N = 2$, четыре электрода) – резонансы на частотах f_{m2} , f_{m6} , f_{m10} , ...; с тремя диаметральными разрезами ($N = 3$, шесть электродов) – резонансы на частотах f_{m3} , f_{m9} , f_{m15} , ...; с четырьмя диаметральными разрезами ($N = 4$, восемь разрезов) резонансы на частотах f_{m4} , f_{m12} , f_{m20} , ...; с пятью

діаметральними розрезами ($N = 5$, десять електродів) – резонанси на частотах f_{m5} , f_{m15} , f_{m25} , ...; с шестью діаметральними розрезами ($N = 6$, дванадцять електродів) резонанси на частотах f_{m6} , f_{m18} , f_{m30} , ...; с семью діаметральними розрезами ($N = 7$, чотирнадцять електродів) – резонанси на частотах f_{m7} , f_{m21} , f_{m35} , ...; с восемью діаметральними розрезами ($N = 8$, шестнадцать електродів) – резонанси на частотах f_{m8} , f_{m24} , f_{m40} , ... В прийнятій нумерації частот f_{mk} другої індекс відповідає номеру гармоніки по азимутному куту θ (номер форми по азимуту), а перший індекс k являється порядковим номером корня відповідного частотного рівняння (15). В загальному випадку аналіз рівняння (15) можливий тільки численно. Результати чисельних розрахунків представлені в таблиці 1, де приведені рішення для безрозмірної частоти $\bar{\omega} = \sqrt{(1 - \nu_E^2) s_{11}^E \rho \omega r_1}$. Резонансні частоти коливань розраховувалися для коефіцієнта Пуассона $\nu_E = 0.38157$, що відповідає кераміці со свойствами PZT-4 [4]. Геометрія кільця вибиралась наступною $r_0 / r_1 = 0.4$.

Таблиця 1

j	$N = 0$	$N = 1$	$N = 2$	$N = 3$	$N = 4$
1	1.42334	1.6265	0.69281	1.54389	2.35656
2	3.31746	3.85103	2.34721	3.18735	4.01180
3	5.49151	5.20302	4.85053	4.97488	5.31515
4	6.05803	6.53165	5.05288	6.17078	7.31794
5	8.896337	8.88278	7.294018	7.983204	8.45249
6	10.59329	10.72654	8.93175	9.28126	10.06834
7	11.76887	11.81621	11.049	11.42551	11.84558

Дальніші розрахунки дозволяють зробити висновок, що з ростом значення N зародження частот відповідних малим j сдвигается в високочастотну область і частотний спектр стає більш густим. При $N > 1$ частоти, відповідні однаковим j сдвигаются в високочастотну область. Сопоставляя результати при різних значеннях j , видно, що з ростом значення j відносна різниця частот, відповідна різним значенням N , зменшується. В розглянутому випадку при $j = 7$ різниця в частотах менше п'яти відсотків, тому цей випадок був вибран для аналізу форм коливань. На рисунках сплошними лініями нанесені залежності u_r , а пунктирними u_θ , а також значення відповідного N . Вдоль осі ox відложено безрозмірне значення $\bar{r} = r / r_1$.

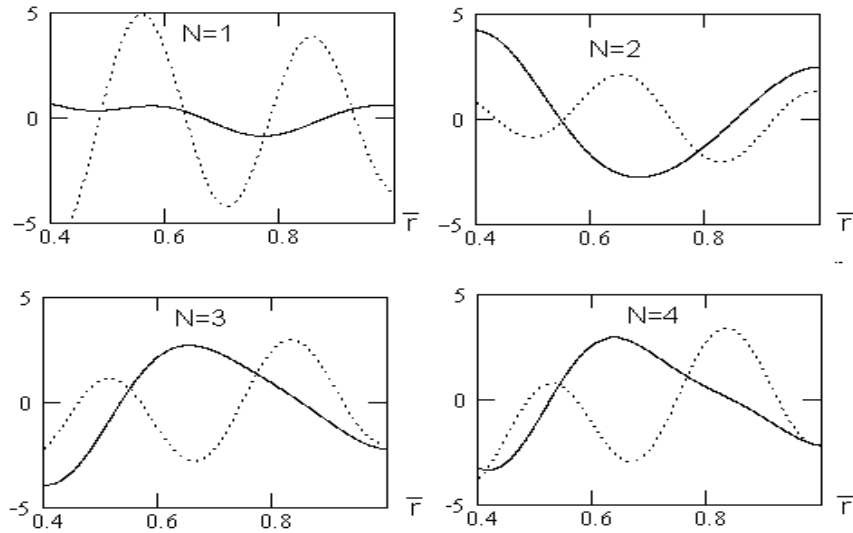


Рисунок 1

Приведенные графические зависимости позволяют заключить, что, несмотря на близость частот при разных значениях N формы колебаний различаются существенно. Количество нулей функций u_r и u_θ одинаково при разных значениях N . Число нулей u_θ , как правило, равно $[j/2] + 1$, а u_r в два раза меньше. Формы колебаний u_θ имеют более сложный характер.

