

УДК 539.374

Наталія Белевцова

**УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОЕ НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ
ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ ПЕРЕМЕННОЙ ЖЕСТКОСТИ В ДВУХ
НАПРАВЛЕНИЯХ ПРИ НЕОСЕСИММЕТРИЧНЫХ
НЕИЗОТЕРМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ НАГРУЖЕНИЯ С УЧЕТОМ
ИСТОРИИ ИХ ПРОТЕКАНИЯ**

В статье исследуется напряженное состояние оболочек вращения переменной жесткости в двух направлениях при неосесимметричных неизоотермических процессах нагружения с учетом истории их протекания.

У статті досліджується напружений стан оболонок обертання змінної жорсткості в двох напрямках при неосесиметричних неізотермічних процесах навантаження з урахуванням історії їх перебігу.

The authors examine the stressed state of shells of revolution of variable stiffness in two directions at neosesymetrychnyh non-isothermal processes of loading, taking into account the history of their course.

Ключевые слова: оболочка вращения, неизоотермические процессы нагружения, учет истории протекания.

Настоящая работа является продолжением работ [1–4]. В ней исследуется влияние истории нагружения на напряженное состояние оболочек вращения переменной жесткости в двух направлениях, находящихся под действием неосесимметричных поверхностных сил и неравномерного нагрева. Задача решается в квадистатической и геометрически линейной постановке на основе теории простых процессов нагружения с учетом истории их протекания [5; 6] и теории тонких оболочек В. В. Новожилова [7]. Физические соотношения линеаризируются методом последовательных приближений в форме переменных параметров упругости [5; 8]. Механические характеристики материала зависят от температуры, деформации ползучести не учитываются.

Численно задача решается методом Рунга-Кутты с дискретной ортогонализацией по С. К. Годунову [9].

Разрешающая система уравнений [1] имеет вид:

$$\frac{\partial \bar{N}}{\partial S} = \hat{O} \left(\bar{N}; \frac{\partial \bar{N}}{\partial \theta}; \frac{\partial^2 \bar{N}}{\partial \theta^2}; \frac{\partial^3 \bar{N}}{\partial \theta^3}; \frac{\partial^4 \bar{N}}{\partial \theta^4} \right), \quad (1)$$

© Белевцова Н. Л., 2011

где \bar{N} – вектор разрешающих функций $[N_r; N_z; \hat{S}; M_S; U_r; U_z; v; v_S]$.
История нагружения учитывается членами, входящими в (1):

$$\begin{aligned} N_S^o &= \int_{-h/2}^{h/2} \frac{2G^*}{1-v^*} (\varepsilon_S^{1p} + v^* \varepsilon_\theta^{1p}) d\xi; \\ M_S^o &= \int_{-h/2}^{h/2} \frac{2G^*}{1-v^*} (\varepsilon_S^{1p} + v^* \varepsilon_\theta^{1p}) \xi d\xi; \\ S^0 &= \int_{-h/2}^{h/2} G^* \varepsilon_{S\theta}^{1p} d\xi. \quad H^0 = \int_{-h/2}^{h/2} G^* \xi \varepsilon_{S\theta}^{1p} d\xi; (S; \theta) \end{aligned} \quad (2)$$

Где $G^*; v^*$ – переменные параметры упругости, которые определяются из предыдущего приближения [6]; $\varepsilon_S^{1p}; \varepsilon_\theta^{1p}; \varepsilon_{S\theta}^{1p}$ – пластические составляющие компонент тензора деформаций в момент начала разгрузки, которые определяются зависимостями:

$$\varepsilon_S^{1p} = (\Psi - 1/2G) (\sigma_S - \sigma_o); (S; \theta; \xi); \quad \varepsilon_S^{1p} = (\Psi - 1/2G) \sigma_{S\theta} \quad (3)$$

здесь $\sigma_S; \sigma_\theta; \sigma_{S\theta}$ – компоненты тензора напряжений; σ_i – среднее нормальное напряжение; Ψ – функция пластичности; символ $(S; \theta)$ означает перестановку индексов.

Переменность толщины в окружном направлении учитываем коэффициентами в (1), имеющими следующий вид:

$$C_1 = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{2G^*}{1-v^*} d\xi; \quad C_2 = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{2G^*}{1-v^*} v^* d\xi \quad \text{и т.д.} \quad (4)$$

Здесь h – толщина оболочки в рассматриваемой точке.

