

0	1									
1	1	1								
2	1	2	1							
3	1	3	3	1						
4	1	4	6	4	1					
5	1	5	10	10	5	1				
6	1	6	15	20	15	6	1			
7	1	7	21	35	35	21	7	1		
8	1	8	28	56	70	56	28	8	1	
9	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1

Рисунок 1

обхідність обчислювати комбінації виникає в багатьох задачах математики і вже при $n > 6$ їх обчислення потребує певних зусиль і затрат часу. Тому пропонується застосувати для їх знаходження трикутник Паскаля, вписаний у вигляді таблиці. У даній роботі побудовано таку таблицю до $n=30$, що є зручним при знаходженні конкретної комбінації. Отриманий результат пропонується застосовувати у вигляді додатку до підручників з комбінаторики та теорії ймовірності.

Результати роботи. Випишемо трикутник Паскаля у вигляді таблиці, де по вертикалі розмістимо значення n , а по горизонталі k або в дужках $(n-k)$, значення комбінацій при яких рівні, внаслідок симетрії трикутника (табл.1). Таблиця побудована за допомогою прикладної програми Microsoft Excel і дозволяє знаходити комбінації C_n^k до $n=30$.

Висновки. Як зазначалося вище, не-

ЛІТЕРАТУРА

1. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие для студентов вузов / Гмурман В.Е. – М.: Высшая школа, 2001. – 400с.
2. Вікіпедія. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://uk.wikipedia.org/wiki/Трикутник_Паскаля.
3. Арбуз. Удивительный треугольник великого француза [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://http://arbuz.uz/u_treug.html.

Надійшла до редколегії 22.05.2015.

УДК 539.3

АНДРУСЕНКО Е.Н., к.т.н., науч. сотр.

Национальный транспортный университет

НЕЛИНЕЙНОЕ ИЗГИБАНИЕ БУРИЛЬНОЙ КОЛОННЫ В СВЕРХГЛУБОКОЙ КРИВОЛИНЕЙНОЙ СКВАЖИНЕ

Введение. Одно из основных препятствий глубокого бурения связано с возможностью появления нештатных ситуаций, вызванных критическими состояниями квазистатического равновесия бурильной колонны (БК), её изгибным выпучиванием, контактным взаимодействием со стенкой скважины и её так называемым “прихватыванием”. При этом возникает две проблемы исследования механики упругого изгиба БК. Первая проблема заключается в определении критического состояния колонны, которая формулируется как задача эйлеровой потери устойчивости длинного вращающегося трубчатого стержня, преднапряжённого переменной по длине продольной силой, вы-

званной силами гравитации и крутящим моментом. Такая задача сформулирована и решена на основе теории прямолинейных балок в работах [1, 2]. В них показано, что она является сингулярно возмущенной, поскольку коэффициент EI перед старшей (четвертой) производной в разрешающих уравнениях оказывается намного меньше коэффициентов перед другими слагаемыми. При этом форма бифуркационного выпучивания БК представляет собой трёхмерную спираль с переменным шагом.

Практическое внедрение технологий бурения глубоких скважин со сложной пространственной ориентацией их траекторий связано с необходимостью теоретического моделирования механических явлений, сопровождающих их функционирования с целью прогнозирования возможных критических состояний [1, 2]. При этом одним из важнейших аспектов данного направления является теоретическое моделирование поведения колонн глубокого бурения в криволинейных скважинах на этапах их спуска и подъема.

Постановка задачи об упругом изгибании стержня в криволинейном канале. Рассмотрим задачу о теоретическом моделировании упругого сгибания БК в криволинейной скважине. Примем, что геометрия траектории в скважине в результате технологических погрешностей может принять форму с нерегулярными несовершенствами. В местах таких несовершенств БК подвергается интенсивному изгибанию, что приводит к возникновению контактных сил, взаимодействующих между поверхностью колонны и стенкой скважины. В процессе выполнения спуско-подъемных операций и функционирования в местах наиболее интенсивных контактных сил генерируются поля сил трения, ориентированных в осевом и окружном направлениях.

Значение этих сил резко возрастают с уменьшением шага несовершенства и радиуса кривизны. Поскольку используемые для анализа механики БК в зарубежной литературе [3, 4] теория гибких нитей оказывается неприемлемой, будем применять теорию гибких криволинейных стержней.

При моделировании упругого деформирования бурильной колонны в наклонно-направленной скважине с геометрическими несовершенствами примем, что искажения проектной траектории скважины, вызванное нарушением технологии бурения или механическими неоднородностями тектонических структур, не может сопровождаться образованием взломов ее осевой линии, которая является дифференцированной по всем трем независимыми пространственными переменными. При этом, однако, если эти несовершенства является мелко масштабными, то они могут приближаться к геометрическим сингулярности. Будем считать также, что осевые линии скважины и БК совпадают.

