5. IEEE Standard for Floating-Point Arithmetic. – New York, 2008. – 70p.
6. IEEE floating point – Wikipedia, the free encyclopedia. [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://en.wikipedia.org/wiki/IEEE_floating_point.
7. Ніконов О.Я. Оцінка точності обчислень спеціальних функцій при розробці комп'ютерних програм математичного моделювання / О.Я.Ніконов, О.В.Мнушка, В.М.Савченко // Вісник НТУ «ХПІ». Тематичний випуск: Інформатика і моделювання. – Харків: НТУ. – 2011. – №17. – С.115-121.
8. Кулямин В.В. Формальные подходы к тестированию математических функций / Кулямин В.В. // Труды ИСП РАН. – 2006. – №10. – С.69-114.
9. Аноприенко А.Я. Гибкая разрядность и постбинарные форматы представления вещественных чисел / Аноприенко А.Я., Иваница С.В. // Вестник Инженерной Академии Украины. Теоретический и научно-практический журнал Инженерной Академии Украины. – Киев. – 2012. – Вып.1. – С.92-98.
10. Кулямин В.В. Стандартизация и тестирование выполнения математических функций в вычислениях с плавающей точкой / Кулямин В.В. // Программирование. – 2007. – №3. 33(3). – С.44-72.
11. Жульковская И.И. Алгоритм формирования машинного представления числовых данных в формате с плавающей запятой / Жульковская И.И., Жульковский О.А. // Математичне моделювання. – Дніпродзержинськ: ДДТУ. – 2013. – №2 (29). – С.69-72.

Поступила в редколлегию 22.12.2014.

УДК 519.8

КАДОЧНИКОВА Я.Е., к.ф.-м.н., ст. преподаватель

Днепродзержинский государственный технический университет

РЕШЕНИЕ НЕПРЕРЫВНЫХ ЗАДАЧ РАЗМЕЩЕНИЯ-РАЗБИЕНИЯ В УСЛОВИЯХ РИСКА

Введение. Под задачей размещения-разбиения (location-allocation problem) обычно понимают необходимость размещения набора «производителей» в заданной области и при этом распределения всех «потребителей» по «производителям», т.е. каждый потребитель должен быть отнесён к одному или нескольким производителям таким образом, чтобы издержки на транспортировку товара от «производителей» к «потребителям» были минимальны, а количество «производителей», размещённых в области, было достаточным для удовлетворения спроса всех «потребителей».

В качестве производителей могут выступать пожарные депо, госпитали, полицейские участки, склады, торговые точки, автозаправки, сервисные центры, банки и многое другое. Соответственно, потребителями являются люди или организации, приобретающие товары или услуги.

Отметим, что классификация задач размещения проводится согласно [1] по основным компонентам этих задач, которыми являются производители, их местоположение и потребители.

Одной из важных характеристик является количество размещаемых производителей. Самый простой случай – размещение только одного предприятия, более общий случай предполагает размещение одного и более центров.

Тип предприятия – другая важная характеристика. В простейшем случае все предприятия считаются одинаковыми в плане своих размеров и наборов сервисов, которые они предлагают. Однако часто требуется размещать производства, которые отличаются друг от друга, например, больницы и пункты скорой помощи.

Модели размещения-разбиения могут также быть разделены на однопродуктовые и многопродуктовые модели в зависимости от количества товаров или сервисов, которые производит или предоставляет производитель.

Также во внимание принимается, могут ли производства обеспечивать бесконечный спрос или же имеют ограничения на объёмы производства. В этом отношении их можно разделить на задачи с ограничениями на производственные мощности и без ограничений на производственные мощности.

Множество допустимых размещений производителя может быть одного из трех типов: дискретное, непрерывное или задано на графе, в зависимости от чего строят следующие модели:

– непрерывная модель, в которой позволяется размещать производителей в любой точке допустимого множества;

– дискретная модель, в которой возможные места размещения производителей фиксированы и счетные;

– сетевая модель, которая основывается на теории графов.