Исследуем влияние истории нагружения на напряженное состояние оболочки вращения с переменной жесткостью в меридиональном и окружном направлениях. С этой целью рассмотрим термоупруго-пластическое напряженное состояние оболочки вращения со сложной формой меридиана переменной жесткости в двух направлениях. Геометрию оболочки приведем на рис. 1. Толщина оболочки изменяется вдоль окружной координаты по закону:

$$h = h_o (1 + 0,5 \cos \theta), \quad (5)$$

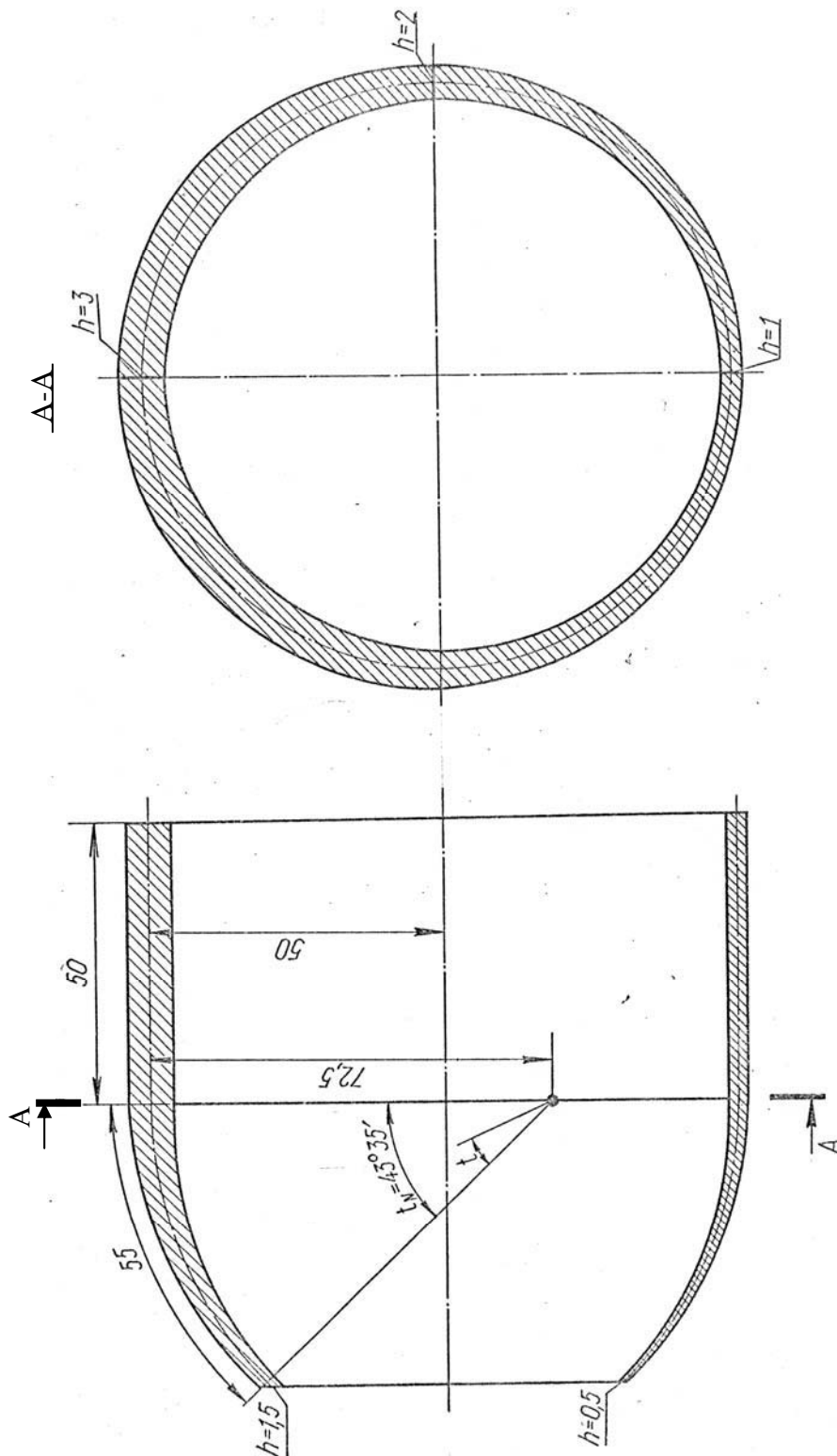


Рис. 1. Оболочка вращения со сложной формой меридиана

где h_0 – значение толщины оболочки, определяющееся для бочкообразного звена зависимостью:

$$h_0 = \frac{h_k - h_n}{t_n} t + h_n, \quad (6)$$

Здесь h_n, h_k – значение толщины оболочки в сечении $\theta=\pi/2$ – в начале и конце бочкообразного звена соответственно; t – текущее значение угла t_n . Для цилиндрической части $h_0 = \text{const}$.

Оболочка находится в условиях конвективного теплообмена. Температура среды, омывающей оболочку с наружной поверхности, изменяется по закону:

$$\theta_1 = \left(380 - 360 e^{-0,3tc} \right) (1 + 0,25 \cos \theta) [1 - 0,002(S - S_0)] \text{ } ^\circ\text{C} \quad (7)$$

где t_c – время; S_0 , – начальное и текущее значения меридиональной координаты. Внутренняя поверхность оболочки, также как правый и левый торцы ее, теплоизолированы. Теплофизические характеристики материала оболочки в процессе нагревания следующие:

$$\lambda = 0,1163 \text{ Вм/см} \cdot \text{град} ; \alpha_1 = 0,1163 \text{ Вм/см}^2 \cdot \text{град} ; \quad (8)$$

$$\alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0 ; \quad \alpha = 0,037 \text{ см}^2 / \text{с}.$$

Температурное поле оболочки получено путем решения задачи теплопроводности, по методике, предложенной в работе [5], при разбиении оболочки: $K_s = 53, K_\theta = 19, (0 \leq \theta \leq \pi), K_z = 5$. По толщине оболочки температура аппроксимировалась полиномом пятой степени, и в решении удерживалось две гармоники по косинусам. Изменение температурного поля с течением времени для моментов времени 1,2,3,5,7,9,10,14,30 с – по толщине оболочки в сечениях $\theta=0, \theta=\pi/2, \theta=\pi$ для значений меридиональной координаты $S=0, S=55 \text{ см}, S=105 \text{ см}$ приведены на рис. 2. Оболочка выполнена из стали ЭИ-435.