Пусть уравнения осевой линии скважины в декартовой системе координат имеют вид

$$x = x(s), \quad y = y(s), \quad z = z(s). \quad (1)$$

Упругое деформирование трубчатой БК в криволинейной скважине в процессе бурения и выполнения спуско-подъемных операций осуществляется под действием распределенных сил тяжести \vec{f}^{gr} , сил \vec{f}^c контактного взаимодействия между БК и стенкой скважины, сил \vec{f}^{fr} и моментов \vec{m}^{fr} фрикционного взаимодействия, а также сосредоточенных краевых сил и моментов, приложенных в точке подвеса БК и в точке ее контакта с дном скважины. Возникающие при этом в каждом элементе БК внутренняя сила \vec{F} и момент \vec{M} удовлетворяют векторным уравнением равновесия [5]:

$$\frac{d\vec{F}}{ds} = -\vec{f}^{gr} - \vec{f}^c - \vec{f}^{fr}, \quad \frac{d\vec{M}}{ds} = -\vec{\tau} \times \vec{F} - \vec{m}^{fr}. \quad (2)$$

После некоторых преобразований соотношения (1), (2) можно выписать разрешающие уравнения для определения сил сопротивления при выполнении движения БК в

наклонно-направленной скважине [6].

В данной работе рассматривается случай спиральных несовершенств. Принято, что в проектном состоянии осевая линия скважины представляет собой четверть дуги эллипса, часть параболы, часть гиперболы. Для этой геометрии решается поставленная выше задача об определении внешних и внутренних силовых факторов, действующих на БК при её движении. Далее на проектную траекторию накладываются спиральные несовершенства [5]

$$h(s) = h_c e^{-\alpha^2 \left(\frac{s-s_c}{S} \right)^2}, \quad (3)$$

где h_c – наибольшее значение радиуса h ; α – коэффициент при показателе экспоненты (функции Гаусса), определяющий скорость убывания $h(s)$; s_c – значение параметра s с максимальным значением $h(s) = h_c$.

Результаты численных исследований. С помощью разработанной методики выполнено компьютерное моделирование операций спуска и подъема БК при удалении по горизонтали нижнего конца скважины от бурильной установки $L = 8000$ м, глубине скважины $H = 4000$ м, расстоянии от начальной точки до центра несовершенства $s_c = 7S/8$. Отношение линейных скоростей осевого и вращательного движений выбиралось $\nu = 50$. А также $d = 0,1683$ м – диаметр скважины, $\delta = 0,01$ м – толщина трубы БК, $E = 2.1 \cdot 10^{11}$ Па, $G = 0,8077 \cdot 10^{11}$ Па, $\gamma_{st} = 7850$ кг/м³ – плотность стали, $\gamma_l = 1500$ кг/м³ – плотность промывочной жидкости, $\mu = 0,2$. Длина волны $\lambda = 96,88$ м.

В табл.1 приведены результаты вычислений значений осевой силы F_w и крутящего момента M_w в точке подвеса БК при выполнении операций спуска и подъема. Следует отметить, что при внесении несовершенств в проектную траекторию осевой линии скважины, значения сил сопротивления существенно возрастают при подъеме БК, что может привести к возникновению аварийных ситуаций.

Таблица 1 – Значения сил и моментов в точке подвеса бурильной колонны

	№ п/п		Без несовершенств		С несовершенствами	
			Подъем	Спуск	Подъем	Спуск
F_w , Н	1	Эллипс	$1.76 \cdot 10^6$	$0.74 \cdot 10^6$	$466.28 \cdot 10^6$	$0.15 \cdot 10^6$
	2	Парабола	$1.84 \cdot 10^6$	$0.73 \cdot 10^6$	$619.24 \cdot 10^6$	$0.13 \cdot 10^6$
	3	Гипербола	$1.92 \cdot 10^6$	$0.71 \cdot 10^6$	$727.14 \cdot 10^6$	$0.12 \cdot 10^6$
M_w , Нм	4	Эллипс	$0.88 \cdot 10^3$	$0.84 \cdot 10^3$	$78.18 \cdot 10^4$	$0.18 \cdot 10^4$
	5	Парабола	$1.01 \cdot 10^3$	$0.85 \cdot 10^3$	$103.92 \cdot 10^4$	$0.19 \cdot 10^4$
	6	Гипербола	$1.15 \cdot 10^3$	$0.90 \cdot 10^3$	$122.06 \cdot 10^4$	$0.19 \cdot 10^4$

Особенности изменения продольной силы F_w и крутящего момента M_w при выполнении операции подъема можно проследить на рис.1. Здесь кривые 1, 4 соответствуют эллиптической траектории, кривые 2, 5 – параболической, кривые 3, 6 – гиперболической. Как видно из рис.1, все функции в зоне наличия несовершенств резко возрастают. Следует отметить, что наиболее опасной является гиперболическая траектория.

