# РОЗДІЛ «МАШИНОБУДУВАННЯ. МЕХАНІКА»

УДК 539.374

БАБЕШКО М.Е., д.ф.-м.н., вед. науч. сотр. САВЧЕНКО В.Г., д.т.н., гл. науч. сотр.

## Институт механики им. С.П.Тимошенко НАН Украины

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ СОСТАВНЫХ ТЕЛ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМ НАГРУЖЕНИИ И РАДИАЦИОННОМ ОБЛУЧЕНИИ

Введение. С развитием техники увеличивается число конструкций, работающих в условиях радиационного воздействия. Известно, что потоки элементарных частиц, в первую очередь нейтронные потоки, действующие на элементы конструкций, способны вызывать существенное изменение механических свойств материалов. Меняются упругие, пластические и прочностные свойства материалов, в частности, возникает объемная деформация. Происходящие в конструкционных материалах процессы могут существенно повлиять на работоспособность конструкции, особенно состоящей из различных материалов. При оценке прочности такой конструкции наряду с изменением свойств ее материалов от температуры и истории нагружения необходимо учитывать влияние радиационного облучения. В данной статье разработанные авторами методы численного исследования эксплуатационных и предельных состояний тонкостенных и толстостенных тел вращения, работающих в условиях неизотермического нагружения, распространены на процессы, сопровождающиеся воздействием радиационного облучения. В отличие от [1, 2], изложенная в данной статье методика основана на использовании уравнений терморадиационной пластичности для описания процессов деформирования по траекториям малой кривизны.

Постановка задачи и основные соотношения. В ортогональной системе координат  $q_i$  (i=1,2,3) рассматривается составное тело вращения, изготовленное из изотропных материалов, в процессе осесимметричного неизотермического нагружения под

действием объемных  $\vec{K}(K_1, K_2, K_3)$  и поверхностных  $\vec{t}_n(t_{n1}, t_{n2}, t_{n3})$  сил и радиационного облучения. Предполагается, что в начальный момент времени  $t_0$  тело находится при начальной температуре  $T_0$ . Под составным телом вращения подразумевается дискретно однородное тело, все составные части которого также являются телами вращения с общей осью вращения. Предполагается, что составные части тела скреплены между собой при температуре  $T_0$  без натяга и на их общей границе выполняются условия идеального силового, теплового и радиационного контактов. Предполагается, что материалы тела деформируются в пределах и за пределами упругости, а деформации ползучести пренебрежимо малы по сравнению с упругими и пластическими составляющими.

Для решения задачи процесс нагружения тела необходимо разбить на ряд этапов таким образом, чтобы моменты времени, разграничивающие этапы, как можно лучше совпадали с моментами перехода отдельных элементов тела от активного нагружения к разгрузке и наоборот. На каждом этапе распределение температуры в теле может быть определено путем решения соответствующей задачи теплопроводности при заданных условиях теплообмена с окружающей средой по методике [3] либо найдено из других источников. Предполагается, что дозы облучения и распределение нейтронного потока в теле на каждом этапе известны, найдены путем решения соответствующей краевой задачи [4]. В частности, распределение нейтронного потока в теле при действии на од-

ну из его поверхностей нормального моноэнергетического пучка нейтронов постоянной интенсивности и отсутствии в теле источников генерации нейтронов можно приближенно принять убывающим по экспоненциальному закону от этой поверхности [4]. Таким образом, определив на каждом этапе нагружения распределения температуры T и дозы радиационного облучения N, решим задачу термопластичности по определению перемещений  $u_i$ , деформаций  $\varepsilon_{ij}$  и напряжений  $\sigma_{ij}(i, j = 1, 2, 3)$  для фиксированных моментов времени при заданных условиях нагружения и закрепления. Для этого используем систему статических, геометрических и физических (определяющих) уравнений. Статическими являются три дифференциальных уравнения равновесия, геометрическими – шесть линейных соотношений между компонентами деформаций и перемещений [3, 5]. Деформирование изотропных материалов будем описывать уравнениями теории процессов малой кривизны [3, 5]. Для оценки прочности исследуемого тела будем применять известные из литературы критерии. Связь между компонентами тензоров напряжений  $\sigma_{ij}$  и деформаций  $\varepsilon_{ij}$  представляем в форме обобщенного закона Гука с дополнительными слагаемыми в виде

