

Днепродзержинский государственный технический университет

ОБЕСПЕЧЕНИЕ АПЕРИОДИЧЕСКОГО СКОЛЬЗЯЩЕГО РЕЖИМА СИСТЕМЫ ПОДЧИНЁННОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ПОЛОЖЕНИЯ ПЕРЕНОСОМ ТОЧЕК ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ РЕЛЕЙНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ

Введение. Перерегулирование по положению является недопустимым для позиционных электроприводов из технологических соображений. Релейные системы подчинённого регулирования (СПР), синтезированные методом N-i переключений [1], способны сформировать переходный процесс с максимальным при заданных ограничениях быстродействием, являющийся предельно-апериодическим «в большом». Однако, в результате применения данного метода параметрической оптимизации регулятор положения приобретает колебательное уравнение скольжения для части диапазона перемещений, что обуславливает перерегулирование «в малом». Устранение этого негативного эффекта возможно в системах управления с адаптацией настройки регуляторов в реальном времени.

Постановка задачи. Система дифференциальных уравнений динамики позиционного электропривода постоянного тока имеет вид

$$\left. \begin{aligned} p\varphi &= \omega \\ p\omega &= \varepsilon = \frac{k_p \cdot c}{J} \cdot (i - i_c) \\ p\varepsilon &= a = \frac{k_p \cdot c}{J} \cdot \frac{u - R \cdot i - c \cdot \omega}{L} \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где $\varphi, \omega, \varepsilon, a$ – соответственно угловые положение, скорость, ускорение и рывок исполнительного вала; i – ток якоря; u – напряжение преобразователя; $k_p, R, L, J, c = k\Phi$ – параметры электропривода.

Применение метода N-i переключений [1] позволяет выполнить для электромеханической системы (1) параметрический синтез каскада релейных регуляторов

$$\left. \begin{aligned} u_{R1} &= u_{R\varphi} = \omega^* = \omega_{\max} \cdot \text{sign}(\varphi^* - \varphi - K_{\varphi\omega} \cdot \omega - K_{\varphi\varepsilon} \cdot \varepsilon) \\ u_{R2} &= u_{R\omega} = \varepsilon^* = \varepsilon_{\max} \cdot \text{sign}(\omega^* - \omega - K_{\omega\varepsilon} \cdot \varepsilon) \\ u_{R3} &= u_{R\varepsilon} = u^* = U_{\max} \cdot \text{sign}(\varepsilon^* - \varepsilon) \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

где $K_{\varphi\omega}, K_{\varphi\varepsilon}, K_{\omega\varepsilon}$ – коэффициенты обратных связей; символом * отмечены заданные значения соответствующих переменных, как входные, так и формируемые регуляторами для подчинённых им контуров; индексами max отмечены уровни ограничения координат состояния.

Результаты работ [2, 3] указывают на колебательный характер скользющего режима регулятора положения, синтезированного методом N-i переключений, при настройке СПР на позиционирование в диапазоне малых перемещений [2] и в части ди-

апазона средних перемещений [3], удовлетворяющей неравенству

$$\varphi \leq \frac{10+6\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\varepsilon_{\max}^3}{a_{\max}^2} \quad (3)$$

Подобный эффект возникает при типичной для данного метода синтеза привязке переключений регуляторов к моментам начала снижения производных регулируемой координаты на расчётной траектории оптимального по быстродействию переходного процесса. Соответствующее расположение характерных точек переключения X^{ij} на временных диаграммах режимов большого и малого перемещений показано на рис.1, а, б, где индекс i указывает на номер регулятора в каскаде (2) согласно его иерархическому положению, а индекс j указывает на очерёдность переключения в указанной точке. Диаграммы не отражают масштабы величин и носят качественный характер.