Слева оболочка жестко закреплена, а справа шарнирно оперта. Граничные условия выражаются через основные разрешающиеся функции и имеют вид: слева – $U_r = U_z = v = v_s = 0$, справа – $M_s = N_z = U_r = v = 0$.

Расчет оболочки проводился при следующем разбиении: $K_s = 53, K_\theta = 19, (0 \leq \theta \leq \pi), K_z = 5$. Искомые функции представлялись первыми двумя, четырьмя и пятью гармониками по косинусам.

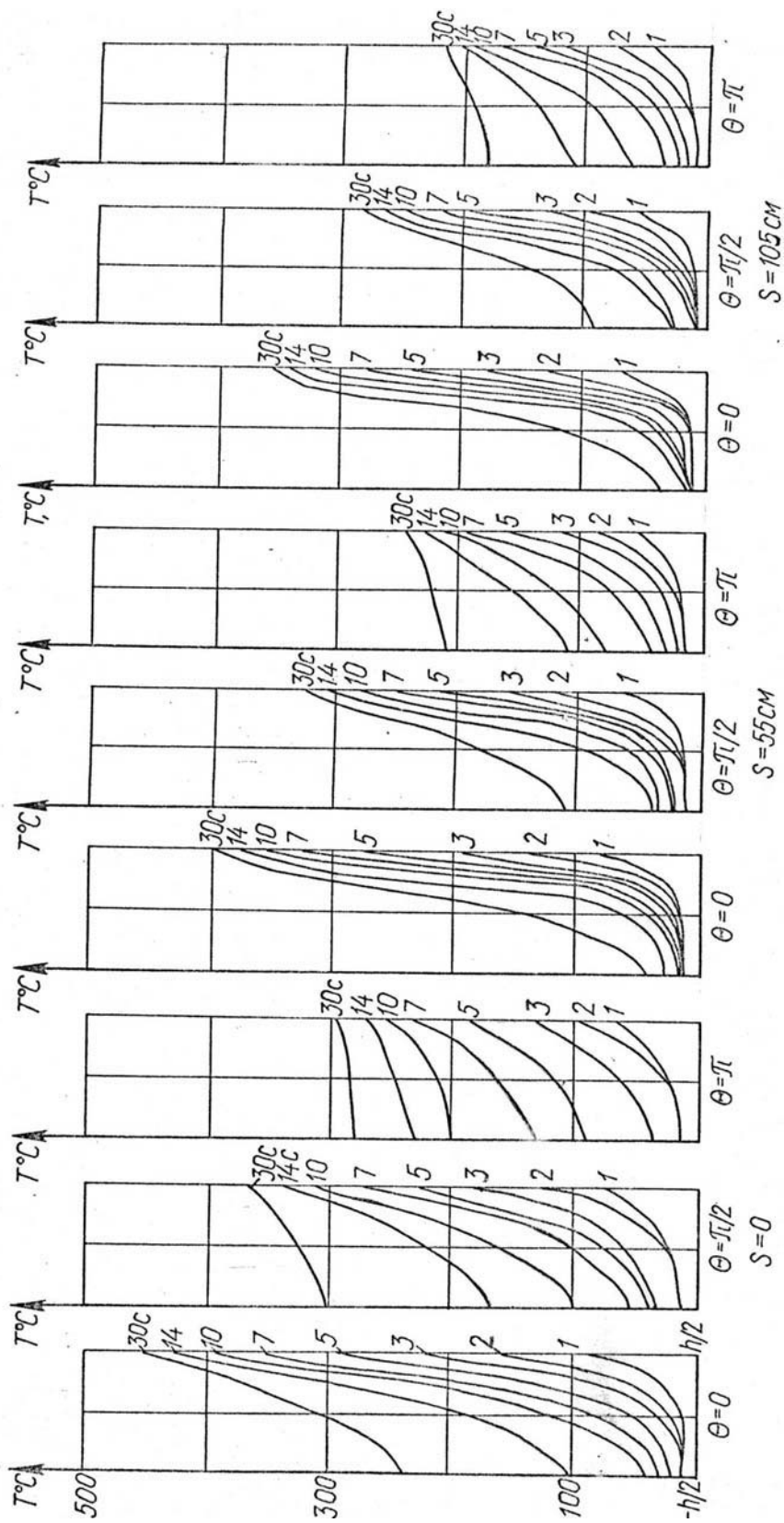


Рис. 2 . Изменение температуры по толщине оболочки с течением времени

Расчет показал, что результаты при представлении искомым функций двумя гармониками отличаются от результатов с четырьмя гармониками на 10-13% по деформациям и не более 7% по напряжениям. Учет же пятой гармоники уточняет результаты, полученные при представлении искомым функций четырьмя первыми гармониками, не более 0,9%. Поэтому в расчете искомое решение представлялось четырьмя первыми гармониками по косинусам.

