

## РОЗДІЛ «ЕЛЕКТРОМЕХАНІКА. ЕЛЕКТРОТЕХНІКА»

УДК 62-52

ШЕРЕМЕТ О.І., к.т.н., доцент  
САДОВОЙ О.В.\* , д.т.н., професорДонбаська державна машинобудівна академія  
\*Дніпродзержинський державний технічний університетСИНТЕЗ АВТОМАТИЗОВАНОЇ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ  
ЗА УМОВИ ЧАСТКОВОЇ КОМПЕНСАЦІЇ ОБ'ЄКТА КЕРУВАННЯ  
НА БАЗІ ДИСКРЕТНОГО ЧАСОВОГО ЕКВАЛІЗЕРА

**Вступ.** Використання принципу симетрії структурних схем теоретично дозволяє побудувати безінерційну замкнену електромеханічну систему та забезпечити передатну функцію цієї системи, рівну одиниці [1]. Проте, такий підхід потребує джерел енергії нескінченної потужності, створення яких є неможливим, виходячи із законів фізики. Тому, на практиці, можна говорити лише про часткову компенсацію інерційних властивостей об'єкта керування. У цьому сенсі особливої уваги заслуговує модифікований принцип симетрії, котрий передбачає неповну компенсацію динамічних властивостей об'єкта керування [2].

**Постановка задачі.** Використовуючи матеріали досліджень [3], поставимо задачу розробки метода синтезу замкненої системи автоматичного керування на базі дискретного часового еквалізера за умови часткової компенсації об'єкта керування. При цьому приведена передатна функція об'єкта керування та його оберненої еталонної моделі доповнюються передатною функцією типової динамічної ланки, що забезпечує модифікацію принципу симетрії структурних схем. Якнайкраще для цієї ролі підходить інтегруюча ланка, котра не лише надасть системі реальної динаміки, але й забезпечить перший порядок астатизму [2].

**Результати роботи.** Цифро-аналогова система з дискретним часовим еквалізером та частковою компенсацією об'єкта керування буде містити у собі наступні елементи (рис.1): програму завдання вхідного сигналу та налаштування еквалізера; дискретний часовий еквалізер; два елементи квантування з періодом  $T$ ; цифро-аналоговий перетворювач (екстраполятор нульового порядку); обернену еталонну модель об'єкта керування; блок модифікації зворотного перетворення, що вносить власні динамічні властивості до автоматизованої електромеханічної системи; об'єкт керування, що отримує сигнал керування  $u(t)$  та на який діє декілька збурень  $f_1(t)$ ,  $f_2(t)$ , ...,  $f_q(t)$ ; датчик зворотного зв'язку за вихідною координатою, який виконує вимірювання координати  $y(t)$  та перетворює її на сигнал зворотного зв'язку  $x_{зв.з}(t)$ , що подається на вхід суматора, де віднімається від сигналу  $x_{вх}(t)$ .

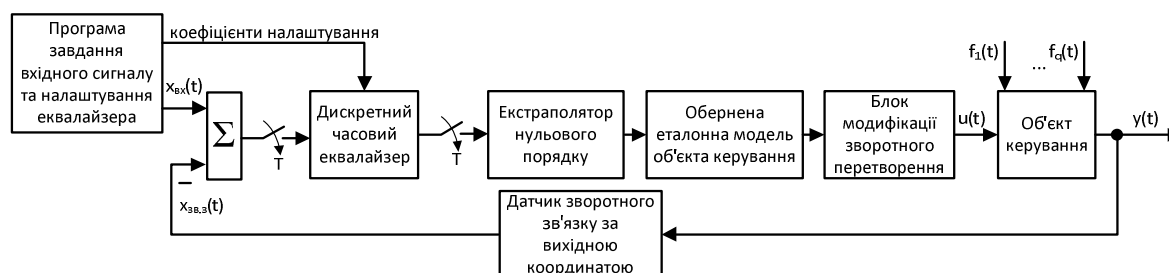


Рисунок 1 – Функціональна схема замкненої електромеханічної системи з дискретним часовим еквалізером при частковій компенсації об'єкта керування

При застосуванні зворотного принципу симетрії структурних схем, розглядаючи його відносно об'єкта у канонічній формі керуваності Фробеніуса [4], неперервна частина системи буде складатись із об'єкта, його оберненої еталонної моделі та блока модифікації зворотного перетворення з передатною функцією  $W_{\text{мод}}(p) = \frac{1}{p}$  (рис.2). Для обмеження величини керуючої дії за блоком модифікації зворотного перетворення з такою передатною функцією може бути встановлена нелінійність типу “насичення” (saturation) [2].