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + (K - 2G)\varepsilon_0 \delta_{ij} - \sigma_{ij}^{(d)}, \qquad (1)$$

$$\sigma_{ij}^{(d)} = 2G\varepsilon_{ij}^{(p)} + K\varepsilon_{TN}\delta_{ij}, \qquad (2)$$

где

$$\begin{split} K &= E/(1-2\nu); \ E = 2G(1+\nu); \ \varepsilon_{TN} = \varepsilon_T + \varepsilon_N; \ \varepsilon_T = \alpha_T (T-T_0); \ \varepsilon_N = \alpha_N N; \ (3) \\ \delta_{ij} &= 1 \text{ при } i = j \text{ и } \delta_{ij} = 0 \text{ при } i \neq j. \end{split}$$

В формулах (2), (3) E, G и K – модули упругости, сдвига и объемного расширения материала, зависящие от температуры; v,  $\alpha_T$  и  $\alpha_N$  – коэффициенты Пуассона, линейного теплового расширения и линейного радиационного расширения материала соответственно. Входящие в (2) величины пластических составляющих компонент деформации  $\varepsilon_{ij}^{(p)} = e_{ij}^{(p)}$  на произвольном M -м этапе нагружения имеют вид

$$e_{ij}^{(p)} = \sum_{k=1}^{M} \Delta_k e_{ij}^{(p)} , \qquad (4)$$

где 
$$\Delta_k e_{ij}^{(p)} = \left\langle \frac{s_{ij}}{S} \right\rangle_k \Delta_k \Gamma_p^*,$$
 (5)

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_0 \delta_{ij}; \ \sigma_0 = \sigma_{ii} / 3;$$

$$S = \left(\frac{1}{2}s_{ij}s_{ij}\right)^{\frac{1}{2}} -$$
интенсивность касательных напряжений, (6)

$$\Gamma_{p}^{*} = \sum_{k=1}^{M} \Delta_{k} \Gamma_{p}^{*}$$
 – интенсивность накопленных пластических деформаций сдвига. (7)

В (5) угловыми скобками обозначено среднее за этап значение находящейся в них величины. В (1) дополнительные слагаемые  $\sigma_{ij}^{(d)}$  (2) считаются известными, полученными в результате решения задачи на предыдущих этапах и приближениях. Входящие в (3) приращения пластических составляющих деформаций  $\Delta_k e_{ij}^{(p)}$  (4) необходимо уточнять в процессе последовательных приближений. При вычислении  $\Delta_k e_{ij}^{(p)}$  используется предположение о существовании зависимости

$$S = F(\Gamma, T, N) \tag{8}$$

между интенсивностью касательных напряжениий S (6), интенсивностью деформаций сдвига

$$\Gamma = \left(\frac{1}{2}e_{ij}e_{ij}\right)^{\frac{1}{2}}, \ e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_0\delta_{ij}, \ \varepsilon_0 = \varepsilon_{ii}/3,$$
(9)

температурой T и дозой радиационного облучения N. Для конкретизации зависимости (8) используем диаграммы  $\sigma \sim \varepsilon$  ( $\sigma$  – напряжение,  $\varepsilon$  – продольная деформация образца), полученные в экспериментах на растяжение цилиндрических образцов при различных фиксированных значениях температуры и дозы радиационного облучения, выполненных со скоростями нагружения, не влияющие на форму диаграмм  $\sigma \sim \varepsilon$ . Переход от  $\sigma$  и  $\varepsilon$  к S и  $\Gamma$  осуществляется по формулам [5]

$$S = \sigma / \sqrt{3}; \quad \Gamma = S / (2G) + \sqrt{3} \varepsilon^{(p)} / 2; \quad \varepsilon^{(p)} = \varepsilon - \sigma / E.$$
 10)

Для промежуточных значений T и N зависимости  $S \sim \Gamma$  найдем путем линейной интерполяции по T и N.

