

УДК 519.21

*Леонід Тимченко
Василь Самойлов*

ВИКОРИСТАННЯ НЕЙРОННОЇ МЕРЕЖІ ПРИ РОЗВ'ЯЗАННІ ЗАДАЧІ ПРО ЗНАХОДЖЕННЯ НАЙКОРОТШОГО ШЛЯХУ

У даній статті описується нейронна мережа, що розв'язує задачу планування найкоротшого шляху. Вона складається з набору рівнів, і кожний рівень формує кандидата для шляху через фіксоване число вузлів. Під час змагання на рівні переможець визначає послідовність проходу вузлів у самому короткому шляху. Потім проводиться порівняння результатів, отриманих нейронною мережею з результатами, одержуваними декількома відомими методами розв'язання тієї ж задачі.

Вступ

Класична задача комбінаторної оптимізації – задача про найкоротший шлях [1]: у нас є n вузлів графа, і обрані два з них. Ціль задачі полягає в тому, щоб знайти самий короткий шлях між двома цими вузлами. Звичайно, рішення задачі – ланцюжок вузлів, що формують найкоротший шлях. Таким чином, необхідно визначити послідовність, тобто позицію кожного вузла на шляху. Класичний підхід – подання графа у вигляді матриці $n \times n$ (рис. 1), де кожен вузол $A..E$ може перебувати на різних позиціях у найкоротшому шляху, тобто $1..4$. Таким чином, дана схема дає змогу встановити унікальне місце вузлів у найкоротшому шляху. Два вузли зафіксовані на першому й останньому місці в шляху. Отже, у нас є тривимірна задача: спочатку ми повинні визначити місце кожного вузла в самому короткому шляху, по-друге, число вузлів, що формують самий короткий шлях, може бути в діапазоні від 2 до n .

Є дуже цікаві та ефективні підходи розв'язання даної задачі, наприклад відомий алгоритм Дейкстри [2] і методи динамічного програмування [3]. Але вони орієнтовані тільки на розв'язання задачі на числових комп'ютерах. Розробка методики з використанням нейронної мережі орієнтована на інший технологічний базис, що може допомогти створити ефективні системи для різних застосувань.

Є можливість розв'язати цю задачу, використовуючи методику, засновану на нейронній мережі Хопфілда [4]. Процес розв'язку, у якому використовується дана нейронна мережа, є досить складним і визначається матрицею вагів у такий спосіб [5]:

© Тимченко Л.І., Самойлов В.М., 2007

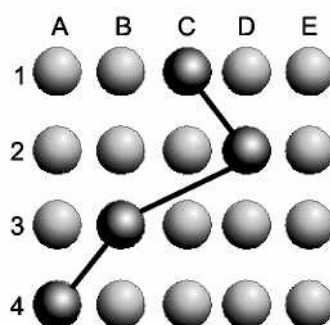


Рис. 1. Можлива схема розташування шляху між вузлами "С" і "А"

$$\begin{aligned}
 T_{AiBj} = & -\alpha\delta_{Aa}\delta_{Ba}\delta_{il}\delta_{jl} - 2\beta\delta_{Ab}\delta_{Bb} + \beta\delta_{Ab}\delta_{ij} - \\
 & -\gamma\delta_{ij}(1-\delta_{AB}) - \eta\delta_{AB}(1-\delta_{ij}) - 2\theta\delta_{ij}(1-\delta_{Ab}) * \\
 & * (1-\delta_{Bb})(1-\delta_{AB}) - \theta\delta_{ij}\delta_{AB}(1-\delta_{Ab}) - [2(1-\delta_{Aa}) * \\
 & * (1-\delta_{AB}) + \delta_{AB}]\theta\delta_{ij}(1-\delta_{Ba})(1-\delta_{il}) - 2\theta\delta_{ji+1} * \\
 & * (1-\delta_{Ab})(1-\delta_{Ba}) - \chi(1-\delta_{AB})C_{AB}(\delta_{ji+1} + \delta_{ji-1}), \\
 U_{Ai} = & -\alpha\delta_{Aa}\delta_{il} - \beta\delta_{Aa}
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

де

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if } i = j \\ 0 & \end{cases}
 \tag{2}$$

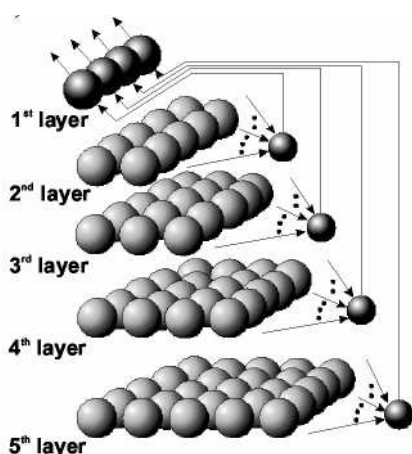


Рис. 2. Архітектура нейронної мережі для розв'язання задачі з 5 вузлами

вузлів, де два з них – фіксовані. Принаймні один шлях повинен існувати на рівні $n-1$ для успішного розв'язання задачі.

Труднощі полягають у визначенні постійних параметрів $\alpha, \beta, \gamma, \eta, \theta$ і χ . У цій статті використовується більш проста нейронна мережа, що ефективно розв'язує поставлену задачу. На підставі умов задачі визначимо загальну архітектуру нейронної мережі (рис. 2).

Архітектура нейронної мережі

Нейронна мережа складається з n рівнів, де n - загальна кількість вузлів. Перший рівень вибирає кращий варіант із кандидатів найкоротшого шляху, який передається другому рівню. Другий рівень формує варіант шляху, що складається вже із двох вузлів; третій формує варіант шляху, що складається із трьох вузлів і т.д.; і, нарешті, n -й рівень формує варіант шляху, що складається з n

Структура першого рівня нейронної мережі показана на рис. 3.

Перший рівень представляє однорівневу релаксаційну конкуруючу нейронну мережу, у якій перемігший нейрон на виході має значення, рівне "1", а всі інші нейрони – "0". Як вхідний сигнал для кожного нейрона використовується значення, що описує довжину кожного можливого шляху. Гальмівно-самозбудні зв'язки T_{ij} зв'язують нейрони між собою. Ваги цих зв'язків такі:

$$T_{ij} = \begin{cases} 1 & ,if\ i = j \\ -1/(m+1) \end{cases} \quad (3)$$

де m - розмірність мережі. Ітераційний процес, що відбувається у нейронній мережі, можна описати так:

$$Pl_i(0) = D_{LAYERi} \quad (4)$$

$$Pl_i(t+1) = fn\left(\sum_{j=1}^m T_{ij} * Pl_j(t)\right) \quad (5)$$

де

$$fn(x) = \begin{cases} 0 & ,if\ x \leq 0 \\ 1 & ,if\ x \geq 1 \\ x \end{cases} \quad (6)$$

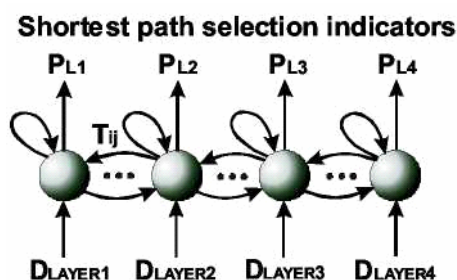


Рис. 3. Структура першого рівня нейронної мережі

Тут D_{LAYERi} – параметр, що описує довжину шляху, сформованого іншим рівнем.

Під час ітераційного процесу один з нейронів стає переможцем, що визначає кращий шлях.

Важливими компонентами нейронної мережі є рівні, що формують варіанти шляху, які складаються з різного числа вузлів, тобто 2, 3, ..., n (рис. 4 і 7). Отже, у нейронній мережі буде пірамідальна форма.

Схема одного рівня подібна до схеми розташування вузлів на графі (рис. 1). У кожного нейрона є ряд гальмуючих T_{ij} і збуджуючих W_{ij} зв'язків. Гальмуючі зв'язки дають змогу досягти стану, коли тільки один нейрон може залишитися активним у кожному стовпці й у кожному рядку. Коефіцієнти ваги визначаються в такий спосіб:

$$T_{ik} = \begin{cases} 0 & ,if\ i = k \\ -2/(n+1) \end{cases} \quad (7)$$

$$T_{2ij} = \begin{cases} 0 & ,if\ i = j \\ -2/(p+1) \end{cases} \quad (8)$$

де n – кількість нейронів у рядку, p – кількість нейронів у стовпці.

Формування найкоротшого шляху на кожному рівні виконується відповідно до коефіцієнтів ваги вихідних підключень W_{ij} , визначених апріорі таким чином:

$$W_{1ij/1} = W_{2ij/1} = \begin{cases} 0 & , \text{if } i = j \\ 1/d_{ij} \end{cases} \quad (9)$$

$$W_{1ij/2} = W_{2ij/2} = 1 \quad (10)$$

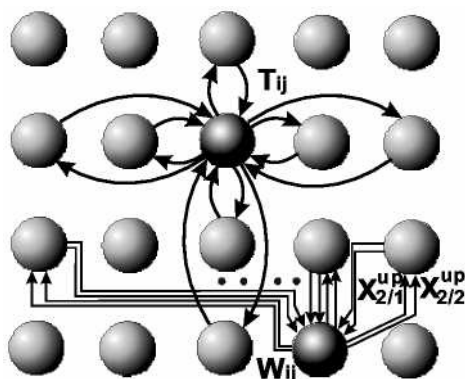


Рис. 4. Структура рівня, що формує варіант шляху: схема підключення гальмуючих та збуджуючих зв'язків нейронів

де d_{ij} – відстань між i -м і j -м вузлами, W_{1ij} – ваговий коефіцієнт зв'язку між нейроном рядка k і нейроном рядка $(k-1)$, W_{2ij} – ваговий коефіцієнт зв'язку між нейроном рядка k і нейроном рядка $(k+1)$ відповідно. Вагові коефіцієнти W_{1ij} і W_{2ij} однакові для всіх рядків рівня. У такий спосіб у першого й останнього рядків рівня немає збуджуючих зв'язків між собою.

У кожного рівня є два види нейронів: проміжні нейрони розташовуються в проміжних рядках рівня (рис. 5), а кінцеві нейрони розташовуються в

першому й останньому рядках рівня (рис. 6). В обох видів нейронів складна структура, що дає змогу формувати варіант найкоротшого шляху при відповідних умовах для кожного рівня.

У проміжного нейрона (рис. 5) є дві слабозв'язані підсистеми. Кожна з них одержує інформацію через збуджуючі зв'язки від нейронів попереднього рядка й віддає її на наступний рядок. У такий спосіб інформація поширюється через кожний нейрон як по "спадному", так і по "висхідному" маршруту. Проміжний нейрон містить дві конкуруючі нейронні мережі, що працюють подібно нейронної мережі першого рівня (рис. 3). Вхідні значення X_i формуються як добуток значень виводу нейронів попереднього рядка $Y_{up(dn)}$ на відповідний ваговий коефіцієнт $W_{1(2)ij}$.

Таким чином, динамічний процес роботи конкуруючої нейронної мережі лівої частини нейрона (рис. 5) може бути описаний у такий спосіб:

$$Y_i(0) = \frac{1}{X_{i/2}^{up} / X_{i/1}^{up} + 1 / X_{i/2}^{up}} \quad (11)$$

$$Y_i(t+1) = fn \left(\sum_j T_{ij} * Y_j(t) \right) \quad (12)$$

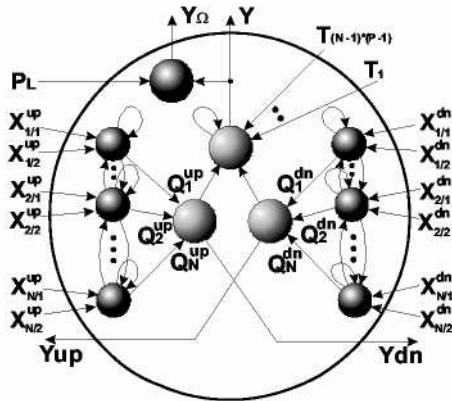


Рис. 5. Схема проміжного нейрона

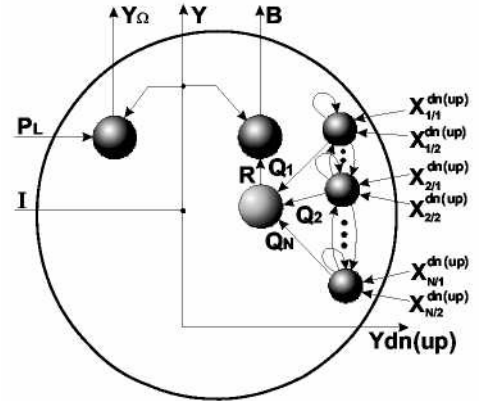


Рис. 6. Схема кінцевого нейрона

Процес іде до стійкого стану, коли залишається активним тільки один нейрон. Після цього можливо одержати вагу шляху, що складається з нейронів на рядках попередніх рівнів:

$$Q_i^{up} = \begin{cases} \frac{1}{X_{i/2}^{up} / X_{i/1}^{up} + 1 / X_{i/2}^{up}}, & \text{if } Y_i = 1 \\ 0 & \end{cases} \quad (13)$$

Динаміка процесу для правої частини нейрона така ж.

Інформація для наступних рядків рівня формується в такий спосіб:

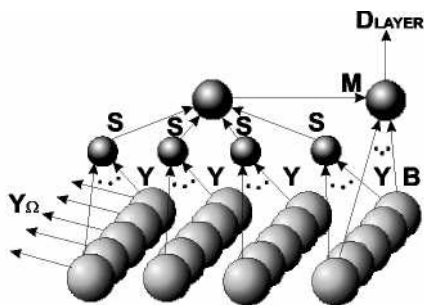


Рис. 7. Схема формування значення D_{layer}

$$Y_{up} = \sum_i^n Q_i^{dn} \quad (14)$$

$$Y_{dn} = \sum_i^n Q_i^{up} \quad (15)$$

Після визначення активності кожного нейрона на рівні необхідно визначити варіант шляху для даного рівня. З цією метою вводиться правило, що тільки один нейрон повинен залишитися активним у кожному рядку й у кожному стовпці. Такий стан визначається високим рівнем релаксаційної нейронної мережі. Рівняння (7) і (8) описують вагові коефіцієнти гальмуючих зв'язків. Динамічний процес роботи описується для нейрона i -го рядка й j -го стовпця в такий спосіб:

$$Y_{ij}(0) = fn \left(\frac{1}{\frac{1}{Y_{up}} + \frac{1}{Y_{dn}}} \right) \quad (16)$$

$$Y_{ij}(t+1) = fn \left(Y_{ij}(t) + fn2 \left(\left(\sum_k^n T_{1ik} * Y_{kj}(t) \right) + \left(\sum_s^p T_{2sj} * Y_{is}(t) \right), Y_{ij}(t) \right) \right) \quad (17)$$

де

$$fn2(x, y) = \begin{cases} x, & \text{if } y \geq 0.5 \\ 0 \end{cases} \quad (18)$$

Значення Y_{Ω} виходу кожного нейрона є частиною кінцевого рішення нейронної мережі. Воно визначає активність нейрона на обраному рівні, і визначається в такий спосіб:

$$Y_{\Omega} = \begin{cases} Y, & \text{if } P_L = 1 \\ 0 \end{cases} \quad (19)$$

де P_L – сигнал, що діє від першого рівня. Він визначає *переможця рівня*.

Порівняно із проміжним нейроном кінцевий нейрон (рис. 6) містить тільки одну релаксаційну мережу й елемент, що формує значення B , яке описує довжину сгенерованого шляху. Робота кінцевого нейрона може бути описана в такий спосіб:

$$R = \sum_i^n Q_i \quad (20)$$

$$Y = Y_{up(dn)} = I \quad (21)$$

$$B = \begin{cases} R, & \text{if } Y = 1 \\ 0 \end{cases} \quad (22)$$

де I – значення при ініціалізації:

$$\begin{aligned} I &= 1, \text{ якщо вузол заданий як активний у першому і останньому рядках рівня,} \\ I &= 0 \text{ в інших випадках.} \end{aligned} \quad (23)$$

Наприкінці процесу, що формує шлях на кожному рівні, спеціальні елементи формують значення D_{layer} , що характеризують довжину сгенерованого шляху (рис. 7).

Воно визначається в такий спосіб:

$$S_k = \sum_i Y_{ki} \quad (24)$$

$$M = \prod_k S_k \quad (25)$$

$$D_{LAYER} = \begin{cases} \sum_i^n B_i, & \text{if } M = 1 \\ 0 \end{cases} \quad (26)$$

де k – індекс рядка в рівні; M вказує, що на даному рівні був успішно сформований варіант шляху. Загальна кількість елементів нейронної мережі:

$$T = \left(\sum_1^n i * n \right) - 1 = \frac{n^3}{2} + \frac{n^2}{2} - 1 \quad (27)$$

Однак n рівнів – це занадто багато для розв’язання задачі найкоротшого шляху, тому що відношення між числом вузлів, що формують самий короткий шлях, і загальною кількістю вузлів досить невелике. Тому ми можемо зменшити кількість рівнів у такий спосіб:

$$E = \min \{ 2 \times \sqrt{n} + 1, n \} \quad (28)$$

Моделювання й результати

Моделювання даної нейронної мережі, що розв’язує задачі найкоротшого шляху, проводилося послідовно на персональному комп’ютері із процесором Intel Pentium II Intel 350 MHz під керуванням Windows NT v4.0. Алгоритм моделювання було оптимізовано для послідовного комп’ютера, щоб зменшити час обчислення. Модель нейронної мережі була перевірена при розв’язанні 4 видів задач: на 5, 15, 50 і 100 вузлів. Середній час розв’язання у секундах показано в табл. 1 і зіставлено із двома іншими відомими методами для кожного виду задач.

Таблиця 1

<i>Метод моделювання</i>	<i>Розмір задачі (кількість вузлів)</i>			
	5	15	50	100
<i>Динамічне програмування</i>	0	0	0	0
<i>Алгоритм Дейкстри</i>	0	0	0	0
<i>Нейронна мережа</i>	0	0,02	1,58	22,03

Таблиця 2

Номер задачі	Динамічне програмування		Алгоритм Дейкстри		Нейронна мережа	
	Розв'язок	Довжина шляху	Розв'язок	Довжина шляху	Розв'язок	Довжина шляху
1	23-28-29-33-37-49-47-46	213	23-27-26-32-34-37-49-47-46	209	23-27-26-32-34-37-49-47-46	209
2	30-31-25-16-15-8-4	158	30-31-25-16-15-8-4	158	30-31-25-16-15-8-4	158
3	35-24-40-41-14-9-3	125	35-24-40-41-14-9-3	125	35-24-40-41-14-9-3	125
4	23-28-29-33-37-49-48-44	195	23-22-21-19-17-16-15-14-43-44	190	23-22-21-19-17-16-15-14-43-44	190
5	45-12-43-42-50-37-30	179	45-12-43-42-50-37-30	179	45-12-43-42-50-37-30	179
6	17-16-40-41-42-49	119	17-16-40-41-42-49	119	17-16-40-41-42-49	119
7	2-9-14-43-42-50-37	132	2-9-14-43-42-50-37	132	2-9-14-43-42-50-37	132
8	11-10-13-8-15-16-25-31	177	11-10-13-8-15-16-25-31	177	11-10-13-8-15-16-25-31	177
9	28-29-33-37	102	28-29-33-37	102	28-29-33-37	102

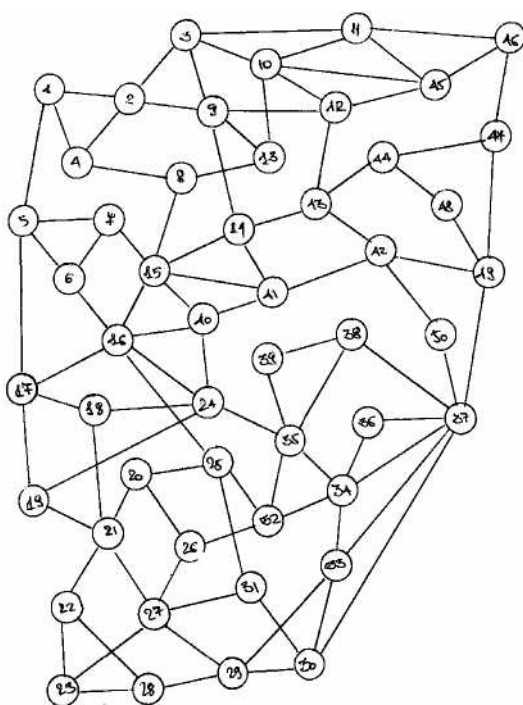


Рис. 8. Приклад графа на 50 вузлів

Як добре видно в табл. 1, модель на основі нейронної мережі працює повільніше, ніж чисті числові алгоритми. Це відбувається тому, що йде процес моделювання аналогових процесів. Проте знаходиться гарне розв'язання для всіх 4 задач (див. результати в табл. 2 для приклада, наведеного на рис. 8).

Висновок

У статті представлена нейронна мережа, що розв'язує задачі знаходження найкоротшого шляху. Вона використовується в системі, що формує глобальну таблицю маршрутизації в графі. У нейронній системі складна пірамідальна структура, за допомогою якої формується найкоротший шлях, по якому можна, наприклад, передавати дані найбільш

ефективно при пакетній передачі в комп'ютерних мережах. У даній статті описана архітектура такої нейронної мережі. Експериментальні дані підтверджують ефективність запропонованої моделі.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Garey M. R., Johnson D. S.* Computers and intractability// San Francisco, Bell Telephone Laboratories, Inc., 1979.
2. *Swamy M.N.S., Thulasiraman K.*, Graphs, Networks, and Algorithms // A Wiley Interscience Publication, John Wiley&Sons, New York-Chichester-Brisbane-Toronto, 1981.
3. *Кориунов Ю. М.* Математические основы кибернетики. – М.: Энергоатомиздат, 1987.
4. *Hopfield J.J., Tank D.W.*, Collective computation with continuous variable// Disordered systems and Biological organization, Springer-Verlag, 1986, pp. 155-170.
5. *Melamed I.I.*, Neural network and combinatorial optimization// In Proceedings of the 16th IFIP Conf. Syst. Model Optim., Compiègne, France, 1993, pp. 537-542.

Надійшла 27 вересня 2007 р.