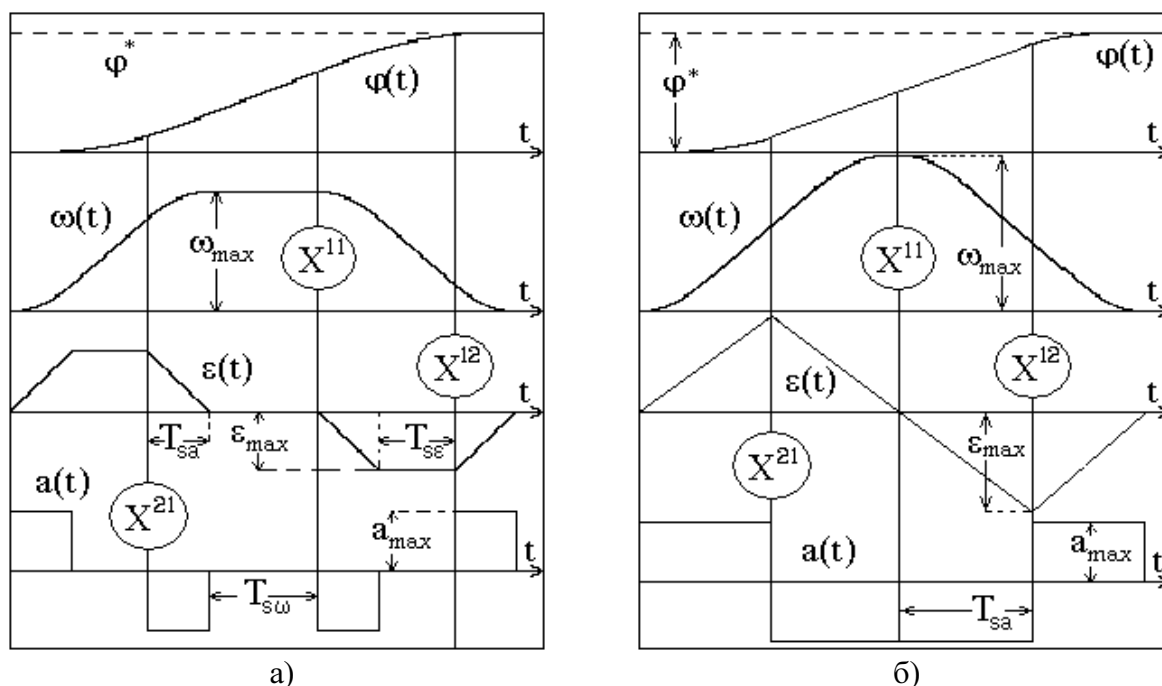


Рисунок 1 – Выбор характерных точек для режимов больших (а) и малых (б) перемещений согласно общему правилу метода N-i переключений

В статье [4] выполнен синтез релейного регулятора одноконтурной системы регулирования положения для режимов малых перемещений, при котором расположение точек переключения выбрано согласно требованиям теоремы об N интервалах (рис.2, а). При этом характерная точка X^{11} была перенесена из точки начала снижения скорости «С» в точку первого изменения знака управляющего напряжения «В» (стрелка на рис.2, а). Наряду с возможностью упрощения алгоритма управления такой подход позволил синтезировать коэффициенты обратных связей, при которых характеристическое уравнение замкнутой системы

$$K_{\varphi\varepsilon} \cdot p^2 + K_{\varphi\omega} \cdot p + 1 = 0 \quad (4)$$

имеет действительные корни, что обеспечивает апериодическое вхождение R_1 в скользящий режим.

Однако синтезируемый по результатам работы [4] алгоритм управления обеспечивает неколебательный скользящий режим лишь для части определяемого неравенст-

вом (3) «проблемного» діапазона перемещений. Задача настоящей работы состоит в распространении примененного в [4] принципа выбора точек переключения на траектории более сложной формы в рамках метода N-i переключений с целью формирования предельно-апериодического переходного процесса, удовлетворяющего требованиям к позиционным электроприводам во всём диапазоне воспроизводимых перемещений.