Результаты работы. *Метод решения*. С использованием определяющих соотношений (1), (2) формулируем разрешающую систему уравнений. Для определения упругопластического НДС массивных тел вращения используем цилиндрическую систему координат. С применением вариационного принципа Лагранжа и метода конечных элементов получаем в каждом приближении на произвольном этапе нагружения систему алгебраических уравнений, правая часть которой зависит от пластических, тепловых и радиационных составляющих деформации и уточняется от приближения к приближению. Подробно методы решения пространственной задачи термопластичности описаны в [3, 6] и др. В случае тонких оболочек вращения используется криволинейная ортогональная система координат и гипотезы Кирхгофа–Лява. В каждом приближении произвольного этапа нагружения необходимо решить краевую задачу для системы шести обыкновенных дифференциальных уравнений. Для этого используется метод Рунне–Кутта с дискретной ортогонализацией [7]. Подробно методики решения задачи термопластичности для тонких оболочек вращения описаны в [3, 5, 8] и др.

При оценке прочности тела, моделирующего исследуемый элемент конструкции, обычно [9] рассматривают два варианта разрушения – усталостное и квазистатическое. Для усталостного разрушения характерно появление трещин при малых пластических деформациях. Квазистатическое разрушение характеризуется ростом пластической деформации до уровня, соответствующего разрушению при однократном статическом нагружении. Во многих работах пользуются критериями Сдобырева [10] и максимально допустимой деформации.

Согласно критерию Сдобырева тот уровень загрузок, при котором выполнено условие

$$\sigma_e = \sigma_n, \ \sigma_e = (\sigma_i + \sigma_{max})/2, \tag{11}$$

соответствует разрушению. В (11)  $\sigma_e$  – эквивалентное напряжение,  $\sigma_i$  – интенсивность напряжений,  $\sigma_i = S\sqrt{3}$ ,  $\sigma_{max}$  – максимальное главное нормальное напряжение [5],  $\sigma_n$  – предел прочности материала.

**Числовые результаты.** В качестве примера рассмотрим влияние радиационного облучения на НДС двухслойной сплошной круглой пластины радиуса R = 0,5 м, слои которой имеют толщину h/2 = 0,0125 м. Оболочка отнесена к криволинейной ортогональной системе координат  $s, \theta, \varsigma$ , связанной с недеформированной непрерывной координатной поверхностью, где s ( $s_a \le s \le s_b$ ) – меридиональная координата,  $s_a$ ,  $s_b$  – координаты, соответствующие торцам оболочки;  $\theta$  ( $0 \le \theta \le 2\pi$ ) – окружная координата;  $\zeta$  ( $\zeta_0 \le \zeta \le \zeta_k$ ) – координата, отсчитываемая по нормали к координатной поверхности  $h = \zeta_k - \zeta_0$ . В качестве координатной поверхности выбрана срединная поверхность. Первый слой пластины ( $-\frac{h}{2} \le \zeta \le 0$ ) изготовлен из стали 347, а второй ( $0 \le \zeta \le \frac{h}{2}$ ) – из графита. Пластина жестко защемлена по контуру и подвергается действию нормальной распределенной нагрузки  $q_{\zeta}$  и радиационного облучения за счет падающего на поверхность  $\zeta = -\frac{h}{2}$  потока нейтронов. Распределение дозы радиации N по толщине пластины принято в виде