В некоторых моделях задачи размещения-разбиения рассматриваются не как детерминированные, с чётко заданными исходными данными, параметрами и зависимостями, а в условиях некоторой неопределённости. Такое расширение является естественным, так как при решении реальных задач очень трудно, а иногда и невозможно, в силу больших затрат средств или времени, получить достоверную, чётко определённую информацию. Следовательно, некоторые функции могут быть детерминированными или вероятностными, что позволяет также классифицировать модели как детерминированные и стохастические.

В данной работе рассмотрена, согласно введённой выше классификации, детерминированная непрерывная задача размещения-разбиения с непрерывным спросом без ограничений с учётом стоимости размещения производств. Названная задача обобщена и сведена к детерминированной задаче оптимального разбиения множеств. Построена стохастическая модель задачи размещения-разбиения на случай невозможности получения полной и точной информации о функциях спроса и метрики, описанных в детерминированной задаче.

Постановка задачи. Ниже приведена постановка задачи размещения-разбиения с непрерывной функцией спроса, которая сформулирована в работе [2].

В некоторой прямоугольной области $M \subseteq R^2$, каждая точка $x=(x_1,x_2)\in M$ которой характеризуется функцией спроса $\rho(x)$, нужно разместить N производств τ_i, $i=1,...,N$.

Каждое производство удовлетворят потребительский спрос в одном обслуживаемом регионе $A_i \subseteq M$, $i=1,...,N$.

Годовые фиксированные расходы предприятий равны $G_i = G(\tau_i)$.

Общий спрос в каждом регионе A_i определяется через $w_i = \int\limits_{A_i} \rho(x)dx$.

Производственные затраты определяются через $f_i = f(\tau_i, w_i) = k(\tau_i) + a(\tau_i)w_i$, $i=1,...,N$, где $k(\tau_i)$ – фиксированные производственные затраты, $a(\tau_i)$ – годовые переменные затраты на производство единицы продукции.

Продукция реализовывается в регионах путём доставки каждому потребителю, поэтому транспортные затраты зависят от преодолеваемого расстояния. Таким образом, затраты на реализацию продукции в каждом регионе A_i составляют $C_i = s\int\limits_{A_i} c(x,\tau_i)\rho(x)dx$, где s – стоимость доставки единицы продукции, $c(x,\tau_i)$ – евклидова метрика.

Тогда задача размещения производств в некоторой области с одновременным разбиением заданной области, непрерывно заполненной потребителями, на зоны обслуживания с целью минимизации суммарных транспортных и производственных затрат имеет следующий вид.

Задача А. $$\underset{A_i,\tau_i,i=1,..N}{Minimize}\ Z=\sum_{i=1}^{N} z_i=\sum_{i=1}^{N} G_i+f_i+C_i\ ,$$

где регионы $A_i, i=1,...,N$, образуют разбиение области M.

Результаты работы. Легко показать, что *задача А* является частным случаем непрерывной задачи оптимального разбиения множеств при ограничениях в форме равенств и неравенств из [3], постановка которой приведена ниже.

Пусть Ω – ограниченное, замкнутое, выпуклое, измеримое по Лебегу множество в n-мерном евклидовом пространстве E_n. Требуется найти такое разбиение множества Ω на N измеримых по Лебегу подмножеств $\Omega_1^*,...,\Omega_N^*$ (среди которых могут быть и пустые) и такие координаты центров $\tau_1^*,...,\tau_N^*$ этих подмножеств в области Ω, которые являются решением следующей оптимизационной задачи.

Задача Б. Найти

$$\min_{(\{\Omega_1,...,\Omega_N\},\{\tau_1,...,\tau_N\})} F\left(\{\Omega_1,...,\Omega_N\},\{\tau_1,...,\tau_N\}\right)$$

при условиях

$$\bigcup_{i=1}^{N}\Omega_i=\Omega\ ,\ mes\left(\Omega_i\bigcap\Omega_k\right)=0\ ,\ i\neq k\ ,\ i,k=1,...,N\ ,\quad \text{где } mes(\cdot)\ \text{– мера Лебега,}$$

$$\int_{\Omega_i}\rho(x)dx=b_i\ ,\ i=1,...,p\ ,$$

$$\int_{\Omega_i}\rho(x)dx\le b_i\ ,\ i=p+1,...,N\ ,$$

$$\int_{\Omega_i}c(x,\tau_i)\rho(x)dx\le l_i\ ,\ i=1,...,N\ ,$$

где $F\left(\{\Omega_1,...,\Omega_N\},\{\tau_1,...,\tau_N\}\right)=\sum_{i=1}^{N}\left\{a_i\int_{\Omega_i}\rho(x)dx+\ s\int_{\Omega_i}c(x,\tau_i)\rho(x)dx\right\}$,

