

За формулою (1)

$$R_a = \frac{1}{10K_\sigma} \sum_{i=1}^{10} |y_i| \cdot 10^3 = 14,9 \text{ мкм},$$

тобто за значенням R_a треба було б віднести поверхню до попереднього номінального значення в ряді шорсткості.

Тому при знаходженні R_a слід використовувати формулу (4) як більш адекватну.

Висновки. В роботі проаналізовано відомі формули визначення шорсткості поверхні металів і сплавів, на основі методів наближеного інтегрування визначено додаткові критерії оцінки мікрогеометрії поверхонь і запропоновано коригування формули визначення середнього арифметичного відхилення досліджуваного профілю R_a .

Встановлення взаємозв'язків між характеристиками R_a і R_z дає додаткову можливість контролювати процес досягнення заданих експлуатаційних характеристик виробів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Гаркунов Д.Н. Триботехника / Д.Н.Гаркунов. – М.: Машиностроение, 1985. – 424с.
2. Максименко О.П. Теорія і практика змащування металургійних машин: навч. посіб. / О.П.Максименко, В.В.Перемітько, В.М.Самохвал. – Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2007. – 224с.
3. Аналіз сучасних методів визначення структури та топології поверхонь матеріалів / О.Ю.Повстяной, В.Д.Рудь, Ю.А.Мельник, Н.Ю.Імбірович // Техническая диагностика и неразрушающий контроль. – 2014. – № 2. – С.37-42.
4. Исследование шероховатости поверхности подложек из совершенных монокристаллов $CdTe$ / В.М.Каневский, Ю.М.Иванов, А.Н.Поляков [и др.] // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. – 2006. – № 12. – С.12-14.
5. Методы исследования и контроля шероховатости поверхности металлов и сплавов / Ю.Ф.Назаров, А.М.Шкилько, В.В.Тихоненко, И.В.Компанец // Физическая инженерия поверхности. – 2007. – Т. 5, № 3-4. – С.207-216.

Надійшла до редколегії 22.01.2018.

УДК 621.923

DOI 10.31319/2519-2884.32.2018.166

МОЛЧАНОВ В.Ф. к.т.н., доцент

Днепропетровский государственный технический университет, г. Каменское

ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧИ ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТЕЙ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Введение. Исследованию механизма образования шероховатости поверхностей при окончательной обработке шлифованием посвящено значительное число работ. Однако механизм образования микропрофиля поверхности с учетом влияния твердых частиц, содержащихся в смазочно-охлаждающей жидкости (СОЖ), исследован недостаточно.

Анализ публикаций. Известно, что металлические частицы шлама, попавшие вместе с жидкостью в зону контакта абразивных зерен круга с поверхностью заготовки,

деформируются сами и оказывают определенное влияние на деформацию материала обрабатываемой поверхности, что приводит к образованию прижогов. Абразивные частицы шлама практически не деформируются, а, вступая в силовой контакт при шлифовании, как бы «удлиняя» абразивные зерна на поверхности круга и участвуя в единичных актах резания, внедряются в обрабатываемую поверхность, оставляя следы воздействия на поверхностном слое детали, которые приводят к росту шероховатости. Для исключения прижогообразования при шлифовании и уменьшения шероховатости поверхности, загрязненные жидкости необходимо очищать от твердых частиц металлообработки [1-3].

Использование фильтрации для очистки и осветления технологических жидкостей наиболее эффективно, так как при фильтрации через слой пористых материалов можно достигнуть полного извлечения твердых частиц из жидкостей [4]. Однако особенности строения порового пространства обуславливают ряд специфических явлений, возникающих при движении жидкостей в каналах пористой среды.

Постановка задачи. Целью исследования являются изучение и установление закономерности процесса фильтрации технологических жидкостей через пористые материалы. При фильтрации технологических жидкостей через слой пористых материалов пористая среда фильтрующей перегородки деформируется с изменением ее пористости. Изменение пористости происходит за счет уменьшения объема пор порового пространства, так как твердые частицы вместе с жидкостью проникают в поры каналов порового пространства и застревают в них.

Результаты работы. В рассматриваемой модели процесс фильтрации шламовой суспензии протекает с постоянным закупориванием пор фильтрующей перегородки. При фильтрации с постепенным закупориванием пор на фильтрующую перегородку объемом W_{ϕ} , в которой содержится слой сыпучего пористого материала пористостью Π , непрерывно поступает технологическая жидкость со скоростью $W_{ж}$, в которой содержатся твердые частицы массой κ_3 . Поступающие с жидкостью в поры каналов фильтрующей перегородки твердые частицы застревают и задерживаются в ней, а отфильтрованная жидкость продолжает двигаться с той же скоростью. Твердые частицы, застрявшие в порах каналов фильтрующей перегородки, изменяют ее пористость и оказывают влияние на длительность процесса фильтрации [5].

Предполагая, что изменение пористости пропорционально приросту массы твердых частиц в пористом слое фильтрующей перегородки объемом W_{ϕ} , получим

$$d\Pi = \frac{dm_T}{\rho_T \cdot W_{\phi}}, \quad (1)$$

где ρ_T – плотность твердых частиц, кг/м³.

Так как при фильтрации шламовых суспензий через слой твердых частиц шлама пористая среда непрерывно деформируется, то уравнение неразрывности принимает вид

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} + \Pi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial \Pi}{\partial t} = 0. \quad (2)$$

Подставляя в уравнение неразрывности значения

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} = \frac{d\Pi}{dm_T} \cdot \frac{\partial m_T}{\partial t} \quad \text{и} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{d\rho}{dP} \cdot \frac{\partial P}{\partial t},$$

получаем

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} + \Pi \frac{d\rho}{dP} \frac{\partial P}{\partial t} + \rho \frac{d\Pi}{dm_T} \frac{\partial m_T}{\partial t} = 0.$$

Реальная жидкость слабо сжимаема, поэтому с достаточной степенью точности можно записать

$$\rho - \rho_0 = \frac{\rho_0}{\alpha} (P - P_0), \quad (3)$$

где α – модуль упругости жидкости, Па.

Определяя по приведенным выше формулам значения величин

$$\frac{\partial m_T}{\partial t} = W_{жс} K_3 e^{-W_{жс} \cdot t}; \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{d\rho}{dP} \frac{\partial P}{\partial t}; \quad \frac{d\Pi}{dm_T} = \frac{1}{\rho_T W_\phi}; \quad \frac{d\rho}{dP} = \frac{\rho}{\alpha},$$

уравнение неразрывности для деформируемой пористой среды окончательно принимает следующий вид:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} + \frac{\Pi \rho}{\alpha} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\rho K_3 W_{жс} e^{-W_{жс} \cdot t}}{\rho_T W_\phi} = 0.$$

Из уравнения неразрывности получаем уравнение движения жидкости в деформируемой среде

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \frac{\Pi \mu}{k\alpha} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\mu K_3 W_{жс} e^{-W_{жс} \cdot t}}{k\rho_T W_\phi}. \quad (4)$$

Так как при фильтрации суспензии через слой твердых частиц движение протекает в одном направлении, то уравнение (4) принимает вид

$$\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \frac{\Pi \mu}{k\alpha} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\mu K_3 W_{жс} e^{-W_{жс} \cdot t}}{k\rho_T W_\phi}. \quad (5)$$

Это уравнение позволяет при заданных начальных и граничных условиях получить решение задачи фильтрации жидкости через слой твердых частиц деформируемой пористой среды фильтрующей перегородки. На основании закона изменения пористости фильтрующей перегородки получено дифференциальное уравнение движения жидкости в деформируемой пористой среде с начальными и граничными условиями в области значений $0 \leq t \leq T$, $0 \leq z \leq L$:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \frac{\Pi \mu}{k\alpha} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\mu K_3 W_{жс} e^{-W_{жс} \cdot t}}{k\rho_T W_\phi}, \quad (6)$$

$$P(z,0) = P1; \quad P(0,t) = P1; \quad P(L,t) = P2. \quad (7)$$

На поверхности фильтрующей перегородки распределение давления задаем как функцию координат и времени $P(z,t)$.

Распределение давления на поверхности фильтрующей перегородки в начальный момент фильтрации при $t = 0$ $P(z,0) = P1$.

Так как давление на поверхности фильтрующей перегородки во время фильтрации поддерживается постоянным, то

$$\text{при } z = 0 \quad P(0, t) = P_1,$$

$$\text{при } z = L \quad P(L, t) = P_2.$$

В итоге приходим к постановке нестационарной граничной задачи фильтрации шламовых жидкостей в деформируемой пористой среде.

Решение нестационарной задачи (6) с начальными и граничными условиями (7) осуществляем с помощью метода конечных разностей. Сущность метода состоит в том,

что решением задачи является искомый набор чисел в соответствующих точках множества. В качестве дискретного множества точек D_h , которые показаны на рис.1, используем совокупность точек пересечения прямых линий $z = mh$, $t = n\tau$ при $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ и $n = 0, 1, 2, \dots [T/\tau]$, где $h > 0$, $\tau > 0$ – некоторые числа.

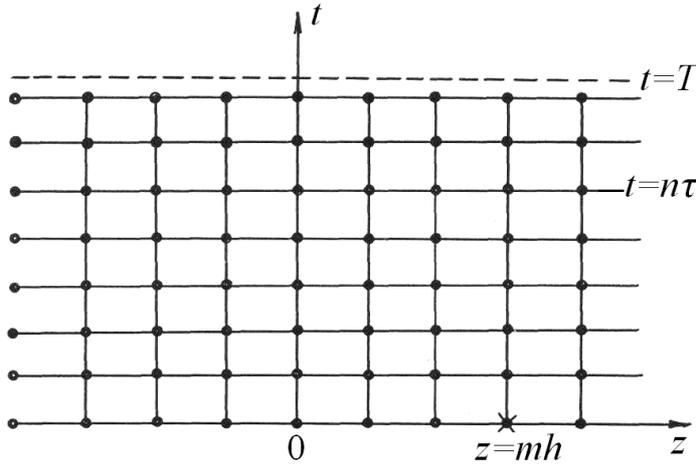


Рисунок 1 – Дискретное множество точек D_h

Считаем, что шаг τ связан с шагом h зависимостью $\tau = rh^2$, где $r = \text{const}$, так что сетка D_h зависит только от параметра h .

Искомой сеточной функцией является таблица $[P]_h = \{P(mh, n\tau)\}$ значений решения $P(z, t)$ уравнения (6) в точках сетки D_h .

Неявная разностная схема, аппроксимирующая дифференциальное уравнение (6), имеет вид

$$\frac{P_m^{n+1} - P_m^n}{\tau} - \frac{k\alpha}{\Pi\mu} \cdot \frac{P_{m+1}^{n+1} - 2P_m^{n+1} + P_{m-1}^{n+1}}{h^2} = \frac{\alpha k_0 W_{жс} e^{-W_{жс} \cdot t}}{\Pi \rho_T W_\phi}, \quad (8)$$

$$P_m^0 = P_1; \quad P_0^n = P_1; \quad P_L^n = P_2. \quad (9)$$

Для того, чтобы вычислить значение P_m^{n+1} при $m = 0, 1, 2, \dots, L$, зная значения P_m^n при $m = 0, 1, 2, \dots, L$, надо решить задачу

$$\frac{P_m^{n+1}}{\tau} - \frac{k\alpha}{\Pi\mu} \cdot \frac{P_{m+1}^{n+1} - 2P_m^{n+1} + P_{m-1}^{n+1}}{h^2} = \frac{P_m^n}{\tau} + \frac{\alpha k_0 W_{жс} e^{-W_{жс} \cdot t}}{\Pi \rho_T W_\phi}. \quad (10)$$

$$P_0^{n+1} = P_1; \quad P_L^{n+1} = P_2. \quad (11)$$

Эта задача после умножения обеих частей разностного уравнения на множитель « $-\tau$ » примет вид

$$a_m V_{m-1} + b_m V_m + c_m V_{m+1} = q_m \quad (12)$$

при $m = 1, 2, 3, \dots, L - 1$,

$$V_0 = \alpha_0; \quad V_L = \beta_0, \quad (13)$$

где $V_m = P_m^{n+1}$, $a_m = \frac{k\alpha}{\Pi\mu}r$, $b_m = -2\frac{k\alpha}{\Pi\mu}r - 1$, $c_m = \frac{k\alpha}{\Pi\mu}r$,

$$q_m = -P_m^n - \tau \frac{\alpha k_0 W_{жс} e^{-W_{жс} \cdot t}}{\Pi \rho_T W_\phi}, \quad a_0 = P_1, \beta_0 = P_2.$$

Коэффициенты a_m , b_m , c_m удовлетворяют условиям $a_m > 0$, $c_m > 0$, $|b_m| > a_m + c_m + \delta$, где ($\delta > 0$). Поэтому задача имеет единственное решение.

Для решения разностной граничной задачи записываем уравнение $V_0 = a_0$ системы (12) в виде

$$V_0 = M_{1/2} V_1 + K_{1/2},$$

где $M_{1/2} = 0$, $K_{1/2} = a_0$.

Из уравнения $a_1 V_0 + b_1 V_1 + c_1 V_2 = q_1$, отвечающего в системе (12) номеру $m = 1$, исключим V_0 с помощью равенства $V_0 = M_{1/2} V_1 + K_{1/2}$.

Результат записываем в разрешенном относительно V_0 виде

$$V_1 = M_{3/2} V_2 + K_{3/2},$$

где $M_{3/2} = \frac{-c_1}{b_1}$, $K_{3/2} = \frac{a_1 \alpha_0 - q_1}{-b_1}$.

Описанный процесс исключения продолжаем для значений $m = 2, 3, 4, \dots$

Коэффициенты, получаемые в процессе исключения соотношений

$$V_m = M_{m+1/2} V_{m+1} + K_{m+1/2},$$

вычисляются по рекуррентным формулам

$$M_{m+1/2} = \frac{-c_m}{b_m + a_m M_{m-1/2}}; \quad K_{m+1/2} = \frac{q_m - a_m K_{m-1/2}}{b_m + a_m M_{m-1/2}}.$$

Последнее из получаемых таким образом соотношений имеет вид

$$V_{L-1} = M_{L-1/2} V_L + K_{L-1/2}.$$

Так как значение $V_L = \beta_0$, то можно вычислить $V_{L-1} = M_{L-1/2} \beta_0 + K_{L-1/2}$.

После этого $V_{L-2} = M_{L-3/2} V_{L-1} + K_{L-3/2}$ и так далее, пока не будет определено V_1 .

Полученное решение позволяет при заданных начальных и граничных условиях определять гидродинамические параметры фильтрации жидкости через слой частиц деформируемой пористой среды фильтрующей перегородки.

Выводы.

1. Проведенное исследование позволяет выявлять и изучать закономерности процесса фильтрации технологических жидкостей через пористые материалы.

2. Выявленные закономерности позволяют установить закон изменения пористости фильтрующей перегородки.

3. На основании закона изменения пористости получено дифференциальное уравнение, которое позволяет при заданных начальных и граничных условиях решить нестационарную задачу фильтрации жидкостей через деформируемый слой пористой среды фильтрующей перегородки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Худобин Л.В. Влияние загрязнения СОЖ отходами шлифования на прижогообразование / Л.В.Худобин, Е.П.Гульнов // Вестник машиностроения. – 1978. – №1. – С.67-68.
2. Степанов М.С. Влияние механических примесей, содержащихся в СОЖ, на структуру и микротвердость поверхностного слоя шлифованных деталей / М.С.Степанов, Н.С.Шумакова // Смазочно-охлаждающие технологические средства в процессе абразивной обработки. – Ульяновск. – 1988. – С.78-84.
3. Полянсков Ю.В. К методике исследования эффективной очистки СОЖ от механических примесей при абразивной обработке / Ю.В.Полянсков, Е.А.Карев, Е.М.Булыжев [и др.] // Машиностроение: труды института. – Куйбышев: Ульяновский политехнический институт. – 1976. – Том X, вып.1. – С.46-54.
4. Молчанов В.Ф. Постановка нестационарной граничной задачи фильтрации жидкостей в деформируемой пористой среде / В.Ф.Молчанов // Математичні проблеми технічної механіки: четверта всеукр. наук. конф., 19-21 квітня 2004 р.: матеріали конференції. – Дніпропетровськ, 2004. – С.88.
5. Молчанов В.Ф. Постановка нестационарной задачи фильтрации жидкостей в пористой среде / В.Ф.Молчанов // Математичне моделювання: науковий журнал. – 2014. – №1. – С.28-30.

Поступила в редколлегию 26.02.2018.