

## РОЗДІЛ «МАТЕМАТИЧНІ ПРОБЛЕМИ ТЕХНІЧНОЇ МЕХАНІКИ»

УДК 539.3

БАНЯС М.В., к.фіз.-мат.н., наук. співр.  
ГАЛШИН О.З., д.т.н., пров. наук. співр.

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України

### ОБҐРУНТУВАННЯ МОЖЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ РОЗВ'ЯЗКІВ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ ТЕРМОПРУЖНОПЛАСТИЧНОСТІ ПРИ ДОСЛІДЖЕННІ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ПЛАСТИНЧАТИХ КОНСТРУКЦІЙ

**Вступ.** В сучасній техніці багато елементів конструкцій передбачають експлуатацію в умовах інтенсивних повторних термомеханічних навантажень. Дослідження міцності та експлуатаційних характеристик подібних конструкцій потребує розробки сучасних методик розв'язання задач термомеханіки, які описують специфічні умови навантаження, термов'язкопружнопластичне деформування з урахуванням виникнення вторинних пластичних деформацій, пошкоджуваності й деградації матеріалу.

Складна геометрія, а також великі розміри об'єктів дослідження можуть вимагати чисельного розв'язання поставлених задач в просторовій постановці з використанням значних обчислювальних потужностей. Це значно ускладнює застосування розроблених методик розв'язання фізично нелінійних задач з урахуванням вищезгаданих факторів на складних конструкціях. Проте, в деяких випадках для апробації цих методик можна використати спрощені геометричні моделі, які дозволяють робити співставлення розв'язків задач в окремих точках конструкцій в модельній і точній постановці. Як приклад такої можливості в даній роботі порівнюється напружено-деформований стан довгого тонкостінного циліндру і коробчастої конструкції з квадратним поперечним перетином внаслідок їх нагріву.

**Постановка задачі.** Розглядалися задачі про нерівномірний нагрів довгого тонкостінного циліндру і коробчастої конструкції з квадратним поперечним перетином, геометрія яких зображена на рис. 1.

Вважалось, що ширина коробчастої конструкції дорівнювала зовнішньому діаметру циліндра, а товщини їх стінок  $h$  були однакові. Початкові й граничні умови на зовнішній і внутрішній поверхнях приймалися однаковими як для циліндра так і для коробки. При розрахунках початок системи координат вибирався в центрі коробки.

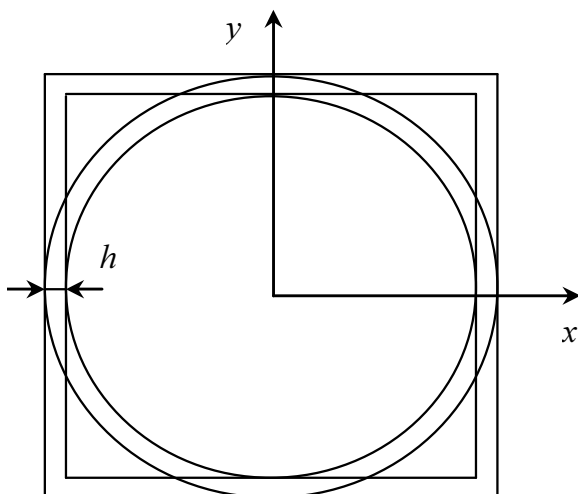


Рисунок 1 – Поперечний перетин коробка й циліндра

Для визначення розподілу температури в процесі нагріву конструкцій, що розглядаються, використовувалось рівняння теплопровідності

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(k \text{ grad } T), \quad (1)$$

де  $c$  – питома теплоємність;  $\rho$  – густина;  $T$  – температура;  $k$  – коефіцієнт теплопровідності.

В початковий момент часу  $t = 0$  по всьому об'єму задавалась постійна тем-

пература  $T_0$ . На зовнішній і внутрішній поверхнях конструкцій відбувався нагрів за рахунок конвективного теплообміну з навколишнім середовищем, який описується умовою

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha(T - T_{cp}), \quad (2)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт тепловіддачі;  $T_{cp}$  – температура навколишнього середовища.

