УДК 656.2

Олексій Прищепчук

ВИБІР ОПТИМАЛЬНОГО РІШЕННЯ ЩОДО ВПРОВАДЖЕННЯ ШВИДКІСНОГО ЗАЛІЗНИЧНОГО РУХУ В СИСТЕМУ ПАСАЖИРСЬКИХ ПЕРЕВЕЗЕНЬ

Вибране оптимальне рішення щодо впровадження швидкісного залізничного руху в систему пасажирських перевезень при прийнятих обсягах інвестицій. В дослідженні використано метод динамічного програмування, застосовано принцип оптимальності Беллмана.

Выбрано оптимальное решение по внедрению скоростного железнодорожного движения в системе пассажирских перевозок при принятых объемах инвестиций. В исследовании использован метод динамического программирования, применен принцип оптимальности Беллмана.

Selected optimal solution for implementing speed railway traffic system in passenger traffic in the adopted investment. The study used the method of dynamic programming, applied the principle of optimality of Bellman.

Ключові слова: швидкісний залізничний рух, пасажирські перевезення, метод динамічного програмування, принцип оптимальності Беллмана.

Постановка проблеми загалом та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями. Українські залізниці знаходяться на порозі суттєвих змін щодо покращення комфортності перевезень пасажирів та підвищення якості наданих послуг до європейського рівня. Разом з тим необхідні значні кошти для реалізації поставлених завдань. Саме тому треба вибрати оптимальні рішення щодо впровадження швидкісного залізничного руху в систему пасажирських перевезень. Підвищення швидкостей руху пасажирських поїздів пов'язане з державними програмами розвитку залізничного транспорту [1, 2], а також з масштабними загальнонаціональними планами з проведення фінальної частини чемпіонату Європи з футболу «Євро 2012».

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Теоретичні засади застосування методу динамічного програмування викладені в посібниках В.М. Акулінічева і А.Б. Каплана [3, 4]. У дослідженнях Н.А. Воробйова, Б.В. Лашутіна і В.К. Суворова [5] подана методика оптимального розподілу пасажирських і вантажних потоків на паралельних залізничних лініях, яка заснована на методі динамічного програмування. Дослідження А.А. Єрофеєва ґрунтуються на виборі оптимального варіанта поїздоутворення для довільної кількості станцій і стратегії поїздоутворення для полігону в цілому методом динамічного програмування [6].

© ***Прищепчук О. В., 2011***

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Вибір оптимальних критеріїв впровадження швидкісного руху пасажирських поїздів потребує значних досліджень аналізу та синтезу розвитку мережі залізниць України. Разом з тим, в наукових дослідженнях даної проблематики, недостатньо використано математичних методів і моделей розвитку швидкісного залізничного руху. Тому вирішено дослідити впровадження швидкісного руху пасажирських поїздів методом динамічного програмування.

Формулювання цілей статті. Вибрати оптимальне рішення (стратегію) розвитку швидкісного руху пасажирських поїздів на 2008-2015 роки. Дослідити програму впровадження швидкісного залізничного руху [1].

Виклад основного матеріалу дослідження з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів.

Загальні положення. Динамічне програмування – один з методів рішення екстремальних задач, пов'язаних з оптимізацією управління виробничими процесами. Залежності, що використовуються в динамічному програмуванні, можуть бути задані будь-яким способом (графіками, таблицями тощо). Характерні особливості задач динамічного програмування:

- неоднозначність результатів (багатоваріантність рішення);
- можливість ділення обчислювального процесу на етапи (етапність рішення);
- загальний критерій – сума часткових критеріїв на етапах (адитивність критерію).

За допомогою динамічного програмування вирішуються задачі, пов'язані з процесами, які можна розділити на деяке число етапів (кроків). Оптимізація управління на кожному етапі окремо не забезпечує оптимізації процесу в цілому. Якщо число етапів і можливих рішень на кожному етапі (управлінь) обмежене, то оптимальне рішення в цілому (оптимальну стратегію) можна знайти перебором всіх можливих варіантів. Проте у багатьох випадках такий шлях неприйнятний внаслідок дуже великої кількості варіантів. Динамічне програмування дозволяє, не порушуючи строгості рішення, зменшити число розглянутих варіантів. Ідея полягає в тому, що відшукування екстремального значення функції багатьох змінних замінюється багаторазовим відшуканням екстремальних значень функції одного чи декількох змінних. Для цього обчислювальний процес ділиться на етапи. Вибирають таке рішення задачі, яке дозволяє оптимізувати даний етап.