$\rho(x)$ – действительная, ограниченная, измеримая и неотрицательная на Ω функция, которая характеризует потребительский спрос,

функции $c(x,\tau_i)$ – действительные, ограниченные, измеримые по аргументу x на некотором открытом, ограниченном, выпуклом множестве Ω, и выпуклые по τ_i на Ω для всех $i=1,...,N$, являющиеся метриками,

$\tau_i=(\tau_i^{(1)},...,\tau_i^{(n)})$ – неизвестная заранее точка подмножества Ω_i, $i=1,...,N$, которая является i-ым центром области Ω,

$b_1,...,b_N$ – заданные действительные неотрицательные числа, ограничивающие производственные мощности производств τ_i, $i=1,...,N$,

$l_1,...,l_N$ – заданные действительные неотрицательные числа, ограничивающие пропускные способности производств τ_i, $i=1,...,N$.

Здесь и в дальнейшем интегралы понимаются в смысле Лебега, мера множества граничных точек подмножеств Ω_i, $i=1,...,N$, равна нулю.

Отметим, что *задача Б* является обобщением *задачи А* на случай введения ограничений-равенств и ограничений-неравенств на производственные мощности, а также дополнительных ограничений на пропускные коммуникации производств.

Решение *задачи Б* основывается на едином подходе, суть которого состоит в сведении исходной задачи оптимизации определённым образом к негладкой конечномерной задаче оптимизации, для решения которой применяется метод обобщённых псевдоградиентов с растяжением пространства, близкий к *r*-алгоритму Шора. Подробное обоснование метода решения и разработанный алгоритм приведены в [3].

Дальнейшее усложнение модели подразумевает постановку *задачи А* в условиях риска, т.е. когда известны некоторые вероятностно-статистические параметры η_i, $i = 0,1,...,N$, функций потребительского спроса $\rho(x,\eta_0)$ и метрики $c(x,\tau_i,\eta_i)$, $i = 1,...,N$. В таком случае получаемая стохастическая задача размещения-разбиения может быть сведена к следующей задаче.

Задача В. Найти $\min\limits_{(\{\Omega_1,...,\Omega_N\},(\tau_1,...,\tau_N))} F_{\mathrm{M}}\left(\{\Omega_1,...,\Omega_N\},(\tau_1,...,\tau_N)\right)$

при условиях

$$\mathrm{M}\int\limits_{\Omega_i} \rho(x,\eta_0)dx = b_i,\ i = 1,...,p,$$

$$\mathrm{M}\int\limits_{\Omega_i} \rho(x,\eta_0)dx \le b_i,\ i = p+1,...,N,$$

$$\mathrm{M}\int\limits_{\Omega_i} c(x,\tau_i,\eta_i)\rho(x,\eta_0)dx \le l_i,\ i = 1,...,N,$$

$$\{\Omega_1,...,\Omega_N\} \in \{(\Omega_1,...,\Omega_N):\ \bigcup_{i=1}^{N}\Omega_i = \Omega,$$

$$mes\left(\Omega_i \cap \Omega_k\right) = 0,\ i \ne k,\ i,k = 1,...,N\},$$

$$\tau = (\tau_1,...,\tau_N) \in \Omega^N,$$

где $F_{\mathrm{M}}\left(\{\Omega_1,...,\Omega_N\},(\tau_1,...,\tau_N)\right) = \mathrm{M}\sum\limits_{i=1}^{N}\int\limits_{\Omega_i}\left[c(x,\tau_i,\eta_i) + a_i\right]\rho(x,\eta_0)dx,$

$x = (x^{(1)},...,x^{(n)}) \in \Omega$, $\tau_i = (\tau_i^{(1)},...,\tau_i^{(n)}) \in \Omega$; $b_1,...,b_N$, $l_1,...,l_N$ – заданные действительные числа, $a_1,...,a_N$ – заданные действительные неотрицательные числа,

$\eta_i = \eta_i(\theta): \Theta \to R$ $(i = 0,1,...,N)$ – случайные величины на вероятностном пространстве $(\Theta,\Im,\mathrm{P})$ с заданными конечными математическими ожиданиями $\overline{\eta}_0,...,\overline{\eta}_N$ и дисперсиями $\overset{\vee}{\eta}_0,...,\overset{\vee}{\eta}_N$.