Для проверки достоверности полученных результатов задача просчитывалась и с другими вариантами разбиения:

$$1 - K_s = 106, K_\theta = 19, (0 \leq \theta \leq \pi), K_z = 5 ;$$

$$2 - K_s = 106, K_\theta = 19, (0 \leq \theta \leq \pi), K_z = 7 ;$$

$$3 - K_s = 106, K_\theta = 37, (0 \leq \theta \leq \pi), K_z = 5 .$$

Причем результаты, полученные по первому варианту разбиения и по принятому выше, отличаются не более чем на 1,2%, а по второму и третьему вариантам – не более чем на 2,5% при представлении искомым функций четырьмя первыми гармониками по косинусам.

Расчет проводился поэтапно: до 10 с – с шагом 1,2 с (1,2,3,5,7,9,10 с.) и с 10 с до 30 с – с шагом 4-8 с. (10, 14,22,30 с), а также с большим количеством этапов: до 10 с с шагом 1с и с 10 до 30 с с шагом 2 с, максимальное отличие, результатов при этом не превысило 2,6%.

На рис. 3, 4 приведен для момента времени» равного 30 с., вдоль координаты S эпюры меридиональных и окружных напряжений для точек наружной поверхности оболочки при значениях окружной координаты $\theta=0, \theta=\pi/2, \theta=\pi$, а на рис. 5, 6 – эпюры этих же напряжений для точек внутренней поверхности оболочки при $\theta =0, \theta=\pi/2$, а также эпюры касательных напряжений для точек внутренней и наружной поверхностей ее при $\theta=\pi/2$. На этих рисунках сплошными линиями построены эпюры напряжений, рассчитанные с учетом истории нагружения, а пунктирными – без ее учета. Из рис. 3 - 6 видно, что максимальные меридиональные и окружные напряжения возникают в жестком защемлении в оболочке, а также при значениях меридиональной координаты $S=16-20$ см и $S=93 - 97$ см, причем максимальные касательные напряжения составляют всего лишь 12% от максимальных меридиональных и окружных напряжений. Учет истории нагружения для точек внутренней поверхности ведет к уменьшению меридиональных напряжений на 20%, а окружных – на 42% в области максимальных значений. Для точек наружной поверхности оболочки учет истории нагружения приводит не только к количественному в 2,3 раза, но и изменению знака напряжений (рис. 3, 4). Причем отличие напряжений, рассчитанных с учетом и без учета истории нагружения, с течением времени увеличивается. На рис. 7 приведены для значений координат $\theta =0$ и $S=8$ см эпюры меридиональных (кривые 1) и окружных (кривые 2) напряжений с учетом (сплошные линии) и без учета (пунктирные линии) истории нагружения с течением времени. Из рисунка видно, что с течением времени расчет с учетом истории нагружения приводит не только к количественному, но и качественному отличию результатов.

Проведенные исследования в [2 - 4] доказывают, что учет истории нагружения при определении напряженного состояния оболочки приводит к уточнению результатов не только количественных, а и качественных и является необходимым.