На торцях задавались умови теплоізоляції

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0. \quad (3)$$

Напружено-деформований стан конструкцій в процесі нагріву отримували шляхом розв'язання задачі термопластичності в геометрично лінійній квазістатичній постановці. Як рівняння стану використовувались співвідношення що описують процеси деформування за траєкторіями малої кривизни

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + \lambda\varepsilon_{kk}\delta_{ij} - K\alpha_T(T - T_0) + 2Ge_{ij}^p, \quad (4)$$

де  $\sigma_{ij}$  – тензор напружень;  $\varepsilon_{ij}$  – тензор деформації;  $K$  – модуль об'ємного розширення;  $G$  – модуль зсуву;  $\lambda = (K - 2G)/3$ ;  $\alpha_T$  – коефіцієнт лінійного розширення;  $e_{ij}^p$  – компоненти тензора пластичної деформації.

Весь процес нагріву розбивався на малі етапи. Компоненти тензора пластичної деформації  $e_{ij}^p$  на  $m$ -ому етапі знаходились у вигляді суми приростів  $\Delta_k e_{ij}^p$  за всі минулі етапи

$$e_{ij}^p = \sum_{k=1}^m \Delta_k e_{ij}^p; \quad \Delta_k e_{ij}^p = \left\langle \frac{s_{ij}}{S} \right\rangle_k \Delta_k \Gamma^p, \quad (5)$$

де  $\Delta_k$  – приріст за  $k$ -ий етап відповідної величини;  $s_{ij}$  – компоненти девіатора напружень;  $S = \left( \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} \right)^{\frac{1}{2}}$  – інтенсивність дотичних напружень;  $\Gamma^p$  – інтенсивність накопиченої пластичної деформації. При визначенні приросту пластичної деформації на  $k$ -ому етапі  $\Delta_k \Gamma^p$  використовувалась залежність  $S = F(\Gamma, T)$  між інтенсивністю дотичних напружень  $S$  та інтенсивністю деформацій зсуву  $\Gamma$ . Для її конкретизації можна використати діаграми  $\sigma \sim \varepsilon$  ( $\sigma$  – напруження,  $\varepsilon$  – повздовжня деформація зразка), одержані в результаті експериментів на розтяг циліндричних зразків при різних фіксованих значеннях температури, проведених з швидкостями навантаження, які не впливають на форму діаграм  $\sigma \sim \varepsilon$ .

В процесі розв'язку задачі термопластичності приймалися наступні механічні граничні умови: зовнішня і внутрішня поверхня вважались вільними від зусиль, а на торцях задавались умови симетрії.

Задача про термопластичне деформування тонкостінного циліндра розв'язувалась з використанням теорії оболонок в осесиметричній постановці [1]. Чисельний розв'язок задачі зводився до інтегрування системи звичайних диференціальних рівнянь, яке здійснювалось методом Рунге-Куты з дискретною ортогоналізацією по С.К.Годунову.

Задача про деформування коробчастої конструкції розв'язувалась в плоскодеформованій постановці методом скінченних елементів із застосуванням програмного комплексу ANSYS [2]. Використовувались 8-ми вузлові плоскі чотирикутні елементи

ти PLANE77 і PLANE183. Перший тип елемента призначений для розв'язання задач теплопровідності, другий – для задач механіки.

**Чисельні результати.** В процесі розрахунків приймалися наступні значення: серединний радіус циліндра –  $R_0 = 1\text{ м}$ ; товщина стінок –  $h = 0,02\text{ м}$ . Початкова температура  $T_0 = 293\text{ К}$ ; температура навколишнього середовища –  $T_{cp} = 1793\text{ К}$ ; коефіцієнт теплопровідності –  $\alpha = 1000 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$ . В розрахунках по теорії оболонок кількість точок по товщині приймалось 41, вздовж меридіану 3. При розрахунках з використанням методу скінченних елементів використовувались квадратні елементи зі стороною  $0,0025\text{ м}$ .