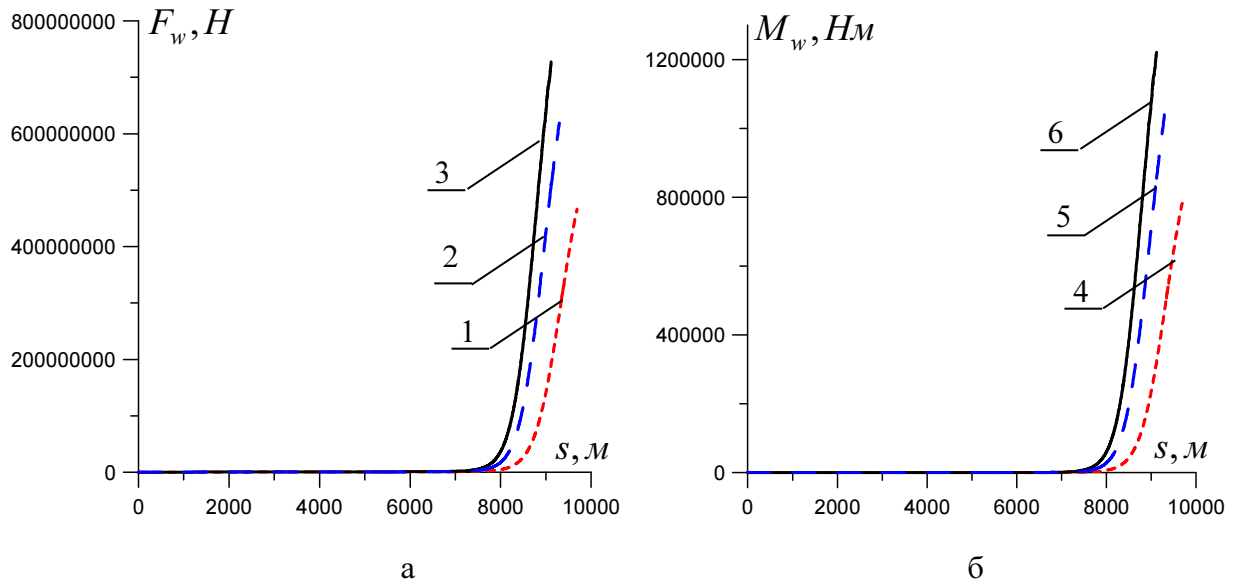


Рисунок 1 – Функции продольной силы F_w (а) и крутящего момента M_w (б) (операция подъема)

На рис.2 представлены графики функций $F_w(s)$ и $M_w(s)$ при выполнении операции спуска. Как видно, функции осевой силы (рис. 2, а) в зоне несовершенств начинают убывать, а функции крутящего момента (рис. 2, б) на этом промежутке резко возрастают.