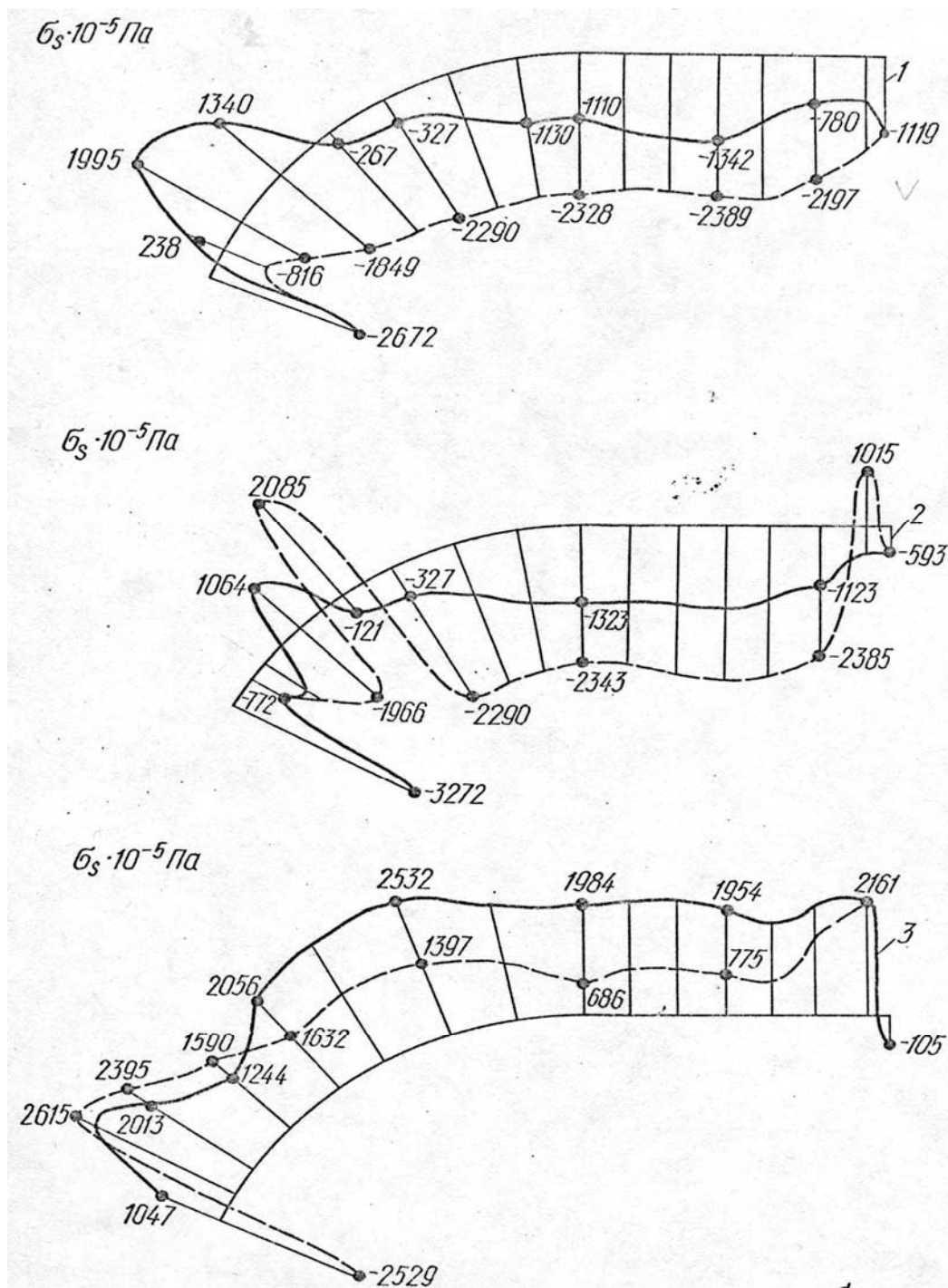
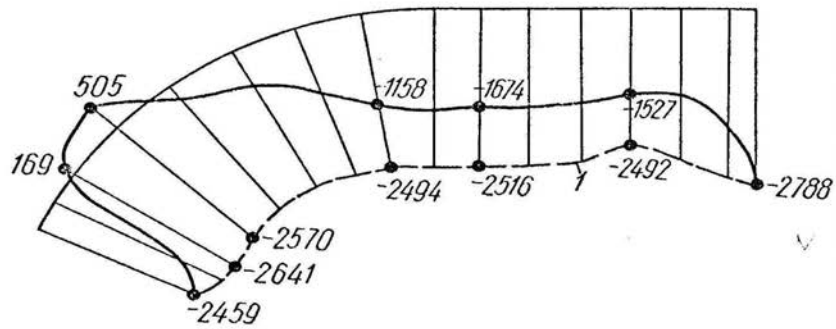


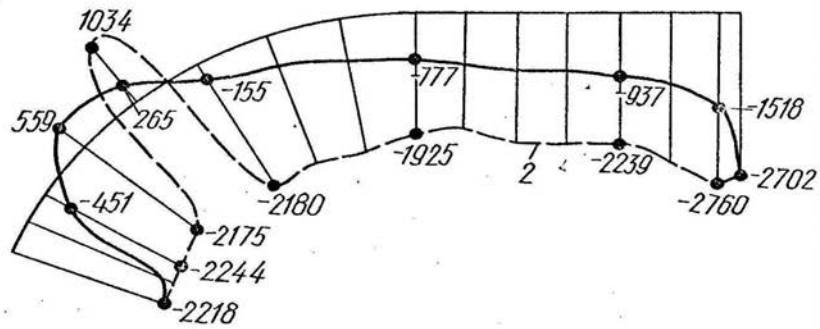
Рис. 3. Эпюры меридиональных напряжений σ_s вдоль S:

- 1 – при $\theta=0, \xi=h/2$;
- 2 – при $\theta=\pi/2, \xi=h/2$;
- 3 – при $\theta=\pi, \xi=h/2$