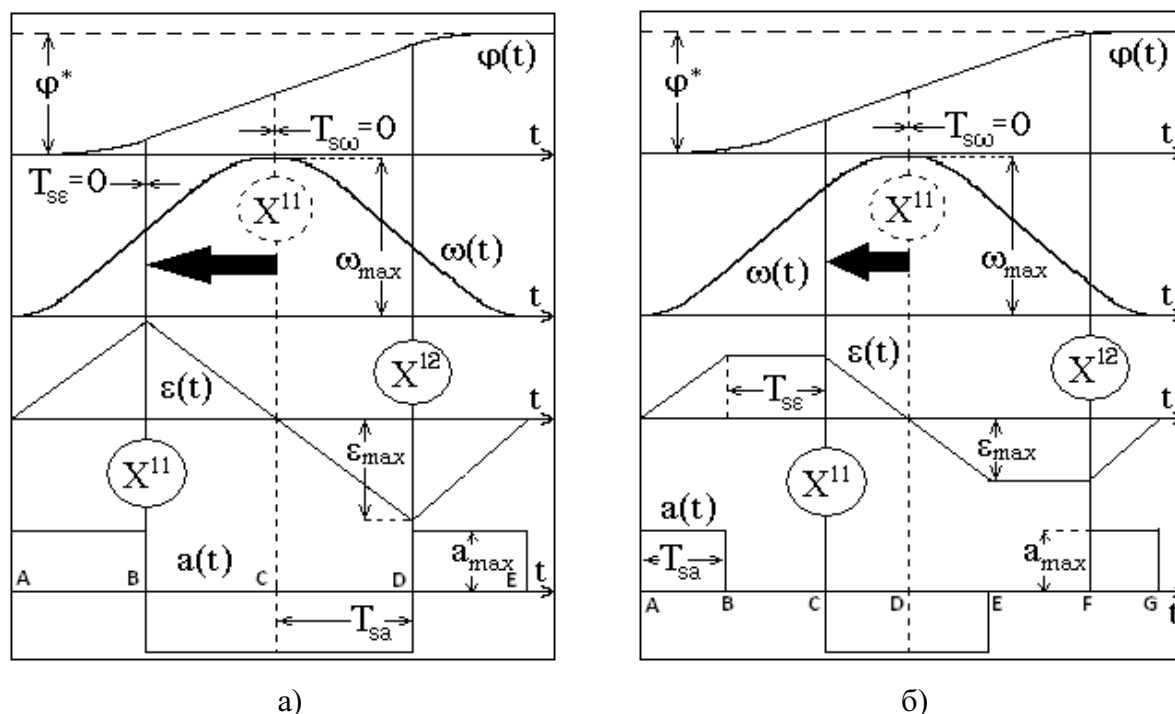


Рисунок 2 – Перенос характерных точек для режимов малых (а) и средних (б) перемещений с учётом вырождения интервалов стабилизации координат

Результаты работы. Оптимальным по быстродействию траекториям режимов малых и средних перемещений свойственно вырождение в ноль длительностей интервалов стабилизации канонических координат – соответственно ускорения и скорости $T_{s\epsilon}, T_{s\omega}$ или только скорости $T_{s\omega}$, что приводит к дублированию переключений младших регуляторов по иерархии каскада (2) старшими. Это позволяет в названных режимах исключать алгоритмы управления отдельных регуляторов из общего алгоритма каскада (2), но требует развития математического аппарата метода N-i переключений.

Так, для режима малого треугольника с нулевыми интервалами стабилизации скорости и ускорения, на которых в общем случае предполагался самостоятельный скользящий режим R_2 и R_3 , по результатам работы [4] допускается исключение обоих внутренних регуляторов СПР при переносе точки X^{11} расчётного переключения регулятора R_1 на момент начала снижения ускорения, то есть первого изменения знака управляющего напряжения (рис.2, а).

Выполняя аналогичную модификацию структуры СПР для режима средних перемещений (рис.2, б), часть которых лежит в диапазоне (3), допустимо исключить из алгоритма каскада (2) только алгоритм регулятора R_2 , обеспечив в точке переключения «С» изменение знака заданного ускорения регулятором R_1 путём соответствующего перерасчёта его коэффициентов обратных связей. Это равносильно переносу характерной точки X^{11} из точки «D» в точку «C» (стрелка на рис.2, б). В итоге можно ожидать получение уравнения скольжения (4) с действительными корнями как положи-

тельного сопутствующего результата, аналогичного достигнутому в статье [4]. Регулятор R_3 при воспроизведении траектории среднего перемещения (рис.2, б) необходим для обеспечения скользящего режима на интервалах В-С, Е-Ф и его алгоритм управления сохраняется в упрощенном алгоритме СПР, который принимает вид

$$\left. \begin{aligned} u_{R1} = u_{R\varphi} = \dot{\omega}^* &= \varepsilon_{\max} \cdot \text{sign}(\varphi^* - \varphi - K_{\varphi\omega} \cdot \omega - K_{\varphi\varepsilon} \cdot \varepsilon) \\ u_{R3} = u_{R\varepsilon} = \dot{u}^* &= U_{\max} \cdot \text{sign}(\varepsilon^* - \varepsilon) \end{aligned} \right\}. \quad (5)$$

Заметим, что предлагаемая мера является чисто интуитивной. В отличие от результатов работы [4] она не основывается непосредственно на теореме об N интервалах и при этом не может быть строго обоснована математическим аппаратом самого метода N - i переключений, в котором отсутствует явная связь расположения точек единичных переключений регуляторов с характером их скользящих режимов. Следовательно, при её реализации наряду с переопределением аналитических выражений $K_{\varphi\omega}$, $K_{\varphi\varepsilon}$ необходимым является анализ корней характеристического уравнения (4).