Як матеріал була вибрана сталь ЭИ437, для якої приймалися наступні фізико-механічні властивості: густина –  $\rho = 7850\text{ кг/м}^3$ ; теплоємність –  $c = 565\text{ Дж/К}$ ; коефіцієнт теплопровідності –  $k = 19,5\text{ Вт/м}\cdot\text{К}$ ; коефіцієнт Пуассона –  $\nu = 0,28$ ; коефіцієнт лінійного теплового розширення –  $\alpha_T = 12 \cdot 10^{-6}\text{ К}^{-1}$ . Діаграми миттєвого деформування для даного матеріалу приведені в роботі [3].

Результати розрахунків в момент часу  $t = 4,5\text{ с}$  показано на рис.2. Суцільні криві відповідають розв'язку осесиметричної задачі з використанням теорії оболонок, штрихові – з використанням методу скінченних елементів. Маркерами нанесені значення величин, які виникають в перетині  $x = 0$  коробчастої конструкції.

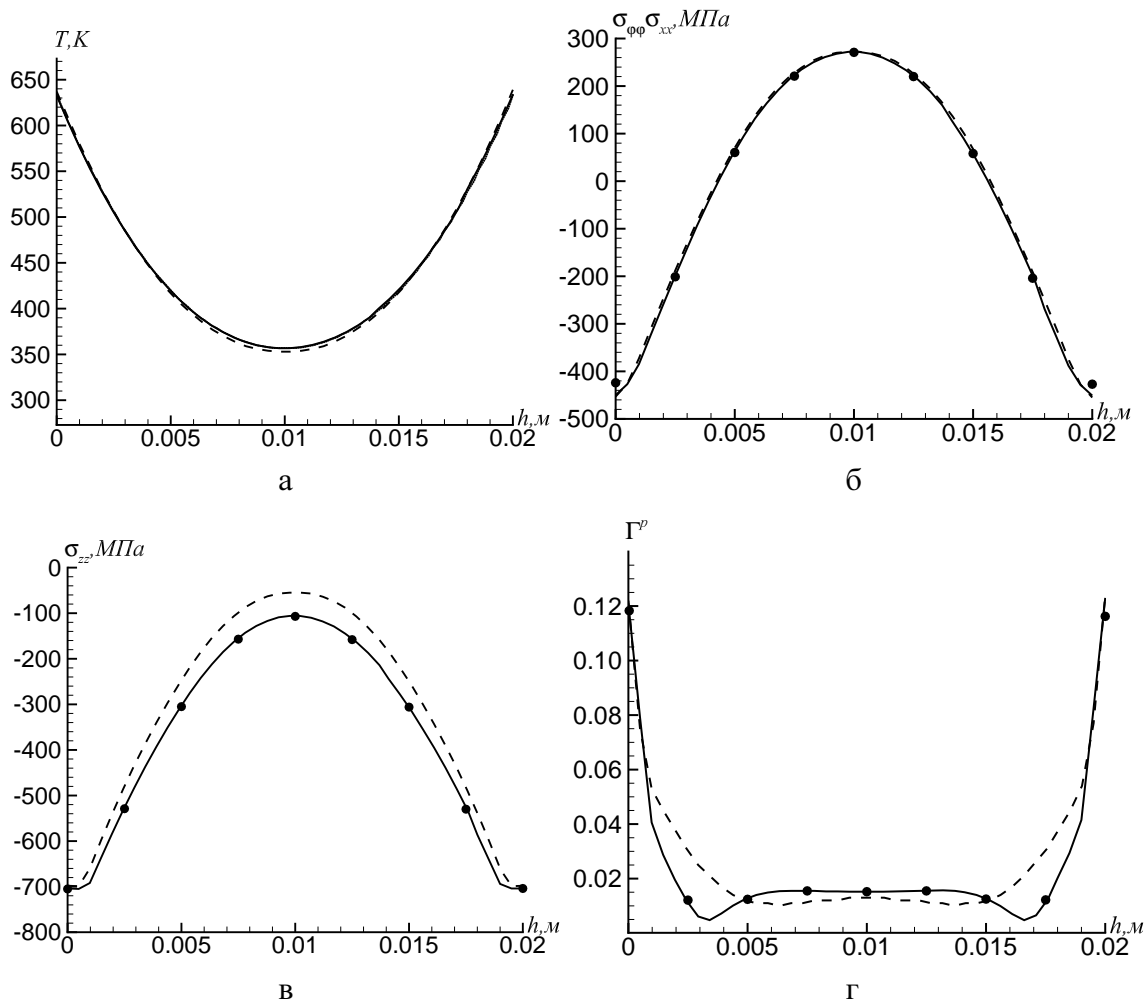


Рисунок 2 – Розподіл за товщиною температури  $T$  і напружень  $\sigma_{\phi\phi}, \sigma_{xx}$