Функции $c(x,\tau_i,y_i)$ – действительные, ограниченные, измеримые по аргументу x на некотором открытом, ограниченном, выпуклом множестве W из E_n, содержащем Ω, выпуклые по τ_i на W и борелевские по y_i на множестве значений случайной величины $\eta_i(\theta)$ для всех $i = 1,...,N$; функция $\rho(x,y_0)$ – действительная, ограниченная, неотрицательная, измеримая по аргументу x на Ω, и борелевская по y_0 на множестве значений случайной величины $\eta_0(\theta)$.

Для решения *задачи В* можно использовать непрямой метод решения из [4], который основан на замене исходной стохастической задачи детерминированным эквивалентом, точным для линейных и квадратичных относительно случайных параметров функций, входящих в постановку задачи, и приближённым в остальных случаях. При использовании такого подхода отыскивается детерминированное оптимальное разбиение.

Переход к детерминированному эквиваленту можно осуществить с помощью представления случайных функций от параметров состояния, входящих в целевой функционал и ограничения задачи, в виде разложения в ряд Тейлора в окрестности математических ожиданий случайных параметров с сохранением линейного и квадратичного членов разложения. При этом для построения детерминированного эквивалента используется субъективная информация о вероятностных характеристиках случайных параметров задачи.

Такой простой подход к построению детерминированного эквивалента требует всего лишь задания субъективных математических ожиданий и дисперсий конечного числа случайных параметров задачи и позволяет избежать решения сложной задачи определения многомерной совместной плотности распределения вероятностей, к которой формально сводится определение математических ожиданий из целевого функционала и функционалов ограничений.

Для решения полученного детерминированного эквивалента применяется метод аналогичный методу решения непрерывных линейных задач оптимального разбиения множеств из [3].

Полное описание метода решения *задачи B* приведено в [4]. Ниже приведён алгоритм решения детерминированного эквивалента.

Алгоритм.

0-й шаг. Область Ω заключаем в прямоугольный параллелепипед Π, стороны которого параллельны осям декартовой системы координат, полагаем $\rho\ (x,\overline{\eta}_0)=0$ при $x\in\Pi\setminus\Omega$. Параллелепипед Π покрываем прямоугольной сеткой и задаём начальное приближение $(\tau,\psi,\xi)=\left(\tau^{(0)},\psi^{(0)},\xi^{(0)}\right)$. Задаём параметры $\alpha\ ,q_1,q_2,n_h\ ,\varepsilon$ модификации $r(\alpha)$-алгоритма.

Вычисляем значения $\lambda^{(0)}(x)$ в узлах сетки по формулам

$$\lambda_i\ (x)=\begin{cases}1, \text{ если } \varphi_i\ (x,\tau_i,\psi_i,\xi_i)\le\varphi_k(x,\tau_k,\psi_k,\xi_k),\\ \qquad\qquad k=1,...,N,\ i\ne k \text{ п. в. для } x\in\Omega,\\ 0 \quad \text{в остальных случаях.}\end{cases} \tag{1}$$

где $$\varphi_i\ (x,\tau_i,\psi_i,\xi_i)=\left[\left(1+\xi_i\right)\left(c\ \ (x,\tau_i,\overline{\eta}_i\ )+\frac{1}{2}c''_{\eta_i\eta_i}\ (x,\tau_i,\overline{\eta}_i\ )\overset{\vee}{\eta}_{\ i}\right)+a_i\ +\psi_i\right]\rho\ \ (x,\overline{\eta}_0\ )+$$

$$+\frac{1}{2}\left[\left(1+\xi_i\right)c\ \ (x,\tau_i,\overline{\eta}_i\ )+a_i\ +\psi_i\ \right]\rho''_{\eta_0\eta_0}(x,\overline{\eta}_0\ )\overset{\vee}{\eta}_{\ 0}+\ c'_{\eta_i}\ (x,\tau_i,\overline{\eta}_i\ )\rho'_{\eta_0}\ (x,\overline{\eta}_0\ )\operatorname{cov}(\eta_0\ ,\eta_i\ )$$