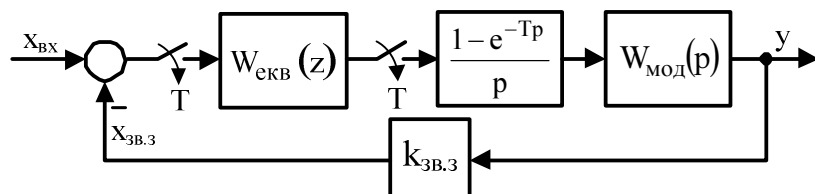


Рисунок 2 – Структурна схема автоматизованої електромеханічної системи за умови часткової компенсації об'єкта керування

Узгодження роботи дискретного часового еквайзера з аналоговою частиною системи виконується за допомогою екстраполятора нульового порядку з наступною передатною функцією:

$$W_{\text{екс}}(p) = \frac{1 - e^{-Tp}}{p} = \frac{z - 1}{zp},$$

де  $p$  – оператор Лапласа;

$z$  – оператор дискретного перетворення;

$T$  – період квантування.

Всю неперервну частину з урахуванням екстраполятора нульового порядку, який „встановлюється” між дискретним часовим еквайзером та неперервною частиною системи, представимо у вигляді приведені передатної функції  $W_{\text{прив}}(z)$ . Виконуючи  $z$ -перетворення, одержимо наступний вираз:

$$W_{\text{прив}}(z) = \frac{z - 1}{z} \cdot Z \left\{ \frac{W_{\text{мод}}(p)}{p} \right\} = \frac{z - 1}{z} \cdot Z \left\{ \frac{1}{p^2} \right\} = \frac{z - 1}{z} \cdot \frac{Tz}{(z - 1)^2} = \frac{T}{z - 1}.$$

Тоді передатна функція замкненої системи у дискретній формі  $W_3(z)$  за рис.2 становитиме

$$W_3(z) = \frac{W_{\text{екв}}(z)W_{\text{прив}}(z)}{1 + W_{\text{екв}}(z)W_{\text{прив}}(z)k_{\text{зв.з}}} = \frac{W_{\text{екв}}(z)\frac{T}{z - 1}}{1 + W_{\text{екв}}(z)\frac{T}{z - 1}k_{\text{зв.з}}} = \frac{TW_{\text{екв}}(z)}{z + TW_{\text{екв}}(z)k_{\text{зв.з}} - 1}.$$

Дискретний часовий еквайзер повинен виконувати налаштування системи на дискретну перехідну функцію кінцевої тривалості, котра теоретично можлива за умови зведення характеристичного рівняння до вигляду  $z^n$ . Тоді бажана передатна функція приведені до дискретного вигляду цифро-аналогової системи буде наступною (порядок чисельника може бути меншим за порядок знаменника або йому дорівнювати):

$$W_6(z) = \frac{a_k z^k + a_{k-1} z^{k-1} + a_{k-2} z^{k-2} + \dots + a_1 z + a_0}{z^k},$$

де  $k$  – порядок характеристичного рівняння (повинен співпадати або бути більшим за порядок характеристичного рівняння об'єкта керування  $k \geq n$ );

$a_k, a_{k-1}, a_{k-2}, \dots, a_1, a_0$  – коефіцієнти, що характеризують збільшення рівнів перехідної функції на кожному такті квантування.

Прирівнюючи передатну функцію замкненої системи  $W_3(z)$  з бажаною передатною функцією  $W_6(z)$ , одержимо математичний вираз для дискретного часового еквалайзера

$$\frac{TW_{\text{екв}}(z)}{z + TW_{\text{екв}}(z)k_{\text{зв.з}} - 1} = \frac{a_k z^k + a_{k-1} z^{k-1} + a_{k-2} z^{k-2} + \dots + a_1 z + a_0}{z^k},$$