$$N = Ate^{-\mu\left(\varsigma + \frac{h}{2}\right)},\tag{12}$$

где  $A = 20 \cdot 10^{18}$  нейтрон/см<sup>2</sup>·с (нтр/см<sup>2</sup>·с),  $0 \le t \le 1$ с,  $-\frac{h}{2} \le \zeta \le \frac{h}{2}$ , а коэффициент  $\mu$  определяется интенсивностью поглощения нейтронов данным материалом. В данной задаче принято  $\mu = 0.9$  см<sup>-1</sup>. Температура пластины  $T = T_0 = 0^0 C$ . Для проведения расчетов были заданы диаграммы растяжения материалов слоев 1 [11] и 2 [12] при  $T = 0^0 C$  и различных значениях доз радиационного облучения. Коэффициенты Пуассона и радиационного расширения материалов слоев 1 и 2 приняты независящими от дозы радиационного облучения и равными  $\nu = 0.3$ ,  $\alpha_N = 0.3 \cdot 10^{-21} (\text{нтр/см}^2)^{-1}$  и  $\nu = 0.2$ ,  $\alpha_N = 0.1 \cdot 10^{-22} (\text{нтр/см}^2)^{-1}$  соответственно. При решении задачи условия в полюсе s = 0 и на контуре s = R были и заданы в виде: при s = 0  $u = \vartheta_s = Q_s = 0$ , при s = R  $u = w = \vartheta_s = 0$ ,

где u и w перемещения координатной поверхности в направлениях s и  $\zeta$ ,  $\vartheta_s$  – угол поворота нормали к координатной поверхности,  $Q_s$  – перерезывающая сила.

Для исследования упругопластического напряженно-деформированного состояния пластины при заданном процессе нагружения этот процесс был разбит на 5 этапов, на которых величина распределенной нагрузки была равна  $q_{c} = -0,1; -0,15; -0,2; -0,25; -0,3$  МПа, а распределение дозы радиационного облучения по толщине пластины определялось формулой (13) при t = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1 с. Некоторые результаты расчета приведены на рис.1 и 2. На рис.1 приведены распределения вдоль меридиональной координаты меридиональных  $\sigma_{ss}$ , а на рис.2 – окружных σ<sub>θθ</sub> напряжений; сплошные линии соответствуют результатам, полученным в конце рассматриваемого процесса нагружения, сопровождающегося радиационным облучением, а штрихпунктирные линии – при отсутствии радиационного облучения; кривые 1 соответствуют значениям напряжений при  $\zeta = -\frac{h}{2}$ , а кривые 2 – при  $\zeta = \frac{h}{2}$ . Расчет показал, что при действии только силовой нагрузки материалы оболочки деформиру-

#### Машинобудування. Механіка

ются в пределах упругости, а действие радиации приводит к качественному изменению напряженно-деформированного состояния пластины и возникновению пластических деформаций в обоих слоях. Действие радиации существенно снизило прочностные свойства пластины.



**Выводы.** Изложена методика численного исследования осесимметричного термоупругопластического напряженно-деформированного состояния составных тел вращения в условиях радиационного облучения. На примере двухслойной пластины показано влияние действия радиационного потока на ее напряженное состояние.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Савченко В.Г. Упругопластическое осесимметричное напряженнодеформированное состояние слоистых оболочек при радиационном облучении / Савченко В.Г., Бабешко М.Е. // Прикладная механика. – 2000. – **36**, №9. – С.104-111.
- 2. Бабешко М.Е. Исследование упругопластического осесимметричного напряженнодеформированное состояние гибких слоистых оболочек при радиационном облучении с учетом истории нагружения / Бабешко М.Е., Савченко В.Г. // Прикладная механика. – 2001. – **37**, №11. – С.75-80.
- 3. Шевченко Ю.Н. Механика связанных полей в элементах конструкций. Т.2. Термовязкопластичность / Шевченко Ю.Н., Савченко В.Г. К.: Наукова думка, 1987. 264с.
- 4. Ольшак В. Теория пластичности неоднородных тел / Ольшак В., Рыхлевский Я., Урбановский В. М.: Мир, 1964. 156с.
- 5. Шевченко Ю.Н. Термовязкоупругопластические процессы сложного деформирования элементов конструкций / Шевченко Ю.Н., Бабешко М.Е., Терехов Р.Г. – К.: Наукова думка, 1992. – 328с.
- 6. Savchenko V.G. Spatial Thermoviscoplastic Problems / Savchenko V.G., Shevchenko Yu.N. // Int. Appl. Mech. 2000. **36**, N11. P.1399-1433.
- 7. Григоренко Я.М. Теория оболочек переменной жесткости: в 5-ти т. Т.4: Методы расчета оболочек. – Григоренко Я.М., Василенко А.Т. / К.: Наукова думка, 1981. – 544с.
- Решение осесимметричной задачи термопластичности для тонкостенных и толстостенных тел вращения на ЕС ЭВМ / Шевченко Ю.Н., Бабешко М.Е., Пискун В.В. [и др.]. – К.: Наукова думка, 1980. – 196с.
- 9. Шнейдерович Р.М. Прочность при статическом и повторно-статическом нагружениях / Шнейдерович Р.М. М.: Машиностроение, 1968. 344с.

