Висновки. З наведених графіків неважко бачити, що початкові напруження суттєво впливають на критичні частоти мод. Для всіх мод, окрім нульових антисиметричної та симетричної,попередній розтяг пружного шару призводить до зменшення величин швидкостей мод в околі частот їх зародження.

ЛІТЕРАТУРА

1. Викторов И.А. Типы звуковых поверхностных волн в твердых телах (обзор) / Викторов И.А. // Акустический журнал. – 1979. – Вып. 1 (25). – С.1-17.
2. Викторов И.А. Звуковые поверхностные волны в твердых телах / Викторов И.А. – М.: Наука, 1981. – 288с.
3. Багно А.М. Упругие волны в предварительно напряжённых телах, взаимодействующих с жидкостью (обзор) / Багно А.М., Гузь А.Н. // Прикладная механика. – 1997. – № 6 (33). – С.3-39.
4. Гузь А.Н. О задачах аэрогидроупругости для тел с начальными напряжениями / Гузь А.Н. // Прикладная механика. – 1980. – № 3 (16). – С.3-21.
5. Гузь А.Н. Упругие волны в телах с начальными напряжениями. В 2-х томах / Гузь А.Н. – К.: Наукова думка, 1986. – 286с.
6. Гузь А.Н. Динамика сжимаемой вязкой жидкости / Гузь А.Н. – К.: А.С.К., 1998. – 350с.
7. Гузь А.Н. Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями / Гузь А.Н. – К.: А.С.К., 2004. – 672с.
8. Гузь А.Н. Введение в акустоупругость / Гузь А.Н., Махорт Ф.Г., Гуща О.И. – К.: Наукова думка, 1977. – 152с.
9. Гузь А.Н. Волны в слое с начальными напряжениями / Гузь А.Н., Жук А.П., Махорт Ф.Г. – К.: Наук.думка, 1976. – 104с.
10. Бабич С.Ю. Упругие волны в телах с начальными напряжениями / Бабич С.Ю., Гузь А.Н., Жук А.П. // Прикладная механика. – 1979. – № 4 (15). – С.3-23.
11. Жук А.П. Волны Стонли в среде с начальными напряжениями / Жук А.П. // Прикладная механика. – 1980. – № 1 (16). – С.113-114.

Надійшла до редколегії 28.03.2014.

УДК 534.075

НАЗАРЕНКО В.М., д.т.н.
ДОВЖИК М.В., к.т.н.

Институт механики им. С.П.Тимошенко НАН України

РАЗРУШЕНИЕ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ СЖАТИИ ВДОЛЬ ПРИПОВЕРХНОСТНОЙ ДИСКООБРАЗНОЙ ТРЕЩИНЫ ПРИ МАЛЫХ РАССТОЯНИЯХ МЕЖДУ ТРЕЩИНОЙ И СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Введение. Разрушение материала при сжатии вдоль трещин одна из неклассических проблем механики разрушения. В случае нагружения материала вдоль плоскости расположения трещины применяется два подхода. Первый из них базируется на применении приближенных расчетных схем [1], когда вычленяемый трещинами элемент заменяется балкой, пластиной или оболочкой. Второй предложен в работах А.Н.Гузя [2]. В качестве критерия разрушения в этом случае используется критерий локальной потери устойчивости материала в окрестностях трещины, в рамках трехмерной линеаризированной теории упругой устойчивости [2]. Согласно этому подходу, процесс разрушения инициируется моментом локальной потери устойчивости материала вблизи трещин, а критические параметры сжатия определяются из решения соответствующих задач на собственные значения, в рамках трехмерной линеаризированной теории устойчивости деформируемых тел. В рамках этого подхода получены результаты для эластичных пластических и композитных материалов.

Постановка задачи. Работа посвящена исследованию задач про разрушение композитного материала с приповерхностной дискообразной трещиной радиуса a, расположенной в плоскости $x_3 = 0$ при сжатии вдоль трещины в осесимметричной постановке. В случае тела с макротрещиной, когда размеры трещины значительно больше размеров микроструктур композит рассматривается в виде анизотропной среды с наведенными макрохарактеристиками [4].

Задача сводится к решению системы интегральных уравнений Фредгольма с дополнительным условием

$$\begin{gathered} f(\xi)+\frac{1}{\pi k}\int_0^1 M_1(\xi,\eta)f(\eta)d\eta+\frac{1}{\pi k}\int_0^1 N_1(\xi,\eta)g(\eta)d\eta=0; \\ g(\xi)+\frac{1}{\pi k}\int_0^1 M_2(\xi,\eta)g(\eta)d\eta+\frac{1}{\pi k}\int_0^1 N_2(\xi,\eta)f(\eta)d\eta+\tilde{C}_1=0; \\ \int_0^1 g(\xi)d\xi=0 \qquad (0\le\xi\le 1, 0\le\eta\le 1). \end{gathered} \tag{1}$$

Методика решения. Для дальнейших исследований применялась численно аналитическая методика решения интегральных уравнений Фредгольма, позволившая получить результаты при исследовании упругих высокоэластичных материалов, предложенная в работах [5, 6]. Для поиска критических укорочений, и напряжений из интегральных уравнений (1) использовалась процедура, построенная на методе Бубнова-Гальоркина. В качестве системы координатных функций использовались степенные функции. В отличии от предыдущих робот [2-4], где после подстановки координатных функций в систему интегральных уравнений (1) при дальнейшем исследовании сразу проводилось численное интегрирование системы, предложенная численно-аналитическая методика, позволяет, используя современный пакет символьных вычислений, аналитически посчитать интегралы от ядер интегральных уравнений (1). Это позволило при дальнейших расчетах получить большую точность.