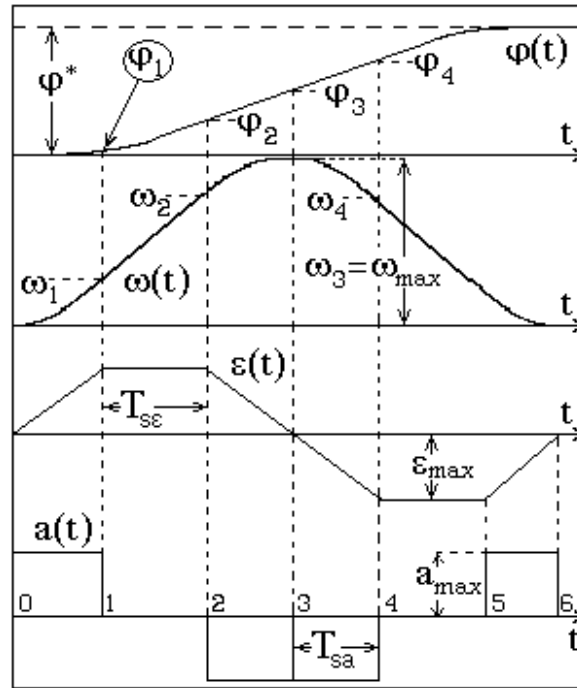


Рисунок 3 – Прогноз траектории режима средних перемещений

Выполним синтез регулятора R_1 с изменённым расположением первой характерной точки переключения. Для вывода коэффициентов обратных связей воспользуемся промежуточными результатами статьи [5], представляющими координаты точек 1, 2, 3 для траектории, изображенной на рис.3:

$$\varepsilon_1 = a_{\max} \cdot T_{sa} = \varepsilon_{\max}, \quad \omega_1 = a_{\max} \cdot \frac{T_{sa}^2}{2}, \quad \varphi_1 = a_{\max} \cdot \frac{T_{sa}^3}{6};$$

$$\varepsilon_2 = a_{\max} \cdot T_{sa} = \varepsilon_{\max}, \quad \omega_2 = a_{\max} \cdot \left(\frac{T_{sa}^2}{2} + T_{sa} \cdot T_{se} \right), \quad \varphi_2 = a_{\max} \cdot \left(\frac{T_{sa}^3}{6} + \frac{T_{sa}^2}{2} \cdot T_{se} + T_{sa} \cdot \frac{T_{se}^2}{2} \right);$$

$$\varepsilon_3 = 0, \quad \omega_3 = a_{\max} \cdot (T_{sa} \cdot T_{se} + T_{sa}^2) = \omega_{\max}, \quad \varphi_3 = a_{\max} \cdot \left(T_{sa}^3 + \frac{3}{2} T_{sa}^2 \cdot T_{se} + \frac{1}{2} T_{sa} \cdot T_{se}^2 \right).$$

Точка 1 является расчётной характерной точкой переключения \mathbf{X}^{12} регулятора R_1 на прогнозируемом начальном участке траектории.

Продолжим согласно [1] интегрирование на интервале 3-4 путём определения частичных сумм рядов Тейлора и найдём координаты точки 4

$$\varepsilon_4 = -a_{\max} \cdot T_{sa}, \quad \omega_4 = a_{\max} \left(\frac{T_{sa}^2}{2} + T_{sa} \cdot T_{se} \right), \quad \varphi_4 = a_{\max} \left(\frac{11}{6} T_{sa}^3 + \frac{5}{2} T_{sa}^2 \cdot T_{se} + \frac{T_{sa} \cdot T_{se}^2}{2} \right),$$

являющейся расчётной характерной точкой \hat{X}^{11} . Преобразовав координаты точек 1,4 в координаты реальных характерных точек \mathbf{X}^{11} , \mathbf{X}^{12} согласно [1] по формуле

$$X_k^{i,j} = (-1)^{(k+i+j)} \cdot \hat{X}_k^{i,j},$$

составим систему уравнений переключения регулятора R_1 в точках \mathbf{X}^{11} , \mathbf{X}^{12}

$$\left. \begin{aligned} -\varphi_1 + K_{\varphi\omega} \cdot \omega_1 - K_{\varphi\varepsilon} \cdot \varepsilon_1 &= 0 \\ -\varphi_4 + K_{\varphi\omega} \cdot \omega_1 - K_{\varphi\varepsilon} \cdot \varepsilon_4 &= 0 \end{aligned} \right\}.$$

Решив данную систему относительно коэффициентов обратных связей, получим

$$K_{\varphi\omega} = 2T_{sa} + \frac{1}{2} T_{se}, \quad K_{\varphi\varepsilon} = \frac{5}{6} T_{sa}^2 + \frac{1}{4} T_{sa} \cdot T_{se}. \quad (6)$$

