координате (форма по азимуту определяется количеством радиальных разрезов). Несмотря на близость собственных частот при разном количестве разрезов наблюдается существенное отличие соответствующих собственных форм.

ЛИТЕРАТУРА

1. Механика связанных полей в элементах конструкций. Т. 5. Электроупругость / Гринченко В.Т., Улитко А.Ф., Шульга Н.А.; Отв. ред. А.Н. Гузь; АН УССР. Ин-т механики.– К.: Наук. думка, 1989. –280 с.
2. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1972. – 736 с.
3. Шульга Н.А., Болкисев А.М. Колебания пьезоэлектрических тел. – К.: Наук. думка, 1990. – 228 с.
4. Шульга М.М. До теорії електромеханічних неосесиметричних коливань п’єзокерамічних пластин з товщинною поляризацією // Системні технології. – Вип.7. – 2007. – С. 63 – 68.
5. Шульга М.О., Карлаш В.Л. Резонансні електромеханічні коливання п’єзоелектричних пластин. К.: Наук. думка, 2008. – 272 с.
6. Mason W.P. Piezoelectricity, its history and applications // J. Acoust. Soc. Am. – 1981. – 70, № 6. – P. 1561 – 1566.
7. Shul’ga N.A., Bezverkhii O.I. and Mekievskii O.I. Resonant Frequencies of Electroelastic Vibrations of Piezoceramic Plates// Int. Appl. Mech. – 2010. – 46, N9. – p. 1031-1038.
8. Shul’ga N.A., Levchenko V.V. and Mekievskii O.I Nonaxisymmetric Electoelastic Vibrations of Piezoceramic Plates with Radially Cut Electrodes// Int. Appl. Mech. – 2012. – 48, N4. – p. 438-446.

Поступила в редколлегию 11.03.2013

УДК 517.977

ЗАЙЦЕВ В.Г., к.физ.-мат.н., доцент
ПЫШНЫЙ М.А., студент

Днепропетровский национальный университет им.О. Гончара

ПОДАВЛЕНИЕ НЕИЗМЕРЯЕМЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В ТЕХНИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ

Вступление. Использование известных методов для решения проблем связанной с учетом возмущений внешней среды, применимо только для ограниченного количества процессов, динамика которых давно исследована и понятна. Тем не менее, разнообразие появляющихся процессов, каждый раз требует построения регуляторов, настроенных хотя бы на конкретные возмущения внешней среды[3-6]. Одним из таких новых подходов является использования метода АКАР[1], для построения указанного регулятора. В работе рассмотрено использование данного метода на примере подавления неизмеряемых возмущений в задаче синтеза управления процессами рыскания и бокового сноса корабля на воздушной подушке[2].

Постановка задачи и метод решения. Математическая модель указанного процесса имеет вид:

$$\dot{x}_1(t) = -a_{11}x_1 - a_1x_2 - a_2x_2^2 + a_3x_2^3 + b_1(u+v),$$
$$\dot{x}_2(t) = a_{21}x_1 - a_{22}x_2 + b_2(u+v), \tag{1}$$

где x_1 – угол рыскания, x_2 – боковой снос, u – управление, v – внешнее возмущение, приведенное к входу, $a_{11}, a_1, a_2, a_3, a_{21}, a_{22}, b_1, b_2$ – положительные параметры, зависящие от скорости движения корабля.

Поставим задачу построения синтеза управления, обеспечивающего перевод объекта (1) из произвольного начального в нулевое положение равновесия. Для решения задачи синтезируем базовый закон управления объектом (1), используя метод АКАР. Однако для его использования необходимо осуществить подавление неизмеряемых возмущений. Для этого введем в рассмотрение дополнительную переменную, т.е. выполним принцип «расширения - сжатия фазового пространства». Это означает, что вместо исходной модели (1) рассмотрим следующую модель синтеза:

$$\dot{x}_1(t) = -a_{11}x_1 - a_1x_2 - a_2x_2^2 + a_3x_2^3 + b_1(u+v) + x_3,$$
$$\dot{x}_2(t) = a_{21}x_1 - a_{22}x_2 + b_2(u+v) + x_3, \tag{2}$$
$$\dot{x}_3(t) = x_1 + \alpha x_2,$$

где α – параметр, подлежащий выбору с целью обеспечения максимальной области асимптотической устойчивости синтезируемой системы.

Вводимая дополнительная переменная x_3 в установившемся режиме моделирует постоянное возмущение. Следовательно, из условий асимптотической устойчивости системы (2), имеет место аналогичное свойство и для исходной системы (1) при действии постоянных возмущений. В переходных режимах с помощью переменной x_3 в нулевом приближении компенсируются изменяющиеся возмущения. Очевидно, что сказанное справедливо как для внешних, так и для параметрических возмущений. В соответствии с методом АКАР введем в рассмотрение макропеременную

$$\psi = x_1 + \alpha x_2 + \beta x_3, \tag{3}$$

где β – параметр, подлежащий определению в процедуре синтеза. Для того, чтобы добиться попадания системы (2) на многообразие $\psi = 0$ (3), потребуем выполнения следующего функционального уравнения

$$T\dot{\psi}(t) + \psi = 0, \tag{4}$$

где параметр $T > 0$, определяет время переходного процесса. Используя явный вид функции ψ (3), а также уравнения состояния системы (2), из (4) получим следующий закон управления:

$$u = -v + \frac{1}{b_1 + \alpha b_2}\left[a_{11}x_1 + a_1x_2 + a_2x_2^2 - a_3x_2^3 + \alpha(-a_{21}x_1 + a_{22}x_2) - (1+\alpha)x_3 - \beta(x_1 + \alpha x_2) - \frac{\psi}{T}\right]. \tag{5}$$