$$\begin{aligned} TW_{\text{екв}}(z)z^k - TW_{\text{екв}}(z)k_{\text{зв.з}}(a_k z^k + a_{k-1} z^{k-1} + a_{k-2} z^{k-2} + \dots + a_1 z + a_0) = \\ = a_k z^{k+1} + a_{k-1} z^k + a_{k-2} z^{k-1} + \dots + a_1 z^2 + a_0 z - \\ - a_k z^k - a_{k-1} z^{k-1} - a_{k-2} z^{k-2} - \dots - a_1 z - a_0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{\text{екв}}(z)((T - Tk_{\text{зв.з}}a_k)z^k - Tk_{\text{зв.з}}a_{k-1}z^{k-1} - Tk_{\text{зв.з}}a_{k-2}z^{k-2} - \dots - Tk_{\text{зв.з}}a_1z - Tk_{\text{зв.з}}a_0) = \\ = a_k z^{k+1} + (a_{k-1} - a_k)z^k + (a_{k-2} - a_{k-1})z^{k-1} + \dots + (a_0 - a_1)z - a_0, \end{aligned}$$

$$W_{\text{екв}}(z) = \frac{a_k z^{k+1} + (a_{k-1} - a_k)z^k + (a_{k-2} - a_{k-1})z^{k-1} + \dots + (a_0 - a_1)z - a_0}{(T - Tk_{\text{зв.з}}a_k)z^k - Tk_{\text{зв.з}}a_{k-1}z^{k-1} - Tk_{\text{зв.з}}a_{k-2}z^{k-2} - \dots - Tk_{\text{зв.з}}a_1z - Tk_{\text{зв.з}}a_0}.$$

Для виконання умови фізичної реалізації регулятора [5] порядок чисельника його передатної функції не повинен перевищувати порядку знаменника. Тому в одержаному виразі для  $W_{\text{екв}}(z)$  слід прийняти значення коефіцієнта  $a_k = 0$ . При цьому бажана перехідна функція буде мати запізнення на один період квантування, так як це показано на рис.3.

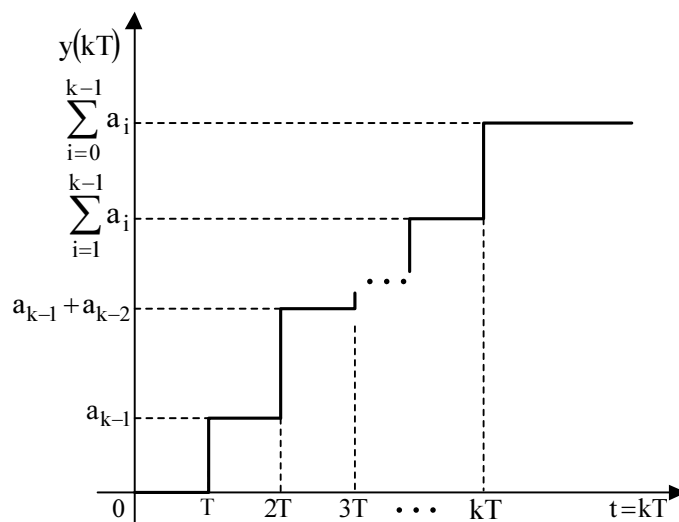


Рисунок 3 – Перехідна функція у автоматизованій електромеханічній системі з дискретним часовим еквалайзером та застосуванням модифікованого принципу симетрії структурних схем

Передатна функція дискретного часового еквалайзера, яка може бути фізично реалізованою, матиме наступний вигляд:

$$W_{\text{екв}}(z) = \frac{a_{k-1}z^k + (a_{k-2} - a_{k-1})z^{k-1} + \dots + (a_0 - a_1)z - a_0}{Tz^k - Tk_{\text{зв.з}}a_{k-1}z^{k-1} - Tk_{\text{зв.з}}a_{k-2}z^{k-2} - \dots - Tk_{\text{зв.з}}a_1z - Tk_{\text{зв.з}}a_0} =$$

$$= \frac{a_{k-1}z^k + \sum_{i=1}^{k-1} (a_{i-1} - a_i)z^i - a_0}{Tz^k - Tk_{\text{зв.з}} \sum_{i=0}^{k-1} a_i z^i}.$$

В якості прикладу налаштуємо дискретний еквалайзер на перехідну функцію, наведену на рис.4.