После использования данной методики, система интегральных уравнений (1) сводится к решению системы из 2(N+1)+1 уравнения

$$\begin{gathered} \sum_{i=0}^{N} F_i F_{1ji}+\sum_{i=0}^{N} G_i G_{1ji}=0;\ \sum_{i=0}^{N} F_i F_{2ji}+\sum_{i=0}^{N} G_i G_{2ji}+\tilde{C}_1=0; \\ \sum_{i=0}^{N}\frac{1}{i+1}G_i=0,\quad 0\le j\le N, \end{gathered} \tag{2}$$

с неизвестными величинами F_i, G_i, $\tilde{C}_1$, $i\in[0,N]$, где F_{kji}, G_{kji} – точные выражения, посчитанные аналитически, зависящие от констант материала и безразмерного расстояния между трещинами $\beta = ha^{-1}$.

Результаты работы. В качестве примера проведено исследование композита с приведенными характеристиками трансверсально-изотропной среды $\nu = 0,3$; $\nu' = 0.2$; $G'/E = 0.1$; $E'/E = 0.5$.

Так на графиках показана зависимость критических напряжений от безразмерного расстояния между трещиной и свободной поверхностью для больших расстояний (рис.1) и для малых (рис.2). При этом результаты, полученные для больших значений безразмерных расстояний, совпадают с результатами, полученными ранее [4].

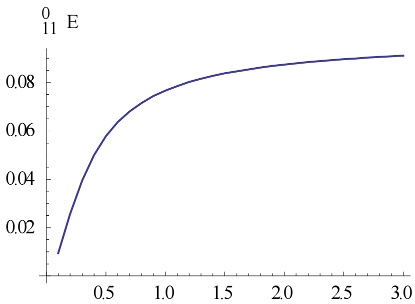

Рисунок 1

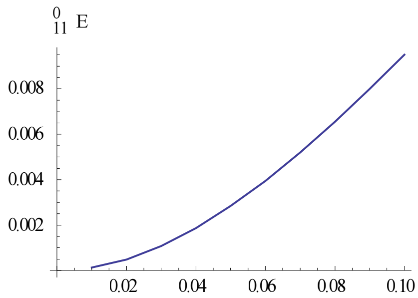

Рисунок 2

В табл.1 приведены результаты критических напряжений для очень малых безразмерных расстояний, а также значение коэффициента A, исходя из предположения, что $\sigma_{11}^{0}/E = A\beta^{2}$.

Таблица 1

β	σ_{11}^{0}/E	A
$9\cdot10^{-2}$	$-7.997\cdot10^{-3}$	-0.987
$8\cdot10^{-2}$	$-6.553\cdot10^{-3}$	-1.024
$7\cdot10^{-2}$	$-5.197\cdot10^{-3}$	-1.061
$6\cdot10^{-2}$	$-3.951\cdot10^{-3}$	-1.097
$5\cdot10^{-2}$	$-2.834\cdot10^{-3}$	-1.134
$4\cdot10^{-2}$	$-1.871\cdot10^{-3}$	-1.169
$3\cdot10^{-2}$	$-1.084\cdot10^{-3}$	-1.204
$2\cdot10^{-2}$	$-4.947\cdot10^{-4}$	-1.237
$1\cdot10^{-2}$	$-1.268\cdot10^{-4}$	-1.268
$1\cdot10^{-3}$	$-1.290\cdot10^{-6}$	-1.290
$1\cdot10^{-4}$	$-1.287\cdot10^{-8}$	-1.287
$1\cdot10^{-5}$	$-1.285\cdot10^{-10}$	-1.285
$1\cdot10^{-6}$	$-1.284\cdot10^{-12}$	-1.284
$1\cdot10^{-9}$	$-1.284\cdot10^{-18}$	-1.284

Выводы. Используя численно аналитическую методику из [5, 6] для композитного материала с приповерхностной дискообразной трещиной, получены критические параметры разрушения для больших и малых значений относительных расстояний между трещинами.

Из анализа полученных результатов можно определить, что при малых значениях безразмерных расстояний критические напряжения σ_{11}^{0}/E имеют квадратичную зависимость от безразмерного расстояния с коэффициентом $A = -1.28$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Obreimoff I.W. The splitting strength of mica / Obreimoff I.W. // Proc. Roy. Soc. of London. – 1930. – 127 A. – P.290-297.
2. Гузь А.Н. Механика хрупкого разрушения материалов с начальными напряжениями / Гузь А.Н. – К.: Наукова думка, 1983. – 296с.
3. Гузь А.Н. Механика разрушения материалов при сжатии вдоль трещин (обзор). Высокоэластичные материалы / Гузь А.Н., Назаренко В.М. // Прикладная механика. – 1989 – № 9 (25). – С.3-32.
4. Гузь А.Н. Механика разрушения материалов при сжатии вдоль трещин (обзор). Конструкционные материалы / Гузь А.Н., Назаренко В.М. // Прикладная механика. – 1989 – №10 (26). – С.3-19.
5. Гузь А.Н. Разрушение материалов при сжатии вдоль приповерхностной трещины для малых расстояний между свободной поверхностью и трещиной / А.Н.Гузь, М.В.Довжик, В.М.Назаренко // Прикладная механика. – 2011. – Т. 47, № 6. – С.28-37.
6. Довжик М.В. Разрушение полупространства при сжатии вдоль приповерхностной дискообразной трещины для малых расстояний между свободной поверхностью и трещиной / М.В.Довжик // Прикладная механика. – 2012. – Т. 48, № 3. – С.79-88.

Поступила в редколлегию 28.03.2014.