- 10. Сдобырев В.П. Критерий длительной прочности для некоторых жаропрочных сплавов при сложном напряженном состоянии / Сдобырев В.П. // Изв. АН СССС, ОТН, Механика и машиностроение. 1959. №6. С.93-99.
- 11. Киселевский В.Н. Изменение механических свойств сталей и сплавов при радиационном облучении / Киселевский В.Н. – К.: Наукова думка, 1977. – 104с.
- 12. Графит как высокотемпературный материал: сборник статей / под ред. К.П.Власова. М.: Мир, 1964. 156с.

Поступила в редколлегию 20.03.2017.

УДК 669.013.002.5:531.3

БЕЙГУЛ О.О., д.т.н., професор СМИРНОВ А.І., інженер БЕЙГУЛ В.О., к.т.н., ст. викладач ЛЕПЕТОВА Г.Л., к.т.н., доцент

Дніпровський державний технічний університет м. Кам'янське

## ОБГРУНТУВАННЯ УМОВИ ПОПЕРЕЧНОЇ СТІЙКОСТІ ЗЧЛЕНОВАНОГО ПОРТАЛЬНОГО КОНТЕЙНЕРОВОЗА ПРИ КОСОСИМЕТРИЧНИХ КІНЕМАТИЧНИХ ЗБУРЕННЯХ

Вступ. На сучасних підприємствах з'являються нові технологічні лінії, де спецавтотранспорт, як більш гнучкий у своєму використанні, витісняє традиційний залізничний транспорт. На ділянках перевезення контейнерів, пакетованих вантажів, піддонів використовуються автотранспортні засоби з вантажопідйомним устаткуванням [1], контейнеровози з U-подібною рамою [2], портальні автомобілі [3, 4]. Портальні автомобілі знаходять широке застосування у лісній, деревообробній промисловості, при проведенні навантажувально-розвантажувальних робіт у складських приміщеннях, в останній час застосовуються в технологічних лініях заводів чорної та кольорової промисловості. Як правило, такі машини мають мало аналогів у практиці вітчизняного автомобілебудування, тому їх розробка, проектування та виготовлення вимагають нового, нетрадиційного підходу.

Постановка задачі. Для портальних машин характерні велика будівельна висота конструкції, наявність зосереджених мас, довгих стрижневих вантажопідйомних та направляючих силових елементів, що спричиняє проблеми стійкості збуреного руху при кососиметричних кінематичних збуреннях з боку нерівностей технологічних доріг. Слід зазначити, що поздовжній балансирний шарнір робить незалежними коливання зчленованих частин у поперечній площині [5]. На цій підставі розглядаємо поперечні коливання портальної несучої системи незалежно від П-подібного моста.

На рівні розглянутих робіт невирішеною частиною проблеми є обґрунтування умови поперечної стійкості зчленованого портального контейнеровоза при наявності кососиметричних кінематичних збурень.

Результати роботи. На рис. 1 зображено зчленований портальний контейнеровоз.

Будемо вважати, що кінематичні збурення діють лише на праву підвіску портальної машини. Рівняння збуреного руху отримуємо у формі рівняння Лагранжа другого роду [6]:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = -\frac{\partial \Pi}{\partial q_j} + Q_j^F, \qquad (1)$$

де Т – кінетична енергія системи, Дж;

П – потенціальна енергія системи, Дж;