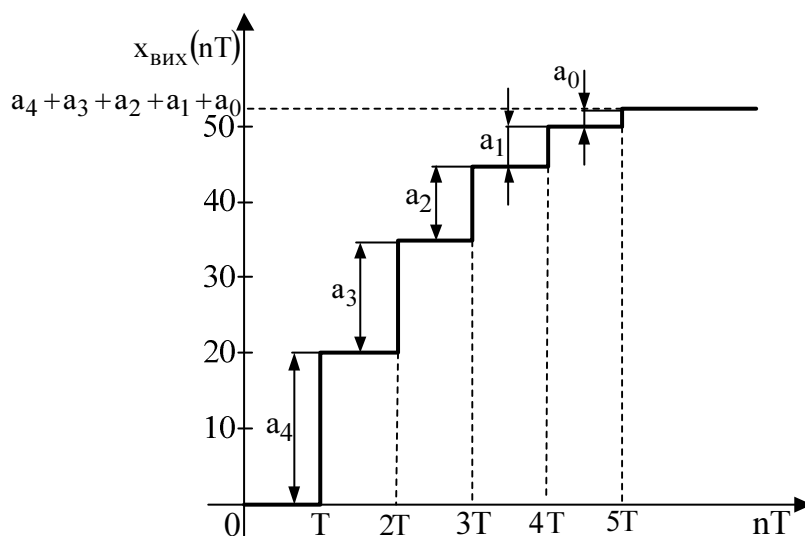


Рисунок 4 – Приклад перехідної функції у автоматизованій електромеханічній системі з дискретним часовим еквалайзером

Період квантування прийемо  $T = 0,02$  с. Коефіцієнт зворотного зв'язку  $k_{\text{зв.з}} = 0,1$ . Тоді  $Tk_{\text{зв.з}} = 0,002$ . Виходячи з наведеної перехідної функції (рис.4), коефіцієнти еквалайзера при  $k = 5$  становитимуть  $a_4 = 20$ ,  $a_3 = 15$ ,  $a_2 = 10$ ,  $a_1 = 5$ ,  $a_0 = 2,5$ . Передатна функція еквалайзера з урахуванням цих чисельних значень буде наступною:

$$W_{\text{екв}}(z) = \frac{20z^5 + (15 - 20)z^4 + (10 - 15)z^3 + (5 - 10)z^2 + (2,5 - 5)z - 2,5}{0,02z^5 - 0,002 \cdot 20z^4 - 0,002 \cdot 15z^3 - 0,002 \cdot 10z^2 - 0,002 \cdot 5z - 0,002 \cdot 2,5} =$$

$$= \frac{20z^5 - 5z^4 - 5z^3 - 5z^2 - 2,5z - 2,5}{0,02z^5 - 0,04z^4 - 0,03z^3 - 0,02z^2 - 0,01z - 0,005}.$$

Промодельюємо роботу дискретного часового еквалайзера з одержаною передатною функцією у програмному середовищі MATLAB Simulink. У якості об'єкта оберемо двигун постійного струму, що живиться від тиристорного перетворювача (рис.5). Тиристорний перетворювач представлено у вигляді аперіодичної ланки з коефіцієнтом підсилення  $k_{\text{тп}} = 50$  та некомпенсованою сталою часу  $T_{\mu} = 0,005$  с. Двигун постійного струму розділений на дві складові: електричну та механічну. Електрична складова (з електричним струмом в якості вихідного параметра) є аперіодичною ланкою з електро-

магнітною сталою часу  $T_{\text{я}} = 0,05$  с. Активний опір якорного кола двигуна постійного струму  $R_{\text{я}} = 2,2$  Ом. Конструктивний коефіцієнт двигуна  $C = 2,1$  В·с. Механічна складова представлена інтегруючою ланкою з коефіцієнтом підсилення  $R_{\text{я}}/C$  та електро-механічною сталою часу  $T_{\text{м}} = 0,1$  с.

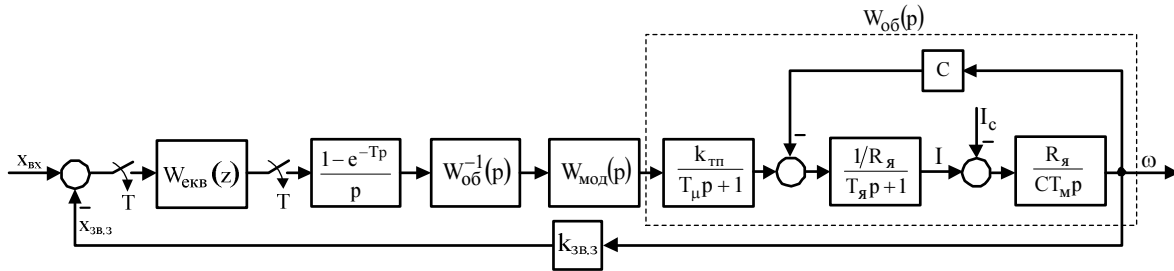


Рисунок 5 – Структурна схема системи з дискретним часовим еквалайзером та двигуном постійного струму, що живиться від тиристорного перетворювача, у якості об'єкта керування