$\sigma_{\theta} \cdot 10^{-5} \text{Па}$



$\sigma_{\theta} \cdot 10^{-5} \text{Па}$



$\sigma_{\theta} \cdot 10^{-5} \text{Па}$

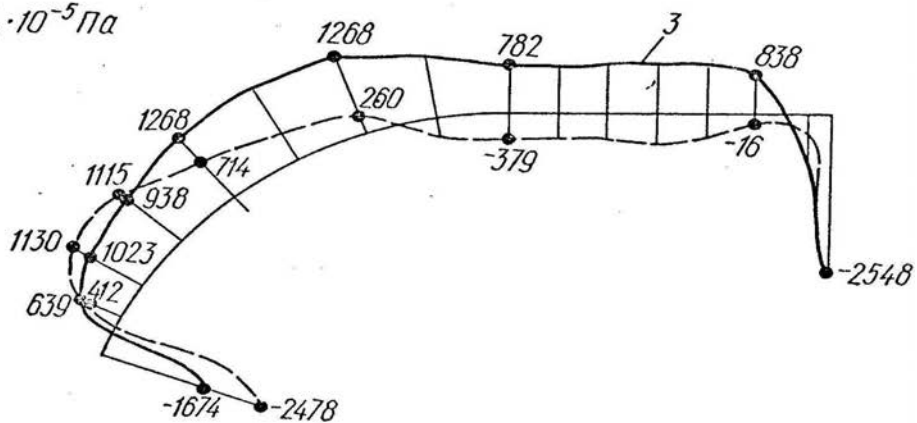


Рис. 4. Эпюры окружных напряжений σ_{θ} вдоль S:
 1 – при $\theta=0, \xi=h/2$; 2 – при $\theta=\pi/2, \xi=h/2$;
 3 – при $\theta=\pi, \xi=h/2$

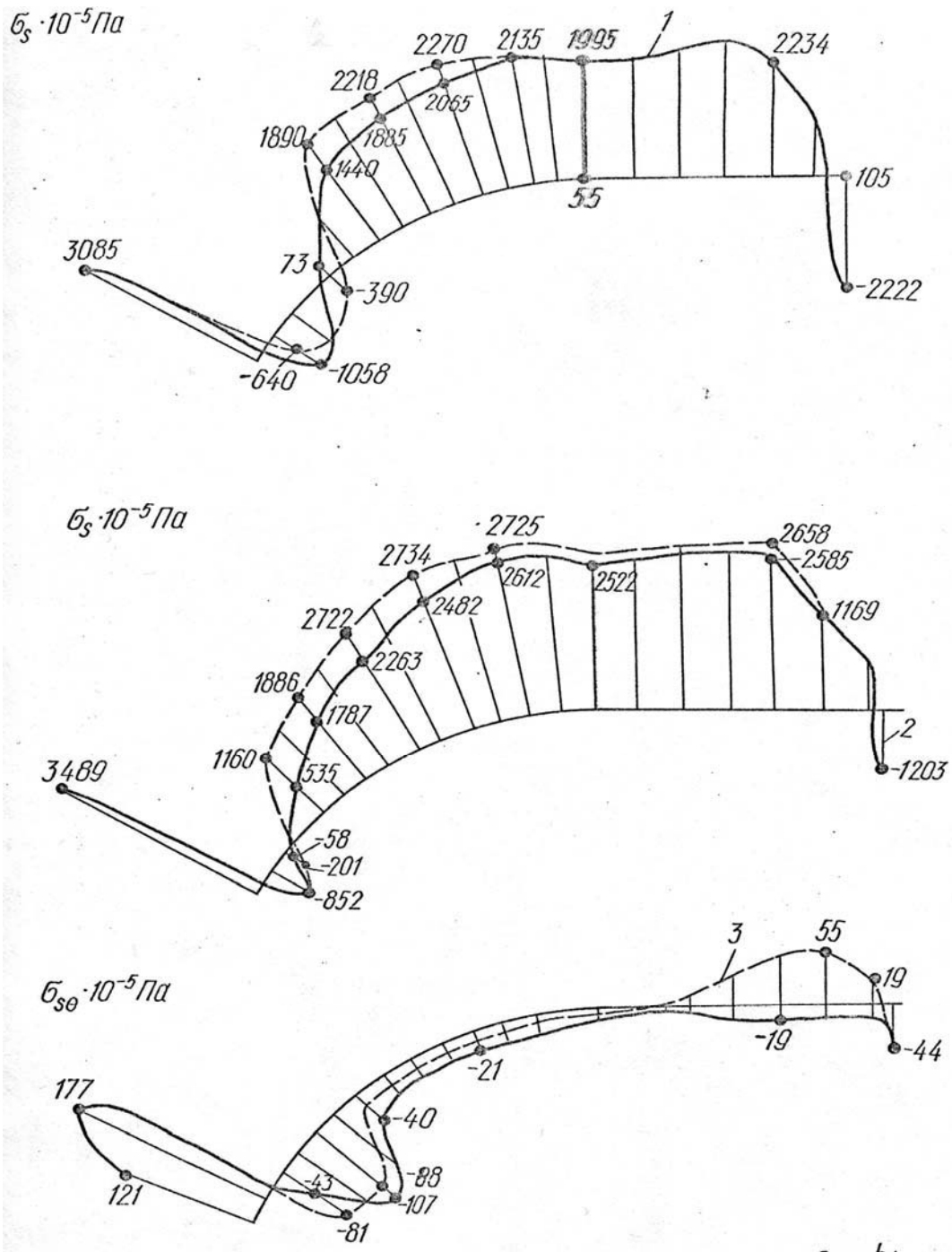


Рис. 5. Эпюры напряжений вдоль S, при $\xi = -h/2$:
 1 – меридиональных σ_s , при $\theta=0$; 2 – меридиональных σ_s , при $\theta=\pi/2$;
 3 – касательных σ_{s0} , при $\theta= \pi/2$