где v – номинальное возмущение. Далее определим уравнения декомпозированной системы, т.е. уравнения движения замкнутой системы (2), (5) на многообразии $\psi = 0$ (3). Из соотношения (3) следует, что

$$x_{1\psi} = -\alpha x_{2\psi} - \beta x_{3\psi}.$$

Учитывая полученное соотношение, замкнутая система (2), (5) примет вид

$$\dot{x}_{2\psi}(t) = a_{21}(-\alpha x_{2\psi} - \beta x_{3\psi}) - a_{22}x_{2\psi} + b_2(u_\psi + v) + x_{3\psi},$$
$$\dot{x}_{3\psi}(t) = -\beta x_{3\psi}. \tag{6}$$

Из второго уравнения системы видно, что оно устойчиво при $\beta > 0$. Рассмотрим поведение первого уравнения. Подставляя в него управление, получим

$$\dot{x}_{2\psi}(t) = -\left(\alpha a_{21} + a_{22} - \frac{b_2}{b_1 + \alpha b_2}(-a_1 + \alpha a_{11} - \alpha a_{22} + \alpha^2 a_{21})\right)x_{2\psi} +$$
$$+\frac{b_2}{b_1 + \alpha b_2}\left[a_2 x_{2\psi}^2 - a_3 x_{2\psi}^3\right] - x_{3\psi}(a_{21}\beta - 1) - \frac{b_2}{b_1 + \alpha b_2}\left[\beta a_{11} - \alpha\beta a_{21} + (1+\alpha) + \beta^2\right]x_{3\psi}. \quad (7)$$

Построим функцию Ляпунова, вычислим ее полную производную в силу (7). При $a_3 >> a_2$ и $\alpha > 1$ квадратичная функция является функцией Ляпунова для (7). Декомпозированная система (6) асимптотически устойчива относительно нулевого положения равновесия, а значит асимптотически устойчива замкнутая система (2), (5). Кроме того при $\alpha >> 1$ свойство асимптотической устойчивости является также параметрически грубым. Численное моделирование синтезированной системы производились при следующих параметрах объекта:
$a_{11} = 0{,}011$, $a_1 = 0{,}04$, $a_2 = 0{,}005$, $a_3 = 0{,}246$, $a_{21} = 1$, $a_{22} = 0{,}057, b_1 = 0{,}011, b_2 = 0{,}009$, $a_{11}^0 = 1{,}5a_{11}$; $a_1^0 = 0{,}6a_1$; $a_2^0 = 1{,}7a_2$; $a_3^0 = 2a_3$; $a_{21}^0 = 0{,}8a_{21}$; $a_{22}^0 = 0{,}7a_{22}$; $b_1^0 = 1{,}3b_1$; $b_2^0 = 1{,}2b_2$; $v = 3$; $v^0 = 3 + Asign(wt))$; $A = 6$, $w = 0{,}2$. Здесь индексом $\{^0\}$ обозначены параметры объекта управления, а без индекса приведены номинальные параметры, подставляемые в управление. Параметры регулятора выбраны в виде $\alpha = 2$, $\beta = 1$, $T = 0{,}05$. Графики приведенные ниже показывают работоспособность построенного регулятора (Рис. 1- 4).

Рисунок 1

Рисунок 2

Рисунок 3

Рисунок 4

Выводы. Использование метода АКАР для процессов синтеза регуляторов подавления неизмеряемых возмущений имеет свои особенности, анализ которых позволяет исследователю подобрать его параметры, которые возможно полностью удовлетворят техническим требованиям со стороны реального процесса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Современная прикладная теория управления: Синергетический подход в теории управления / Под ред. А.А. Колесникова. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000. Ч.II.
2. Терехов В.А., Ефимов Д.В., Тюкин И.Ю. Нейросетевые системы управления /Под ред. А.И. Галушкина. – М.: ИПРЖР, 2002.
3. Structurally stable output regulation of nonlinear systems /C.I.Byrnes, F.D. Priscoli, A. Isidori, W.Kang // Automatica. – 1997. – Vol. 33. – Pp. 369-385.
4. Francis B.A., Wonham W.M. The internal model principle of control theory // Automatica. – 1976. – Vol. 12. – Pp. 457-465.
5. Conant R.C., Ashby W.R. Every good regulator of a system must be a model of that system // Int. J. Syst. Sci. – 1970. – Vol. 1. – Pp. 89- 98.
6. Тюкин И.Ю., Терехов В.А. Адаптация в нелинейных динамических системах. / С-Питер. – 2006. – С. 378.

Поступила в редколлегию 11.03.2013