На структурній схемі (рис.5) тиристорний перетворювач та двигун постійного струму (з урахуванням зворотного зв'язку за ЕРС) зводяться до однієї передатної функції –  $W_{\text{об}}(p)$ . Обернена еталонна модель об'єкта керування показана як  $W_{\text{об}}^{-1}(p)$ . У якості збурення виступає струм статичного навантаження  $I_c$ . Передатна функція об'єкта керування за керуючою дією становитиме:

$$\begin{aligned} W_{\text{об}}(p) &= \frac{k_{\text{тп}}}{T_{\mu}p + 1} \cdot \frac{R_{\text{я}} \cdot 1/R_{\text{я}}}{1 + \frac{R_{\text{я}} \cdot 1/R_{\text{я}}}{CT_{\text{мп}} T_{\text{я}}p + 1} \cdot C} = \frac{k_{\text{тп}}}{T_{\mu}p + 1} \cdot \frac{1}{1 + \frac{CT_{\text{мп}}(T_{\text{я}}p + 1)}{T_{\text{мп}}(T_{\text{я}}p + 1)}} = \\ &= \frac{k_{\text{тп}}}{T_{\mu}p + 1} \cdot \frac{1/C}{T_{\text{мп}}(T_{\text{я}}p + 1) + 1} = \frac{k_{\text{тп}}/C}{(T_{\text{я}}T_{\text{мп}}p^2 + T_{\text{мп}}p + 1)(T_{\mu}p + 1)} = \\ &= \frac{k_{\text{тп}}/C}{T_{\text{я}}T_{\text{мп}}T_{\mu}p^3 + T_{\text{я}}T_{\text{мп}}p^2 + T_{\text{мп}}T_{\mu}p^2 + T_{\text{мп}}p + T_{\mu}p + 1} = \\ &= \frac{k_{\text{тп}}/C}{T_{\text{я}}T_{\text{мп}}T_{\mu}p^3 + (T_{\text{я}}T_{\text{мп}} + T_{\text{мп}}T_{\mu})p^2 + (T_{\text{мп}} + T_{\mu})p + 1} = \\ &= \frac{k_{\text{тп}}/(CT_{\text{я}}T_{\text{мп}}T_{\mu})}{p^3 + \frac{(T_{\text{я}}T_{\text{мп}} + T_{\text{мп}}T_{\mu})}{CT_{\text{я}}T_{\text{мп}}T_{\mu}}p^2 + \frac{(T_{\text{мп}} + T_{\mu})}{CT_{\text{я}}T_{\text{мп}}T_{\mu}}p + \frac{1}{CT_{\text{я}}T_{\text{мп}}T_{\mu}}} = \frac{\beta_0}{p^3 + \alpha_2p^2 + \alpha_1p + \alpha_0}. \end{aligned}$$

Одержані коефіцієнти для об'єкта керування у відповідності до канонічної форми керуваності Фробеніуса:

$$\beta_0 = k_{\text{тп}}/(CT_{\text{я}}T_{\text{мп}}T_{\mu}), \quad \alpha_0 = \frac{1}{CT_{\text{я}}T_{\text{мп}}T_{\mu}}, \quad \alpha_1 = \frac{(T_{\text{мп}} + T_{\mu})}{CT_{\text{я}}T_{\text{мп}}T_{\mu}}, \quad \alpha_2 = \frac{(T_{\text{я}}T_{\text{мп}} + T_{\text{мп}}T_{\mu})}{CT_{\text{я}}T_{\text{мп}}T_{\mu}}.$$

Передатна функція об'єкта керування з використанням першої канонічної форми керуваності буде такою, як показано на рис.6.

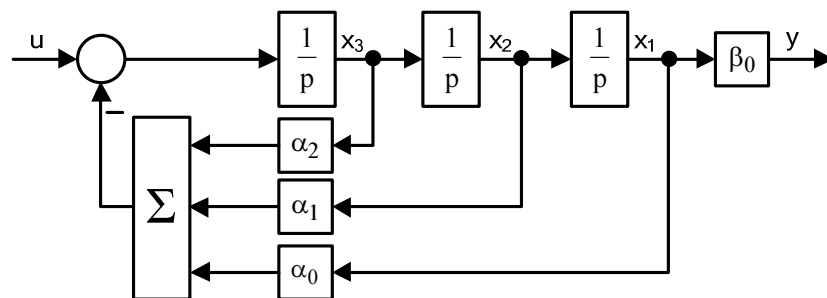


Рисунок 6 – Структурна схема об’єкта керування у першій канонічній формі керуваності

Використовуючи принципи симетрії, представимо структурну схему оберненої еталонної моделі об’єкта керування наступним чином (рис.7):

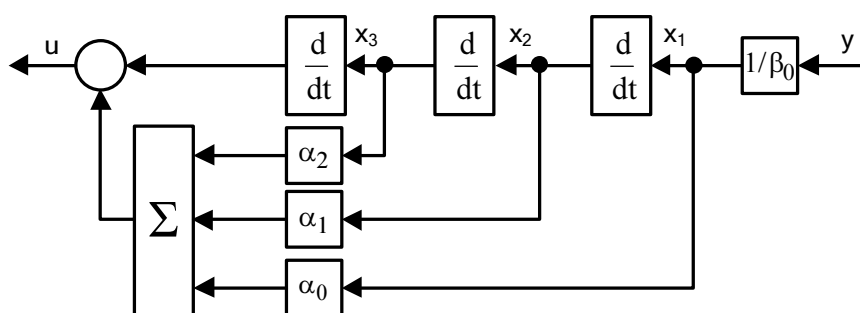


Рисунок 7 – Структурна схема оберненої еталонної моделі об’єкта керування

Розрахункові значення коефіцієнтів структурних схем, наведених на рис.6 та 7, у відповідності до прийнятих вище чисельних значень параметрів об’єкта керування складуть:

$$\beta_0 = k_{\text{тп}} / (C T_{\text{я}} T_{\text{м}} T_{\text{м}}) = 50 / (2,1 \cdot 0,05 \cdot 0,1 \cdot 0,005) = 952380,95;$$

$$\alpha_0 = \frac{1}{C T_{\text{я}} T_{\text{м}} T_{\text{м}}} = \frac{1}{2,1 \cdot 0,05 \cdot 0,1 \cdot 0,005} = 19047,62;$$

$$\alpha_1 = \frac{(T_{\text{м}} + T_{\text{м}})}{C T_{\text{я}} T_{\text{м}} T_{\text{м}}} = \frac{0,1 + 0,005}{2,1 \cdot 0,05 \cdot 0,1 \cdot 0,005} = 2000;$$

$$\alpha_2 = \frac{(T_{\text{я}} T_{\text{м}} + T_{\text{м}} T_{\text{м}})}{C T_{\text{я}} T_{\text{м}} T_{\text{м}}} = \frac{0,05 \cdot 0,1 + 0,1 \cdot 0,005}{2,1 \cdot 0,05 \cdot 0,1 \cdot 0,005} = 104,76.$$

Модель автоматизованої електромеханічної системи з дискретним часовим еквалайзером за умови часткової компенсації об’єкта керування наведено на рис.8. Також на рис.8 показано канал формування еталонної дискретної перехідної функції, коли об’єкт керування повністю скомпенсований оберненою еталонною моделлю, а дискретний часовий еквалайзер подає сигнал керування на приведену частину системи з передатною функцією  $W_{\text{прив}}(z)$ , яка визначається блоком модифікації зворотного перетворення (відповідає дискретній передатній функції інтегратора Integrator2 –  $T/(z-1)$ ).

Передатна функція блоку модифікації зворотного перетворення представлена аналоговим інтегратором – Integrator1, об’єкт керування – блок Object, екстраполятори нульового порядку – блоки Zero-Oder Hold1 та Zero-Oder Hold2.

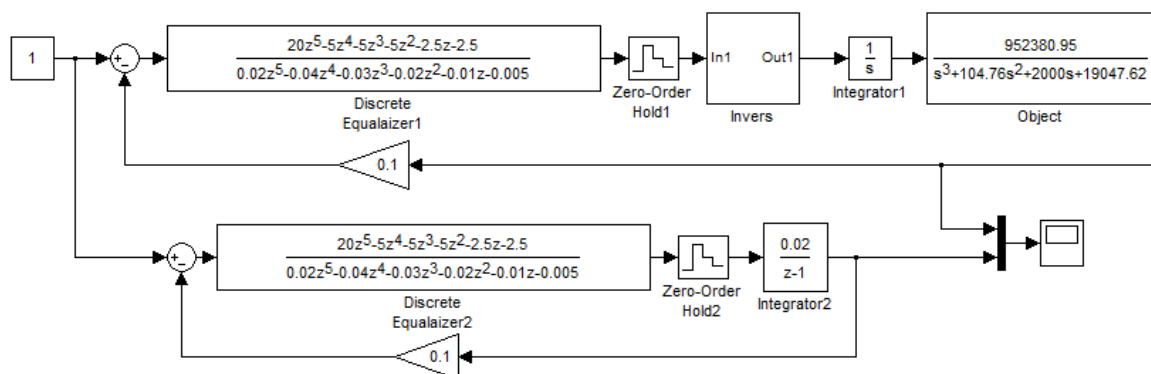


Рисунок 8 – Модель автоматизованої електромеханічної системи з дискретним часовим еквалайзером за умови часткової компенсації об’єкта керування

Обернена еталонна модель об’єкта керування показана у вигляді маскованої підсистеми Invers, склад якої розкрито на рис.9.

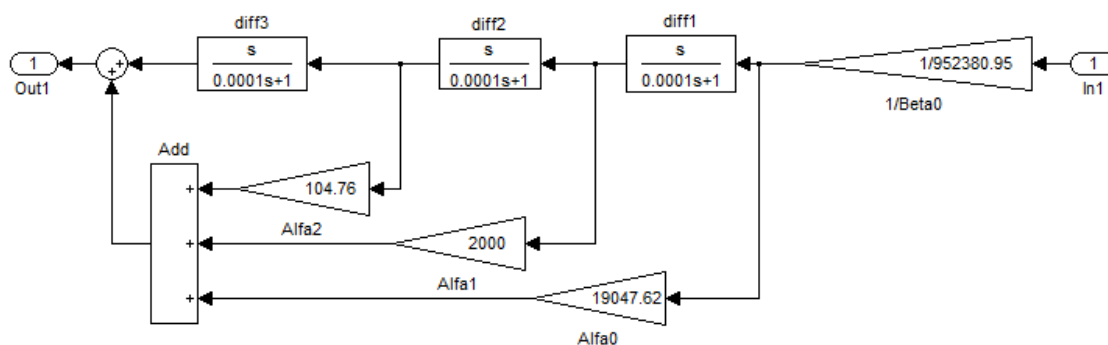


Рисунок 9 – Обернена еталонна модель об’єкта керування

Під час моделювання оберненої еталонної моделі (рис.9) замість блоків ідеального диференціювання встановлювались передатні функції, що реалізували реальне диференціювання (diff1 – diff3). Необхідність цього кроку обумовлена тим, що MATLAB Simulink не завжди коректно працює зі стандартним блоком диференціювання Derivative. Перехідні функції, отримані на виході математичної моделі, проілюстровані на рис.10.