при $\tau=\tau^{(0)},\ \psi=\psi^{(0)},\ \xi=\xi^{(0)}$. Вычисляем значения вектора $g_p\left(\tau^{(0)},\psi^{(0)},\xi^{(0)}\right)$ в узлах сетки по формулам

$$g_P^{\psi_i}(\tau,\psi,\xi)=\int\limits_{\Omega}\left[\rho\ \ (x,\overline{\eta}_0\ )+\frac{1}{2}\rho''_{\eta_0\eta_0}\ (x,\overline{\eta}_0\ )\overset{\vee}{\eta}_{\ 0}\right]\lambda_i\ (x)dx-b_i,\quad i=1,...,p\,, \tag{2}$$

$$g_P^{\psi_i}(\tau,\psi,\xi)=\int\limits_{\Omega}\left[\rho\ \ (x,\overline{\eta}_0\ )+\frac{1}{2}\rho''_{\eta_0\eta_0}\ (x,\overline{\eta}_0\ )\overset{\vee}{\eta}_{\ 0}\right]\lambda_i\ (x)dx-b_i\ +$$

$$+S_1\max\left(0,sign(-\psi_i)\right),\ i=p+1,...,N\,, \tag{3}$$

$$g_P^{\xi_i}(\tau,\psi,\xi)=\int_\Omega\left\{\left(c\ (x,\tau_i,\overline{\eta}_i\ )+\frac{1}{2}c''_{\eta_i\eta_i}\ (x,\tau_i,\overline{\eta}_i\ )\overset{\vee}{\eta}_i\right)\rho\ (x,\overline{\eta}_0\ )+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{2}c\ (x,\tau_i,\overline{\eta}_i\ )\rho''_{\eta_0\eta_0}(x,\overset{\vee}{\eta}_0)\overset{\vee}{\eta}_0\right\}\lambda_i\ (x)dx-l_i+S_2\max\left(0,sign(-\xi_i)\right),i=1,...,N, \quad (4)$$

$$g_P^{\tau_i}(\tau,\psi,\xi)=\int_\Omega\left\{\left(1+\xi_i\right)\left(c'_{\tau_i}\ (x,\tau_i,\overline{\eta}_i\ )+\frac{1}{2}c'''_{\eta_i\eta_i\tau_i}(x,\tau_i,\overline{\eta}_i\ )\overset{\vee}{\eta}_i\right)\rho\ (x,\overline{\eta}_0\ )+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{2}\left(1+\xi_i\right)c'_{\tau_i}\ (x,\tau_i,\overline{\eta}_i\ )\rho''_{\eta_0\eta_0}\ (x,\overline{\eta}_0)\overset{\vee}{\eta}_0+c''_{\eta_i\tau_i}\ (x,\tau_i,\overline{\eta}_i\ )\rho'_{\eta_0}\ (x,\overline{\eta}_0\ )\operatorname{cov}(\eta_0,\eta_i\ )\right\}\lambda_i\ (x)dx-$$
$$-S_3\max\{0,sign(x_{\min}^k-\tau_i^k)\}-S_4\max\{0,sign(\tau_i^k-x_{\max}^k)\}\ ,\ i=1,...,N, \quad (5)$$

при $\tau=\tau^{(0)},\ \psi=\psi^{(0)},\xi=\xi^{(0)},\ \lambda(x)=\lambda^{(0)}(x)$.