Представляет интерес рассмотреть зависимость частотного спектра от геометрии кольца. В таблице 2 приведены значения первой частоты при различном количестве разрезов.

Таблица 2

r_0 / r_1	$N = 1$	$N = 2$	$N = 3$	$N = 4$
0.1	1.56127	1.23169	2.00392	2.618
0.2	1.58725	1.05552	1.95461	2.61131
0.3	1.61479	0.86562	1.79267	2.55171
0.4	1.62666	0.69304	1.54389	2.35656
0.5	1.61051	0.54047	1.27326	2.04243
0.6	1.56808	0.4038	1.00296	1.67866
0.7	1.50873	0.28052	0.73471	1.28545
0.8	1.44201	0.17266	0.4703	0.8614
0.9	1.37384	0.07913	0.22072	0.41876

Представленные результаты позволяют заключить, что зависимость основной частоты от геометрии существенно зависит от количества разрезов. При $N = 1$ эта зависимость имеет максимум, а при $N = 2, 3, 4$ значение частоты убывает с ростом величины отверстия. Кроме того, следует отметить, что при $N = 2, 3, 4$ одинаковой геометрии соответствует большая частота при большем количестве разрезов.

Заключение. В тонких кольцевых пьезокерамических пластинах с радиальными разрезами электродов на лицевых плоскостях возбуждаются неосесимметрические планарные колебания. В статье получено общее решение соответствующей задачи. Для выбранных граничных условий численно проанализирована спектральная задача. Собственные частоты колебаний для низших гармоник по азимутальной координате определены при различном числе радиальных разрезов и отношениях граничных радиусов. Установлено количество узловых линий собственных форм по радиальной

координате (форма по азимуту определяется количеством радиальных разрезов). Несмотря на близость собственных частот при разном количестве разрезов наблюдается существенное отличие соответствующих собственных форм.

ЛИТЕРАТУРА

1. Механика связанных полей в элементах конструкций. Т. 5. Электроупругость / Гринченко В.Т., Улитко А.Ф., Шульга Н.А.; Отв. ред. А.Н. Гузь; АН УССР. Ин-т механики. – К.: Наук. думка, 1989. – 280 с.
2. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1972. – 736 с.
3. Шульга Н.А., Болкисев А.М. Колебания пьезоэлектрических тел. – К.: Наук. думка, 1990. – 228 с.
4. Шульга М.М. До теорії електромеханічних неосесиметричних коливань п'єзокерамічних пластин з товщинною поляризацією // Системні технології. – Вип.7. – 2007. – С. 63 – 68.
5. Шульга М.О., Карлаш В.Л. Резонансні електромеханічні коливання п'єзоелектричних пластин. К.: Наук. думка, 2008. – 272 с.
6. Mason W.P. Piezoelectricity, its history and applications // J. Acoust. Soc. Am. – 1981. – 70, № 6. – P. 1561 – 1566.
7. Shul'ga N.A., Bezverkhii O.I. and Mekievskii O.I. Resonant Frequencies of Electroelastic Vibrations of Piezoceramic Plates// Int. Appl. Mech. – 2010. – 46, N9. – p. 1031-1038.
8. Shul'ga N.A., Levchenko V.V. and Mekievskii O.I. Nonaxisymmetric Electroelastic Vibrations of Piezoceramic Plates with Radially Cut Electrodes// Int. Appl. Mech. – 2012. – 48, N4. – p. 438-446.

Поступила в редколлегию 11.03.2013

УДК 517.977

ЗАЙЦЕВ В.Г., к.физ.-мат.н., доцент
ПЫШНЫЙ М.А., студент

Днепропетровский национальный университет им.О. Гончара

ПОДАВЛЕНИЕ НЕИЗМЕРЯЕМЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В ТЕХНИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ

Вступление. Использование известных методов для решения проблем связанной с учетом возмущений внешней среды, применимо только для ограниченного количества процессов, динамика которых давно исследована и понятна. Тем не менее, разнообразие появляющихся процессов, каждый раз требует построения регуляторов, настроенных хотя бы на конкретные возмущения внешней среды[3-6]. Одним из таких новых подходов является использования метода АКАР[1], для построения указанного регулятора. В работе рассмотрено использование данного метода на примере подавления неизмеряемых возмущений в задаче синтеза управления процессами рыскания и бокового сноса корабля на воздушной подушке[2].

Постановка задачи и метод решения. Математическая модель указанного процесса имеет вид: