УДК 621.372

Валентин Гришко

ЕКСТРАПОЛЯЦІЯ РІВНЯ ЗНОСУ ТЯГОВИХ ДВИГУНІВ В УМОВАХ ЕКСПЛУАТАЦІЇ ЗА ВІБРОДІАГНОСТИЧНИМИ СИГНАЛАМИ

Стаття є продовженням праці [1] і базується на тому, що ми маємо апріорно побудовані модельні шкали зносу, які дають змогу прогнозувати час, коли тяговим двигунам буде потрібне втручання ремонтних бригад.

Суть задачі експлуатації полягає в тому, щоб за відомою статистикою, яка описує зміни вимірювань цих параметрів вібросигналів на J тягових двигунах за час їх експлуатації, а також за початковим відображенням зносу по траєкторіях вібросигналів для $(J+1)^{-го}$ тягового двигуна спрогнозувати значення його зносу до часу, коли він буде потребувати втручання фахівців ремонту.

Задача формулюється так.

За відомими

$$\left|\begin{array}{l} {}^{1}\xi_1,\ {}^{1}\xi_2,\ \dots,\ {}^{1}\xi_n \\ {}^{2}\xi_1,\ {}^{2}\xi_2,\ \dots,\ {}^{2}\xi_n \\ \text{- - - - - - - - - - - - -} \\ {}^{J}\xi_1,\ {}^{J}\xi_2,\ \dots,\ {}^{J}\xi_n \\ {}^{J+1}\xi_1,\ {}^{J+1}\xi_2,\dots,{}^{J+1}\xi_i, \\ \dots \end{array}\right|$$

$$\mathrm{i} < n \tag{1}$$

визначити

$$ {}^{J+1}\xi_{1+1},\ {}^{J+1}\xi_{1+2},\ \dots,\ {}^{J+1}\xi_n\,. \tag{2}$$

Задача прогнозування динаміки змін зносу тягових двигунів і її відображення у вигляді віброакустичних сигналів може бути сформульована так [2]:

$$\forall\ \overline{J,1},\ \mathrm{i} \in [\mathrm{i}_1,\ \mathrm{i}_{\mathrm{qj}}]$$

$$\{\,{}^{i}\xi_{(i)}\,\}:$$
$$j=J+1,\ i\in[i_1,\ i_к],\ i_к< iq_{J+1}, \tag{3}$$

де ${}^{i}\xi_{(i)}$ – реалізація $J^{-ї}$ траєкторії, яка характеризує процес зносу;

$i_к$ – значення шкали, відповідній кластеру ушкодження двигуна.

Рішення задачі полягає у визначенні ${}^{J+1}\xi(i)$ траєкторії процесса зносу для $\forall$ i: i $\in(i_к,\ iq_{J+1})$ і часу, за який $(J+1)^{-а}$ траєкторія досягне значення ${}^{J+1}\xi$ (iq_{J+1}).

Таким чином, шукається функція $\psi\{\,{}^{j}\xi(i)\,\}$ від множини реалізації ${}^{j}\xi(i)$, яка задовольняє таким співвідношенням:

$$\psi_1[\,{}^{j}\xi(i)\,]:\{\,{}^{j}\xi\,(iq_J)-\psi_1[\,{}^{j}\xi(i)\,]\}=\min_{\psi_1}, \tag{4}$$

$$\psi_2({}^{j}iq_J-{}^{j}i_к):\{({}^{j+1}iq_{J+1}-{}^{j+1}i_к)-\psi_2({}^{j}iq_J-{}^{j}i_к)\}=\min_{\psi_2}, \tag{5}$$

де $\psi_1(\cdot)$ – функція від множини реалізацій ${}^{j}\xi$ (i);

$\psi_2(\cdot)$ – функція від множини $\{{}^{j}iq_J-{}^{j}i_к\}$.

Рішення (4), (5) у загальному вигляді або неможливе, або натикається на значні труднощі обчислювального характеру. Розглянемо (4), (5) у постановці, що приводить до аналітично закінченого рішення, тобто пошуку оптимального приближення не в класі всіх вимірювальних функцій від розглянутих випадкових величин, а в більш вузькому класі лінійних функцій [3].

При рішенні лінійної задачі маємо:

$$|\ {}^{j}\xi\,({}^{j}iq_J)-{}^{j}\hat{\xi}\,({}^{j}iq_J)\,| = \inf|\ {}^{j}\xi\,(iq_J)-A\,{}^{j}\xi\,(i_s)\,|, \tag{6}$$

$$s=\overline{1,\kappa},\quad j=\overline{1,J+1},$$

де А – лінійний оператор;

${}^{j}\xi$ (i_s) – вектор s-го часового перетину по ансамблю;

${}^{j}\hat{\xi}$ $({}^{j}iq_J)$ – оцінка значення ${}^{j}\xi$ $({}^{j}iq_J)$.

Нехай {Ω, G, P} – основний імовірний простір. Запровадимо півпростір $H_к \overset{\Delta}{=} \overset{\Delta}{=} \{\,{}^{j}\xi\,(i),\ i\in[i_1,\ i_к]\}$ гільбертового простору $H_к\in\Omega$, який є замкненою лінійною оболонкою величин ${}^{j}\xi$ (i), i $\in$ $[i_1,\ i_к]$.

Найкращим лінійним наближенням ${}^{j}\hat{\xi}$ $({}^{j}iq_J)$ до вектора ${}^{j}\xi$ $({}^{j}iq_J)$ є елемент, який належить $H_к$ і знаходиться від ${}^{j}\xi$ $({}^{j}iq_J)$ на найкоротшій відстані.

З теорії функціонального аналізу відомо, що такий вектор єдиний [4].

Вказаний елемент, що належить $H_к$, визначається виходячи з ортогональності векторів [${}^{j}\xi\,({}^{j}iq_J)$ - ${}^{j}\hat{\xi}\,({}^{j}iq_J)$] і будь-якого з векторів ${}^{j}\xi$ (i), i $\in$ [i_1, $i_к$], що утворюють базис півпростору $H_к$.

Отже

$$M\{[\sum_{s=1}^{\kappa} {}^{j}\xi\,(i_s)\cdot C_s - {}^{j}\xi\,({}^{j}iq_J)][\,{}^{j}\xi\,(i_f)]\} = 0;$$

$$\forall \;\; f=\overline{1,\kappa}\,, \;\; \forall\, j=1,\; \overline{1, J+1}\,, \tag{7}$$

де C_s – константа.

Оскільки ${}^{j}\xi$ (i), i $\in$ [i_1, $i_к$] базисні вектори півпростору $H_к$, а

$${}^{j}\hat{\xi}\,({}^{j}iq_J) \in H_к \Rightarrow {}^{j}\hat{\xi}\,(iq_J) = \sum_{s=1}^{\kappa} C_s\, {}^{j}\xi\,(i_s), \tag{8}$$

то після перетворення

$$M\{[\sum_{s=1}^{\kappa} {}^{j}\xi\,(i_s)\cdot C_s\,][\,{}^{j}\xi\,(i_f)]\} = M\{[\,{}^{j}\xi\,({}^{j}iq_J)][\,{}^{j}\xi\,(i_f)]\} \tag{9}$$

маємо:

$$M[\sum_{s=1}^{\kappa} {}^{j}\xi\,(i_s)\cdot {}^{j}\xi\,(i_f)\cdot C_s] = M\{[\,{}^{j}\xi\,({}^{j}iq_J)][\,{}^{j}\xi\,(i_f)]\}. \tag{10}$$

Заносимо знак математичного чекання під знак суми з урахуванням позначень:

$$M\;\; {}^{j}\xi\,(i_s)\cdot {}^{j}\xi\,(i_f) \overset{\Delta}{=} a_{s,f}, \tag{11}$$

$$M\;\; {}^{j}\xi\,({}^{j}iq_J)\; {}^{j}\xi\,(i_f) \overset{\Delta}{=} a_{q,f}, \tag{12}$$

$$f = \overline{1,\kappa}\,,\;\; s = \overline{1,\kappa}\,,$$

маємо:

$$\sum_{s=1}^{\kappa} a_{s,f}\cdot C_s = a_{q,f}\,;\;\; \forall \;\; f = \overline{1,\kappa}\,. \tag{13}$$

Нам відомі ${}^{j}\xi$ (i); j=$\overline{1,J}$; i $\in$ [i_1, $i_к$] і значення ${}^{J+1}\xi$ (i); i $\in$ [i_1, $i_к$]. Таким чином, в (13) всі $a_{s,f}$; s=$\overline{1,\kappa}$; f=$\overline{1,\kappa}$, крім $a_{q,f}$. Отже, для обчислення M{[${}^{j}\xi\,({}^{j}iq_J)$][${}^{j}\xi\,(i_f)$]} необхідно довизначити значення ${}^{j+1}\xi\,({}^{j}iq_{J+1})$. На першому кроці ітерації в якості ${}^{j+1}\xi\,({}^{j}iq_{J+1})$ використовуєм математичне очікування по всій відомій сукупності перетину ансамбля в точці:

$${}^{J+1}\xi\; q_{J+1} = \sum_{j=1}^{J} {}^{j}\xi\; q_J \cdot J^{-1}. \tag{14}$$

Останнє дає змогу, вирішивши систему рівнянь (13), знайти всі значення C_s, s = $\overline{1,\kappa}$ і, відповідно, оцінку екстрапольованого значення $\hat{\xi}\,({}^{j}iq_J)$.

Однак для визначення C_s практично нема потреби проводити громіздкі обчислення, пов'язані з визначенням математичного очікування відповідно (11), (12). Останні можуть бути визначені з системи рівнянь:

$$[\,{}^{j}\xi\,(i_s)][\,\bar{c}\,] = {}^{j}\xi\, q_j;\ s = \overline{1,\kappa}\,, \qquad (15)$$

що значно скорочує обсяг і час обчислень.

Перейдемо до рішення задачі екстраполяції визначеної співвідношенням (3).

При довизначенні (14) отримаємо:

$$^{J+1}\xi\,({}^{j}iq_j) \approx (J+1)\sum_{s=1}^{\kappa} C_s\ {}^{J+1}\xi\,(i_s) - \sum_{j=1}^{J}\ {}^{j}\xi\,(iq_J). \qquad (16)$$

Позначимо $i^* \overset{\Delta}{=} \min\ \{i_{qj}\}$. Очевидно, що $i_\kappa < i^*$, інакше $(J+1)^{-a}$ траєкторія в точці i_κ може бути фізично закінченою.

Використовуючи співвідношення (13), (16), визначимо $^{J+1}\hat{\xi}\,(i_{\kappa+1})$. На наступному кроці приймаємо $^{J+1}\xi\,(i_{\kappa+1}) = {}^{J+1}\hat{\xi}\,(i_{\kappa+1})$ і так до значення i*. Після цього виконується останній крок, коли для отримання (13) буде використаний $^{j}\xi\,({}^{j}Iq_J)$. Очевидно, значення $^{J+1}\xi\,(\Theta_\varphi)$, де $\Theta_\varphi = \overline{\kappa+1, i^*}$, буде i*-(к+1) чисел. (17)

З (17) вибираємо значення, які задовольняють умові

$$^{J+1}\hat{\xi}\,(i_{\kappa+1})\ \in \{\,{}^{J+1}\xi^*(i_{\kappa'})\} \underset{\kappa+1 \le \kappa' \le i^*}{\Leftrightarrow} |\,{}^{J+1}\xi\,(i_{\kappa+1})\ -\ \sum_{j=1}^{J}\ {}^{j}\xi\,(i_{\kappa+1})\ \cdot\ J^{-1}|\ \le \sum_{j=1}^{J}\ |\,{}^{j}\xi\,(i_{\kappa+1})\ -$$

$$\sum_{j=1}^{J}\ {}^{j}\xi\,(i_{\kappa+1}) \times \times J^{-1}|\,] - J^{-1}, \qquad (18)$$

де $^{J+1}\xi^*(i_{\kappa'})$ – множина прогнозованих значень, які задовольняють (18).

Для екстраполяції $^{J+1}\xi\,({}^{j}iq_{J+1})$ з базисних векторів викреслюємо всі значення $^{J+1}\xi\,(\Theta_\varphi)$, які не задовольняють (18). В останній ітерації маємо:

$$^{J+1}\xi^*(i_{\kappa+1}),\ \text{де}\ 1 \le \kappa \le i^*,\ \kappa = iq_{J+1}.$$

Запропонований підхід дає змогу не тільки визначити екстрапольоване значення параметра ξ (i), що характеризує досліджуваний процес зносу двигуна $^{J+1}\hat{\xi}\,({}^{j}iq_{J+1})$, а й час досягнення значення зносу, який потребує ремонту з точки i_κ.

У матриці (3) для кожної з J повністю відомих реалізацій процесу зносу знаходимо значення $^{J}\xi\,(i^*_{\kappa,j})$, яке задовольняє умові:

| ${}^{J+1}\xi$ ($i_{\kappa'}$) - ${}^{J}\xi$ (i_f)| = $\min\limits_{1\le f\le\kappa}$; $\forall$ j = $\overline{1,J}$; $\forall$ к':к+1 ≤ к' ≤ i*, відповідного ${}^{J+1}\xi$ (i_κ), де к = $\overline{1,\kappa,i^*}$.

Очевидно, що послідовностям | ${}^{J}\xi$ ($i^*_{\kappa,j}$)- ${}^{1}\xi$ (${}^{j}iq_J$)| відповідають послідовності iq_J- ${}^{j}i_\kappa$ = Δк,j, де к = к+1, i*, j = $\overline{1,J}$.

З метою знаходження iq_{J+1} обчислюємо:

$$\overline{\min_{\kappa,j}}\ \{\sum_{\kappa=\kappa+1}^{i^*}\Delta\kappa_1 j\cdot J^{-1},\},\tag{19}$$

Значення j, що задовольняє (19), позначимо j*. Різниця часу, відповідна значенням ${}^{j^*}\xi$ (i_κ), ${}^{J}\xi$ (iq_{J^*}), є шуканими часом досягнення значень ${}^{J+1}\xi$ (${}^{j}iq_{J+1}$) з точки i_κ.

З метою підвищення точності екстрапольованих значень був розроблений метод прогнозування ${}^{J+1}\hat{\xi}$ ($i_{\kappa+1}$)... ${}^{J+1}\xi$ (${}^{j}iq_{J+1}$), який враховує їх згладжування [5].

У цьому випадку прогнозне значення визначається у вигляді:

$${}^{J+1}\hat{\xi}\ (i_{\kappa+l}) = \sum_{s=1}^{J} C_s\cdot {}^{J+1}\xi\ (i_s) - [\sum_{s=1}^{J} C_s\cdot\sum_{j=1}^{J} {}^{j}\xi\ (i_s)/J - \sum_{s=1}^{J} C_s\cdot\sum_{j=1}^{J+1} {}^{J+1}\xi\ (i_s)/J+1],\tag{20}$$

де J = к+l; f = $\overline{\kappa+1,q_{J+1}}$ к+1,q_{J+1}, а C_s – рішення системи рівнянь, яке задовольняє вимоги (20).

Таким чином, рішення (4), (5) у вигляді (18), (19) або (20) і (2) дає можливість передбачити динаміку змін параметрів вібросигналів, що відображають стан зносу $(J+1)^{-го}$ тягового двигуна, а також часу, за котрий двигун досягне цього значення з останньої відомої точки (${}^{J+1}\xi$ (i_κ)).

Запропонований алгоритм прогнозування рівня зносу тягових двигунів потягу у вигляді відповідних програм може бути розміщений у бортовому комп’ютері електровоза. Для його функціонування необхідна наявність віброакустичних датчиків на кожному тяговому двигуні, телеметрична система збирання інформації, а також апріорно побудована матриця зносу тягових двигунів і корельованих з нею вібродіагностичних сигналів.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Гришко В.Г.* Ідентифікація рівня зносу тягових двигунів під час експлуатації за вібродіагностичними сигналами. – К.: Збірник наукових праць КУЕТТ. Серія “Транспортні системи і технології”.– К., 2007. – Вип. II. – С. 29–32.
2. *Гришко В.Г., Стрельченко В.А.* Экстраполяция нестационарного случайного процесса по ансамблю траекторий разной длины // Кибернетика. – 1984. – № 2. –С. 121-124.
3. *Гришко В.Г., Стрельченко В.А.* Некоторые вопросы построения прогнозных моделей прочности крупногабаритных конструкций современной техники // Тезисы докладов научно-технической конференции ”Применение вычислительной техники и математических методов в научных исследованиях”. Киев, 3-5 сент. 1985 г. – Киев, Политехнический инситут, 1985. – С. 23-26.
4. *Кашьян Р.Л., Рао А.Р.* Построение динамических стохастических моделей по эксперементальным данным. – М.: Наука, 1983. – 383 с.

5. *Гришко В.Г., Данилин В.В., Пичков С.Н., Стрельченко В.А.* Методическое обеспечение диагностики и прогнозирования предельного состояния конструкций по сигналам акустической эмиссии (АЭ). – К.: Из-во АНУССР, 1986. – 38 с.

Надійшла 27 вересня 2007 р.