Выбираем начальный пробный шаг $h_0>0$, полагаем $B_0^\tau=I_{nN}$, $B_0^\psi=I_N$, $B_0^\xi=I_N$ - квадратные матрицы размерностей $nN\times nN$, $N\times N$ и $N\times N$ соответственно. Находим

$$\tau^{(1)}=\tau^{(0)}-h_0g_P^\tau\left(\tau^{(0)},\psi^{(0)},\xi^{(0)}\right),$$
$$\psi^{(1)}=\psi^{(0)}-h_0g_P^\psi\left(\tau^{(0)},\psi^{(0)},\xi^{(0)}\right),$$
$$\xi^{(1)}=\xi^{(0)}-h_0g_P^\xi\left(\tau^{(0)},\psi^{(0)},\xi^{(0)}\right).$$

Переходим ко второму шагу.

Пусть в результате вычислений после k, $k=1,2,...$ шагов алгоритма получены величины $\tau^{(k)},\psi^{(k)},\xi^{(k)}$, $\lambda^{(k-1)}(x)$ в узлах сетки, матрицы B_k^τ, B_k^ψ, B_k^ξ.

Опишем ($k+1$)-й шаг.

1. Вычисляем значения $\lambda^{(k)}(x)$ в узлах сетки по формулам (1) при $\tau=\tau^{(k)},\psi=\psi^{(k)},\xi=\xi^{(k)}$.

2. Вычисляем значения $g_P\left(\tau^{(k)},\psi^{(k)},\xi^{(k)}\right)$ в узлах сетки по формулам (2)-(5) при $\tau=\tau^{(k)},\psi=\psi^{(k)},\xi=\xi^{(k)},\ \lambda(x)=\lambda^{(k)}(x)$.

3. Проводим ($k+1$)-й шаг $r(\alpha)$-алгоритма обобщённых псевдоградиентов с растяжением пространства, близкого к r-алгоритму Шора, итерационная формула которого имеет вид

$$\tau^{(k+1)}=\tau^{(k)}-h_kB_{k+1}^\tau\frac{(B_{k+1}^\tau)^Tg_P^\tau\left(\tau^{(k)},\psi^{(k)},\xi^{(k)}\right)}{\left\|(B_{k+1}^\tau)^Tg_P^\tau\left(\tau^{(k)},\psi^{(k)},\xi^{(k)}\right)\right\|},$$
$$\psi^{(k+1)}=\psi^{(k)}-h_kB_{k+1}^\psi\frac{(B_{k+1}^\psi)^Tg_P^\psi\left(\tau^{(k)},\psi^{(k)},\xi^{(k)}\right)}{\left\|(B_{k+1}^\psi)^Tg_P^\psi\left(\tau^{(k)},\psi^{(k)},\xi^{(k)}\right)\right\|}$$
$$\xi^{(k+1)}=\xi^{(k)}-h_kB_{k+1}^\xi\frac{(B_{k+1}^\xi)^Tg_P^\xi\left(\tau^{(k)},\psi^{(k)},\xi^{(k)}\right)}{\left\|(B_{k+1}^\xi)^Tg_P^\xi\left(\tau^{(k)},\psi^{(k)},\xi^{(k)}\right)\right\|}.$$

4. Если условие

$$\left\|\left(\tau^{(k+1)},\psi^{(k+1)},\xi^{(k+1)}\right)-\left(\tau^{(k)},\psi^{(k)},\xi^{(k)}\right)\right\|\le\varepsilon,\varepsilon>0, \quad (6)$$

не выполняется, переходим к ($k+2$)-му шагу алгоритма с новыми значениями величин $\tau^{(k+1)},\psi^{(k+1)},\xi^{(k+1)},\ \lambda^{(k)}(x)$ в узлах сетки и матриц B_{k+1}^τ, B_{k+1}^ψ, B_{k+1}^ξ, если выполняется, то переходим на п.5.

5. Полагаем $\tau_* = \tau^{(l)}$, $\psi^* = \psi^{(l)}$, $\xi^* = \xi^{(l)}$, $\lambda_*(x) = \lambda^{(l)}(x)$, где l – номер итерации, на которой выполнилось условие (6).