После подстановки интервалов стабилизации $T_{sa} = T_a$, $T_{se} = T_e - T_a$, выраженных через постоянные времени замкнутой системы

$$T_a = \varepsilon_{\max} / a_{\max}, \quad T_e = \omega_{\max} / \varepsilon_{\max}, \quad (7)$$

формулы (6) принимают вид

$$K_{\varphi\omega} = \frac{3}{2} T_a + \frac{1}{2} T_e, \quad K_{\varphi\varepsilon} = \frac{7}{12} T_a^2 + \frac{1}{4} T_a \cdot T_e. \quad (8)$$

Условием аperiodического характера скользящего режима R_1 является неотрицательное значение дискриминанта характеристического уравнения (4)

$$K_{\varphi\omega}^2 - 4 \cdot K_{\varphi\varepsilon} > 0. \quad (9)$$

Подстановка коэффициентов $K_{\varphi\omega}$, $K_{\varphi\varepsilon}$ в форме (8) в выражение (9) приводит к неравенству

$$\frac{1}{4} T_e^2 + \frac{1}{2} T_a \cdot T_e - \frac{1}{12} T_a^2 > 0. \quad (10)$$

С учётом неотрицательности постоянных времени (7) и связывающего их соотношения $T_e \geq T_a$, вытекающего из условия реализуемости расчётной траектории $T_{se} \geq 0$, неравенство (10) справедливо всегда. Это подтверждает основной тезис данной

работы – целесообразность настройки R_1 на режим средних перемещений по выражениям (8), обеспечиваемой переносом характерной точки его переключения.

Необходимо отметить, что переход адаптивной системы управления от алгоритма (2) трёхконтурной СПР к алгоритму (5) двухконтурной системы с коэффициентами (8) следует осуществлять для диапазона перемещений, верхняя граница которого лежит несколько выше определяемой неравенством (3), поскольку вблизи данной границы стандартная настройка каскада (2) методом $N-i$ переключений придаёт скользящему режиму R_1 критический характер. Выполненное доказательство аperiodического характера скользящего режима регулятора положения с настройками (8) делает актуальным переход к таким настройкам уже на верхней границе диапазона средних перемещений, установленной в статье [5].

Заметим также, что реализация настроек (8) допустима в трёхконтурном варианте СПР, поскольку исключение из каскада (2) регулятора R_2 и формирование управляющего воздействия с помощью алгоритма (5) способствуют рациональному использованию ресурсов контроллера, но не являются обязательными с точки зрения логики взаимодействия регуляторов в базовой конфигурации системы.

Выводы. Предложенный в настоящей работе перенос характерной точки переключения регулятора положения является действенным средством обеспечения аperiodического вхождения в скользящий режим релейной системы подчинённого регулирования на траектории среднего перемещения при применении метода $N-i$ переключений. Простота синтезированных формул коэффициентов обратных связей делает эффективным их использование для адаптации систем оптимального по быстродействию управления электроприводами к форме переходной траектории в режиме реального времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. Садовой А.В. Параметрический синтез позиционных релейных систем подчиненного регулирования методом $N-i$ переключений / А.В.Садовой, А.Л.Дерец // Вестник НТУ ХПИ. Серия «Электротехника, электроника, электропривод». Тематический выпуск «Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика». – Харьков. – 2005. – №45. – С.71-73.
2. Садовой А.В. Оптимизация по быстродействию методом $N-i$ переключений режимов малых перемещений позиционного электропривода / А.В.Садовой, А.Л.Дерец // Вестник КГПУ. – Кременчуг. – 2007. – Вып. 3/2007 (44). – С.15-17.
3. Садовой А.В. Анализ характера скользящего режима оптимальной по быстродействию позиционной релейной СУЭП / А.В.Садовой, А.Л.Дерец // Сборник научных трудов Днепродзержинского государственного технического университета (технические науки). – Днепродзержинск: ДГТУ. – 2007. – Вып. 8. – С.140-144.
4. Дерез А. Л. Оптимизация по быстродействию позиционного электропривода методом $N-i$ переключений в контексте теоремы об N интервалах / Дерез А.Л., Садовой А.В. // Сборник научных трудов Днепродзержинского государственного технического университета (технические науки). – Днепродзержинск: ДГТУ. – 2013. – Вып. 3 (23). – С.93-97.
5. Садовой А.В. Оптимизация по быстродействию режимов средних перемещений позиционных релейных СУЭП методом $N-i$ переключений / А.В.Садовой, А.Л.Дерец // Сборник научных трудов ДГТУ. Тематический выпуск «Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика». – Днепродзержинск. – 2007. – С.420-422.

Поступила в редколлегию 27.02.2015.