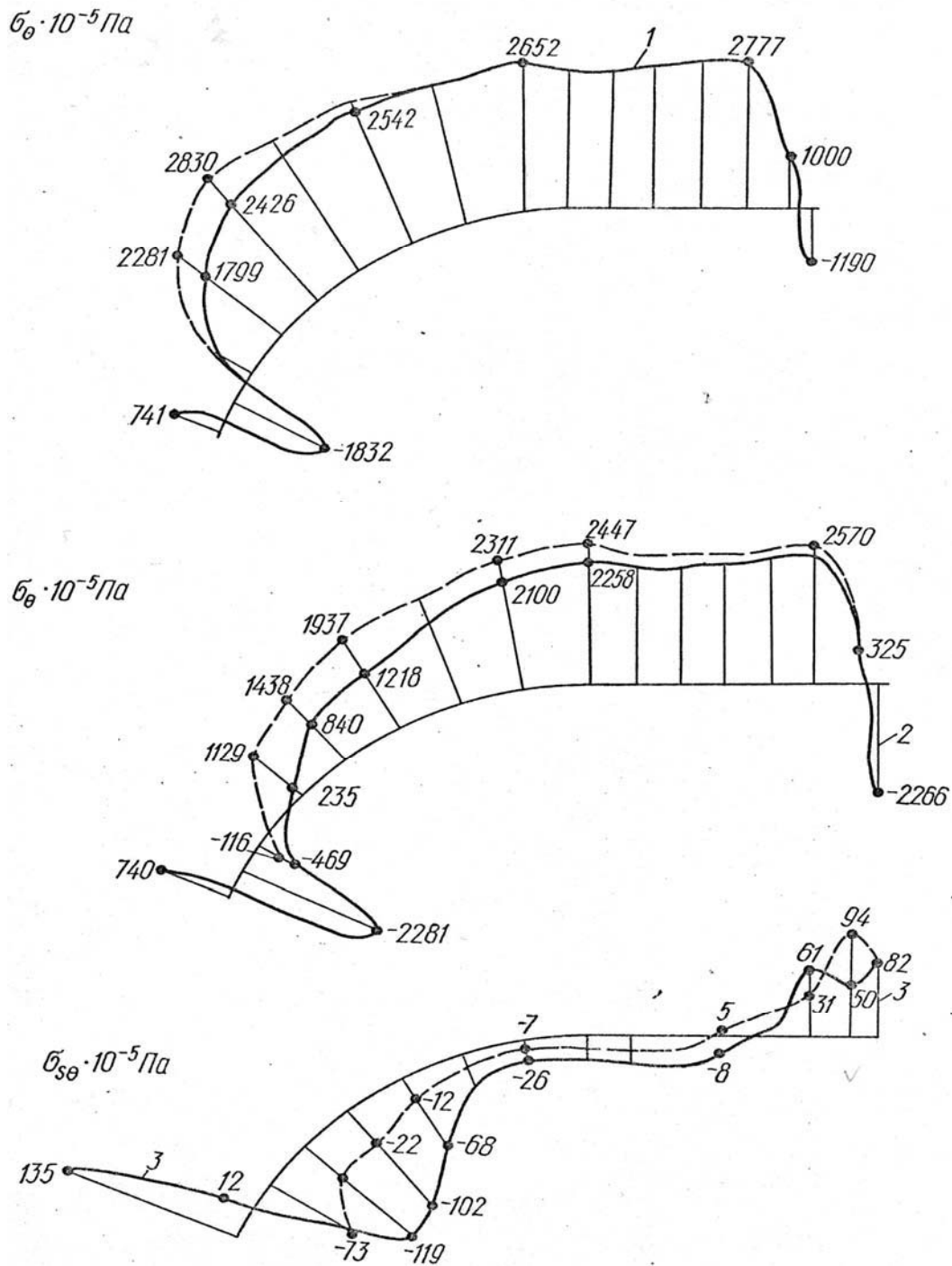


Рис. 6. Эпюры напряжений вдоль S:

1 – окружных σ_θ , при $\theta=0, \xi=-h/2$; 2 – окружных σ_θ , при $\theta=\pi/2, \xi=-h/2$;
 3 – касательных σ_{s0} , при $\theta=\pi/2, \xi=h/2$