6. Вычисляем оптимальное значение двойственного функционала по формуле

$$\tilde{G}_{\mathrm{M}}(\tau,\Psi) = -\sum_{i=1}^{N}\psi_i b_i - \sum_{i=1}^{N}\xi_i l_i + \int_{\Omega}\min_{k=1,\dots,N}\left\{\varphi_k(x,\tau_k,\psi_k,\xi_k)\right\},$$

где $\varphi_i(x,\tau_i,\psi_i,\xi_i)$, $i=1,\dots,N$, $j=1,\dots,M$, задаются формулами

$$\varphi_i(x,\tau_i,\psi_i,\xi_i) = \left[(1+\xi_i)\left(c\,(x,\tau_i,\overline{\eta}_i) + \frac{1}{2}c''_{\eta_i\eta_i}(x,\tau_i,\overline{\eta}_i)\overset{\vee}{\eta}_i\right) + a_i + \psi_i\right]\rho\,(x,\overline{\eta}_0) +$$

$$+\frac{1}{2}\left[(1+\xi_i)c\,(x,\tau_i,\overline{\eta}_i) + a_i + \psi_i\right]\rho''_{\eta_0\eta_0}(x,\overline{\eta}_0)\overset{\vee}{\eta}_0 +$$

$+c'_{\eta_i}(x,\tau_i,\overline{\eta}_i)\rho'_{\eta_0}(x,\overline{\eta}_0)\operatorname{cov}(\eta_0,\eta_i)$, $i=1,\dots,N$ при $\tau=\tau_*, \psi=\psi^*$, $\xi=\xi^*$, и для контроля правильности счёта по формуле

$$I(\lambda_*(\cdot),\tau_*) = \int_{\Omega}\sum_{i=1}^{N}\left\{\left[c\,(x,\tau_{*i},\overline{\eta}_i) + a_i + \frac{1}{2}c''_{\eta_i\eta_i}(x,\tau_{*i},\overline{\eta}_i)\overset{\vee}{\eta}_i\right]\rho\,(x,\overline{\eta}_0) +\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}\left[c\,(x,\tau_{*i},\overline{\eta}_i) + a_i\right]\rho''_{\eta_0\eta_0}(x,\overline{\eta}_0)\overset{\vee}{\eta}_0 + c'_{\eta_i}(x,\tau_{*i},\overline{\eta}_i)\rho'_{\eta_0}(x,\overline{\eta}_0)\operatorname{cov}(\eta_0,\eta_i)\right\}\lambda_{*i}(x)dx.$$

Алгоритм описан.

Выводы. В данной работе рассмотрена классификация задач размещения-разбиения. Приведена постановка детерминированной непрерывной задачи размещения-разбиения с непрерывным спросом без ограничений. Названная задача сведена к задаче оптимального разбиения множеств с учётом обобщения на случай введения ограничений на производственные мощности и пропускные коммуникации.

Даная задача размещения-разбиения сформулирована в условиях риска, т.е. когда известны некоторые вероятностно-статистические параметры функций потребительского спроса и метрики. Решение стохастической задачи получено непрямым методом, идея которого состоит в сведении стохастической задачи к её детерминированному эквиваленту, для решения которого необходимо знание лишь субъективных математических ожиданий и дисперсий случайных параметров задачи. Описан алгоритм решения задачи размещения-разбиения в условиях риска, который программно реализован и успешно протестирован на ряде модельных задач, где функция метрики имеет вероятностно-статистическую природу.

ЛИТЕРАТУРА

1. Farahani R.Z. Facility Location: Concepts, Models, Algorithms and Case Studies / R.Z.Farahani, M.Hekmatfar. – Berlin: Springer, 2009. – 549pp.
2. Murat A.A Continuous Analysis Framework for the Solution of Location-Allocation Problems with Dense Demand / A.Murat, V.Verter, G.Laporte // Computers & Operations Research. – 2010. – Vol. 37. – P.123-136.
3. Киселёва Е.М. Решение непрерывной однопродуктовой задачи оптимального разбиения с дополнительными ограничениями / Е.М.Киселёва, Я.Е.Кадочникова // Проблемы управления и информатики. – 2009. – №4. – С.47-61.
4. Кадочникова Я.Е. Решение одной задачи оптимального разбиения множеств при дополнительных ограничениях в условиях неопределённости / Я.Е.Кадочникова // Збірник наукових праць Дніпродзержинського державного технічного університету. – Дніпродзержинськ: ДДТУ. – 2010. – Випуск 2(15). – С.147-152.

Поступила в редколлегию 18.02.2015.