Розподіл по товщині циліндра температури  $T$  показано на рис.2, а, з якого видно, що розподіли температури  $T$  співпадають для циліндра і коробчастої конструкції. На рис.2, б, в, г показано розподіли компонент напружень й інтенсивності пластичної деформації. В перетині  $x = 0$  напрямки напружень  $\sigma_{xx}$  і  $\sigma_{\varphi\varphi}$  співпадають.

**Висновки.** З отриманих результатів видно, що в перетинах, які відповідають серединам стінок коробки, добре узгоджуються напруження, які в коробці й циліндрі співпадають за напрямками. Це дає можливість зробити висновок, що розробку й тестування методик розв'язання задач термопластичності можна проводити в осесиметричній постановці, а потім перенести її на пластинчаті конструкції.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Galishin A.Z. Thermal Stress-Strain State of Thin Laminated Shells of Revolution under Convective Heat Exchange with the Environment / Galishin A.Z., Steblyanko P.A., Shevchenko Yu.N. // Збірник наукових праць Дніпродзержинського державного технічного університету: (технічні науки): тематичний випуск "Математичні проблеми технічної механіки" / Дніпродзержинськ: ДДТУ. – 2013. – Випуск 2 (22). – С.3-8.
2. Басов К.А. ANSYS для конструкторов / Басов К.А. – М.: ДМК Пресс, 2009. – 248с.
3. Шевченко Ю.Н. Термовязкоупругопластические процессы сложного деформирования элементов конструкций / Шевченко Ю.Н., Бабешко М.Е., Терехов Р.Г. – К.: Наук. думка, 1992. – 328с.

Надійшла до редколегії 20.05.2015.

УДК 539.3

БАГНО О.М., д.фіз.-мат.н., пров. наук. співр.

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України, Київ

### ВПЛИВ ПОЧАТКОВИХ ДЕФОРМАЦІЙ НА ДИСПЕРСІЮ НОРМАЛЬНИХ ХВИЛЬ У СИСТЕМІ: ШАР ІДЕАЛЬНОЇ РІДИНИ – СТИСЛИВИЙ ПРУЖНИЙ ШАР

**Вступ.** Хвилі, що поширюються вздовж границі контакту пружного шару та шару рідини, належать до числа узагальнень ґрунтовно досліджених основних типів акустичних хвиль: Релея, Лява, Стоунлі та Лемба. Огляд робіт і аналіз результатів, отриманих у рамках класичної теорії пружності, наведено в [1]. Серед багатьох публікацій, що вийшли останнім часом, відмітимо лише статтю [2]. Вона присвячена дослідженню у рамках класичної теорії пружності локалізації поверхневих хвиль у системі: пружний шар на рідкому напівпросторі. У роботі приділена увага вивченню властивостей нижчих нормальних хвиль, що поширюються у гідропружному хвелеводі. При цьому детально проаналізовано поведінку хвиль Релея, Стоунлі та трьох вищих мод у високочастотній частині спектра. Чисельно визначені величини фазових швидкостей поверхневих хвиль і трьох перших мод високого порядку при великих значеннях хвильового числа. Показано, що ефекти пружно-рідинної взаємодії суттєво залежать від механічних властивостей рідини та пружного матеріалу.

Разом з тим, значне практичне використання поверхневих хвиль вимагає врахування властивостей, які притаманні реальним тілам. До числа таких факторів належать початкові напруження. Задачі, які розглянуто, та результати, що отримані з урахуванням у тілах початкових напружень, наведено в [3]. Дане повідомлення присвячене дослідженню у рамках тривимірних рівнянь лінеаризованої теорії пружності при скінчених деформаціях впливу початкових напружень на швидкості нормальних хвиль Лемба у попередньо деформованому стисливому пружному шарі, що взаємодіє з шаром ідеальної стисливої рідини.