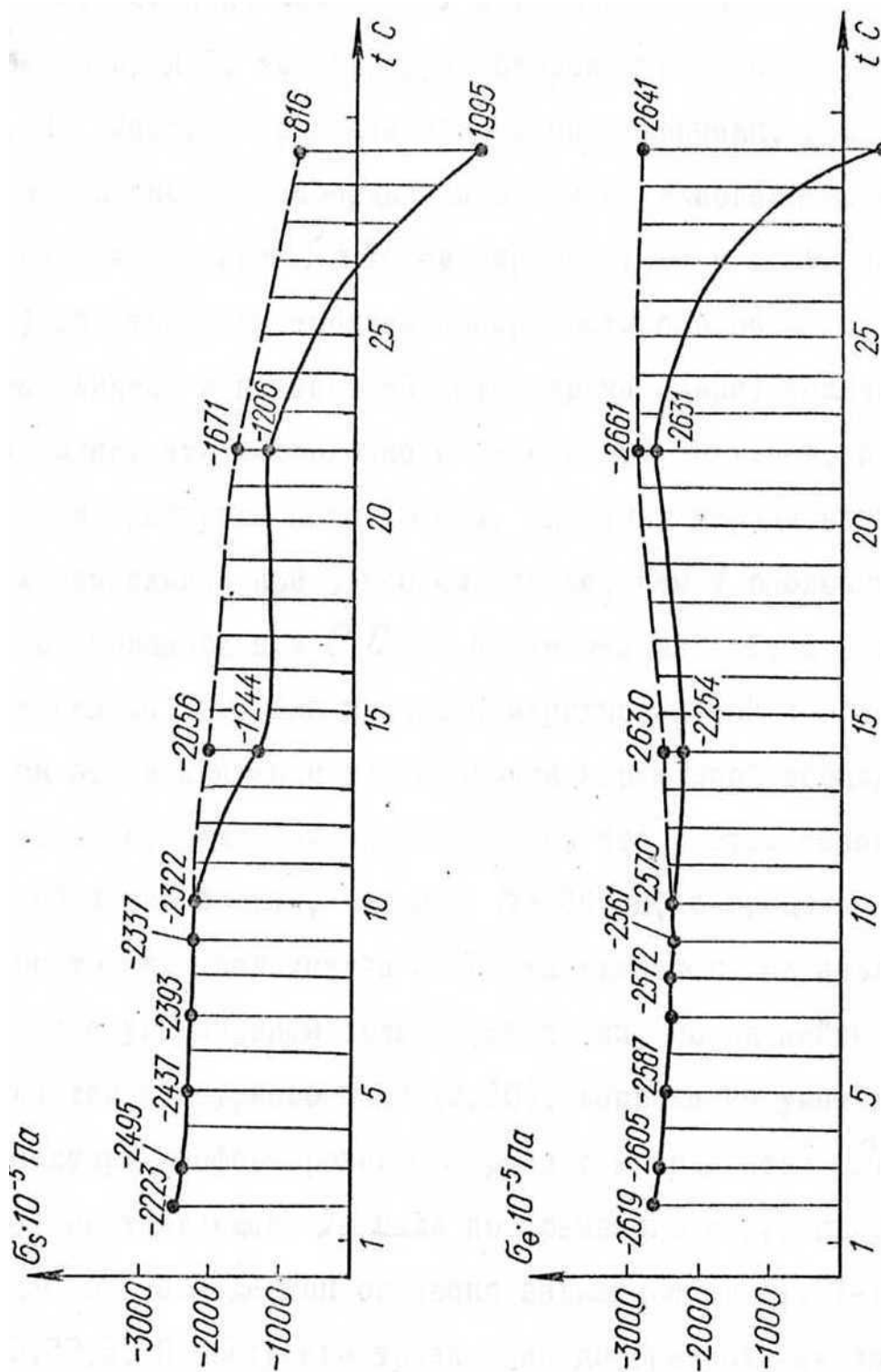


Рис. 7. Эпюры напряжений с течением времени при $\theta=0$, $S=8$ см:
 1 – меридиональных σ_s ; 2 – окружных σ_θ

ЛИТЕРАТУРА

1. *Белевцова Н. Л.* Термоупруго-пластическое напряженное состояние оболочек вращения при неосесимметричной нагрузке с учетом истории нагружения // Прикл. механика. – 1982. – 18. – № 7. – С. 117-120.
2. *Белевцова Н. Л.* Исследование влияния истории нагружения на напряженное состояние оболочек вращения переменной жесткости в двух направлениях // Прикл. механика. – 1986. – 22. – № 4. – С. 109-112.
3. *Белевцова Н. Л.* Термоупруго-пластическое напряженное состояние несимметричных оболочек вращения с учетом вторичных пластических деформаций // Збірник наукових праць. – КІЗТ, 1998. – том 1. – Вип.2. – С. 196-198.
4. *Белевцова Н. Л.* Термоупруго-пластичний стан оболонки обертання із перемінною жорсткістю у коловому напрямку при простих процесах навантаження з урахуванням їх історії // Збірник наукових праць ДЕУТ. Серія «Транспортні системи і технології», 2010. – Вип.17. – С. 142-147.
5. *Шевченко Ю. Н.* Прохоренко И. В. Теория упруго-пластических оболочек при неизотермических процессах нагружения. – К.: Наук. думка, 1981. – 296 с. – (Методы расчета оболочек: В 5-ти т.; т.3)
6. *Ильюшин А. А.* Пластичность. – М.: Гостехиздат. – 1948. – 376 с.
7. *Новожилов В. В.* Теория тонких оболочек. – Л. : Судпромгиз, 1962. – 432с.
8. *Биргер И. И.* Некоторые общие методы решения задач теории пластичности // Прикл. математика и механика. – 1951. – 15. – № 6. – С. 765-770.
9. *Годунов С. К.* О численном решении задач // Успехи мат. наук. 1961. –16. – № 3. – С. 171-174.