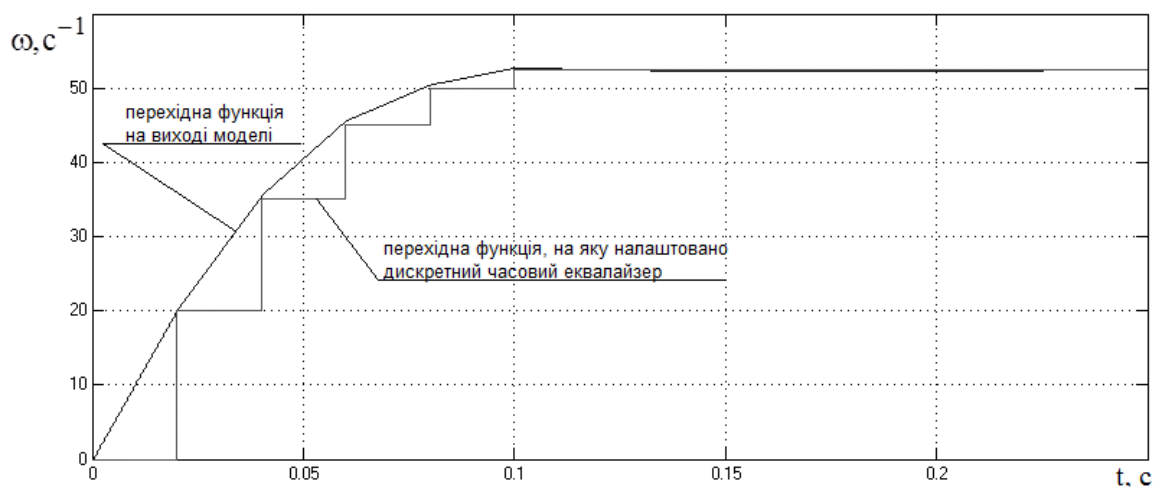


Рисунок 10 – Перехідні функції, отримані на виході математичної моделі

Слід зазначити, що точність відтворення перехідних функцій у MATLAB Simulink суттєво залежить від обраного чисельного методу моделювання та його налаштувань. Так, перехідні функції, що наведені на рис.10, були одержані при розрахунках за методом Дорманда-Принца при максимальному значенні адаптивного кроку  $10^{-5}$ .

Аналізуючи рис.10, можна зазначити, що ступінчастий характер перехідних функцій, на який налаштовано дискретний еквалайзер, у реальній системі замінюється на прямолінійні відрізки, тобто чітко спостерігається проявлення інтегруючих властивостей блоку модифікації зворотного перетворення. Це узагальнення можна проілюструвати рис.11.

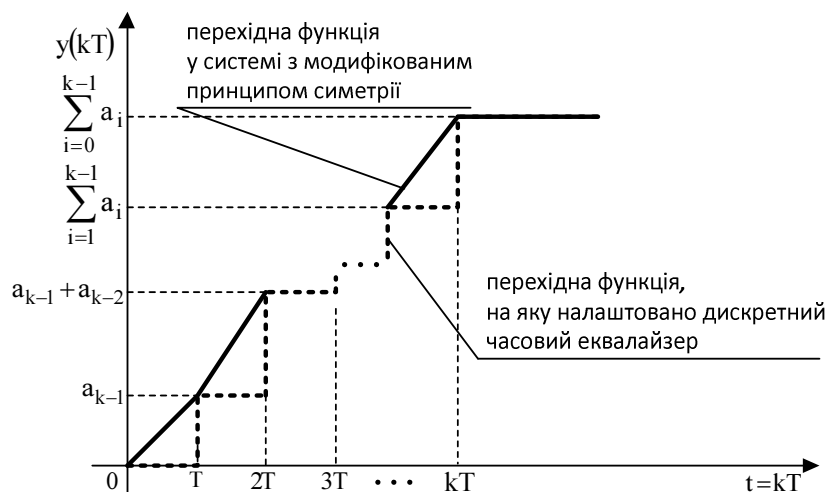


Рисунок 11 – Перехідні функції у загальному вигляді

**Висновки.** Метод синтезу автоматизованих електромеханічних систем на базі дискретного часового еквалайзера можна застосовувати для замкнених систем з урахуванням модифікованого принципу симетрії, який полягає у встановленні блоку модифікації зворотного перетворення (інтегруючої ланки) між оберненою еталонною моделлю об'єкта керування та самим об'єктом керування. При цьому можна одержати реально досяжні динамічні режими роботи, а також забезпечити перший порядок астатизму.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики в теории автоматического управления. Цикл лекций: учеб. пособие для вузов / – М.: Машиностроение, 2004. – 576с.
2. Садовой А.В. Системы оптимального управления прецизионными электроприводами / А.В.Садовой, Б.В.Сухинин, Ю.В.Сохина; под ред. А.В.Садового. – К.: ИСИМО, 1996. – 298с.
3. Садовой О.В. Аналітичний синтез регуляторів за квантованою формою бажаної перехідної функції / О.В.Садовой, О.І.Шеремет // Збірник наукових праць Дніпродзержинського державного технічного університету: (технічні науки). – Дніпродзержинськ: ДДТУ. – 2010. – Випуск 1(14). – С.258-264.
4. Толочко О.І. Аналіз та синтез електромеханічних систем зі спостерігачами стану: навч. посібник для студентів вищих навчальних закладів / Толочко О.І. – Донецьк: Норд-Прес, 2004. – 298с.
5. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т. 1. Линейные системы / Ким Д.П. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 288с.

Надійшла до редколегії 04.04.2013.