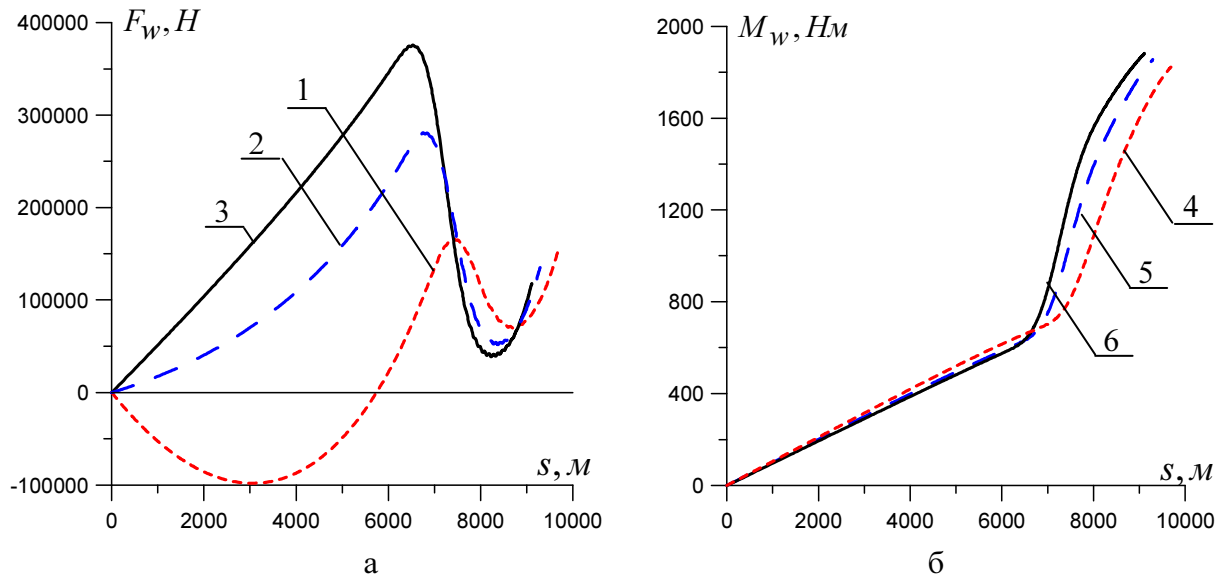


Рисунок 2 – Функции продольной силы F_w (а) и крутящего момента M_w (б) (операция спуска)

Можно заключить, что появление геометрических несовершенств в осевой линии скважины может стать причиной прихвата БК.

Выводы. Построены уравнения для компьютерного моделирования механического поведения бурильных колонн в скважинах со спиральными несовершенствами. С их помощью можно подсчитывать силы контактного и фрикционного взаимодействия БК со стенкой скважины и прогнозировать критические состояния, связанные с эффек-

тами прихвата. Рассмотрены случаи эллиптических, гиперболических, параболических проектных траекторий скважины при выполнении операций спуска и подъема.

ЛИТЕРАТУРА

1. Paslay P.R. The stability of a circular rod laterally constrained to be in a contact with an inclined circular cylinder/ Paslay, P.R., Bogy D.B. // J. of Applied Mechanics. – 1964. – 31(3). – P.604-610.
2. Mitchell R.F. Helical buckling of pipe with connectors and torque / Mitchell R.F., Miska S. // SPE Drilling and Completion. – 2006. – 21(2). – P.108-115.
3. Андрусенко Е.Н. Изгиб бурильной колонны в криволинейной скважине с несовершенствами осевой линии / Андрусенко Е.Н., Гуляев В.И., Худолий С.Н. // Прикладная математика и механика. – 2012. – Т. 76. – Вып. 3. – С.459-468.
4. Gulyayev V.I. Theoretical simulation of geometrical imperfections influence on drilling operations at drivage of curvilinear bore-holes / Gulyayev V.I., Andrusenko E.N. // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2013. – V.112. – P.170-177.
5. Гуляев В.И. Численное моделирование упругого изгиба бурильной колонны в сверхглубокой криволинейной скважине / Гуляев В.И., Луговой П.З., Андрусенко Е.Н. // Прикладная механика. – 2014. – Т. 50, № 4. – С.67-76.
6. Gulyayev V.I. Modeling the Energy-Saving Regimes of Curvilinear Bore-Hole Drivage / Gulyayev V.I., Gaidaichuk V.V., Andrusenko E.N., Shlyun N.V. // J. of Offshore Mechanics and Arctics Engineering. – February, 2015. – V. 137. – № 1. – P.011402-1–011402-8.

Поступила в редколлегию 02.07.2015.

УДК 539.3

КОВАЛЬЧУК С.В., к.фіз.-мат.н., доцент
ДЕГТЯРЬ В.Г., к.фіз.-мат.н., доцент

Національний транспортний університет

НЕУСТАЛЕНИЙ РУХ ҐРУНТОВИХ ВОД ДО СВЕРДЛОВИНИ

Вступ. Як відомо, у водонасичених пластах в результаті зміни рівнів ґрунтових вод або при зовнішніх навантаженнях на пласт виникає пружний режим фільтрації. Особливо це різко проявляється в напірних пластах. Основи теорії пружного режиму фільтрації розглянуті в [1].

Якщо проводиться великий відбір води із безнапірних пластів за допомогою вертикальних свердловин при розробці корисних копалин і глибинному водопониженні, було виявлено суттєвий прояв пружного режиму фільтрації і в безнапірних пластах. Цьому присвячена постановка і розв'язування задачі в даній роботі.

Постановка задачі. Розглянемо задачу пружного режиму фільтрації до вертикальної свердловини зі сферичним фільтром в напівобмеженому по товщині пласті з рухомою вільною поверхнею.

Нехай на глибину ζ перпендикулярно до площини XOY опущена свердловина з фільтром в точці $(0, 0, \zeta)$. Вільна поверхня ґрунтових вод, яка була горизонтальна, в процесі роботи свердловини не суттєво викривляється і гранична умова, яка повинна виконуватись на вільній поверхні ґрунтових вод, наперед невідомій, зноситься на площину XOY . Враховуючи малість такого викривлення допустима вказана лінеаризація задачі.

Вважаючи, що пружний режим фільтрації задовольняє рівняння Фур'є, а потенціал на фільтрі свердловини, який розглядається як потенціал точкового стоку, моде-