Оскільки процес закінчується на останньому етапі, оптимальне рішення не повинне враховувати наступного ходу. Якщо знайти його для всіх ситуацій, які можуть скластися до початку останнього етапу, то можна знайти оптимальне рішення і для передостаннього етапу, тобто буде отримана оптимальна стратегія для двох останніх кроків. Якщо вона відобразить ситуації, які можуть скластися до початку передостаннього етапу, то можна приступити до пошуку оптимального рішення також на попередньому етапі. Таким чином, процес обчислення протікає у зворотному напрямі, від кінця до початку. На кожному етапі знаходять деяку множину умовно-оптимальних рішень, вибір яких залежить від рішення вже на попередньому етапі. Безперервна послідовність таких рішень на всіх етапах виражає одне з можливих рішень задачі в цілому (допустиму стратегію). Зіставляючи допустимі стратегії, вибирають дійсно оптимальну залежно від початкового стану системи (процесу) і, повторюючи процес обчислення вже від

початку до кінця, виділяють на кожному етапі оптимальні рішення, як складові оптимальної стратегії.

Принцип оптимальності вперше сформульований і доведений Беллманом: оптимальна стратегія, починаючи з будь-якого етапу, залежить не від попередньої стратегії, а лише від перебування системи на даному етапі і подальшій стратегії, тобто від рішень на подальших етапах.

Можлива і геометрична інтерпретація задачі динамічного програмування (рис. 1).

Вертикальним лініям відповідають моменти часу, в які розглядають досліджувану задачу. У початковий момент $t_0=0$ процес (система) знаходиться в одному з можливих початкових станів, множина яких відповідає множині точок A_i. Початковий стан може бути заданий або областю можливих станів, або одним, конкретним значенням, в нашому випадку чотирма A_1, A_2, A_3 и A_4. Також вважатимемо для простоти, що в кожен момент часу система знаходиться також в одному з чотирьох можливих станів, які показані точками на відповідних вертикалях. Кінцевий стан системи – одна з чотирьох точок B_1, B_2, B_3, B_4.

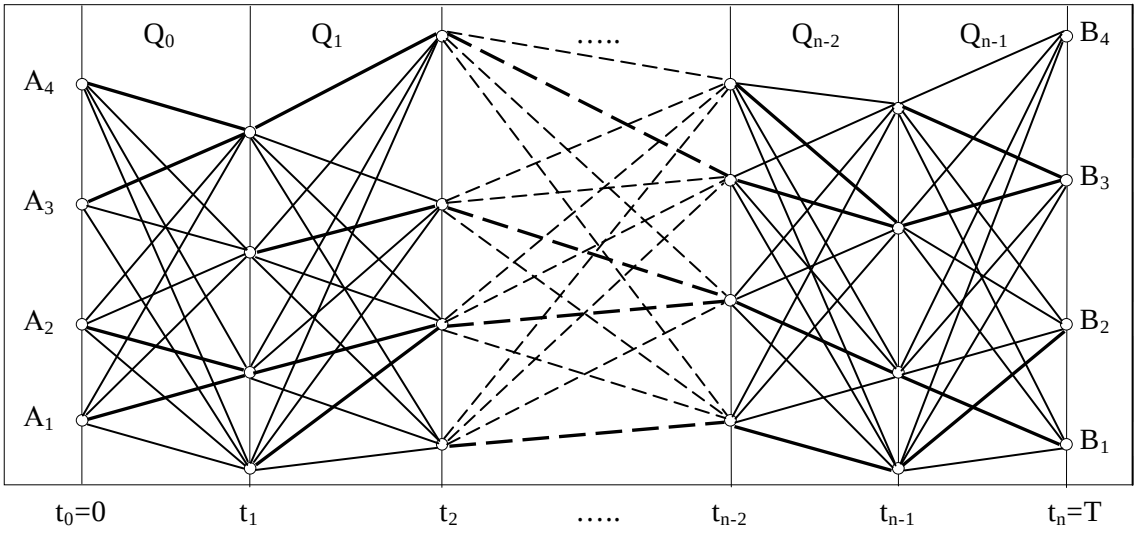

Рис. 1. **Геометрична інтерпретація задачі**

Система переводиться з початкового стану в наступне за допомогою функції переходу, яку ще називають управлінням системи на даному етапі. Для кожного з можливих станів існує своя функція переходу (чи деяка їх множина), яка переводить систему в деяку множину станів в наступний момент часу. Ця функція – кількісна характеристика переходу в наступний стан залежно від попереднього – виражає або виграш, або витрати. Оскільки значення функції переходу залежить від попереднього $x(i)$ і від подальшого $x(i+1)$ станів системи, її можна записати в загальному вигляді так: $Q_i\{x(i);x(i+1)\}$.

Кожна допустима стратегія виражається ламаною лінією, з'єднуючи вертикаль $t_0=0$ з вертикаллю $t_n=T$. Вона складається з набору управлінь на кожному етапі, тобто їй можна зіставити число $F=\sum_{i=0}^{n-1} Q_i\{x(i);x(i+1)\}$. Оптимальній стратегії

відповідає ламана з найменшим значенням F. Отже, поставлену задачу можна сформулювати в такому вигляді: необхідно із усіх допустимих ламаних, таких, що з'єднують вертикаль $t_0=0$ з вертикаллю $t_n=T$, вибрати таку, якій відповідає найменше значення F.

Вирішують задачу в такому порядку. Для всіх можливих станів системи на початку останнього етапу $x\ (n-1)$ визначають оптимальне управління – вибирають функцію переходу в один з кінцевих станів з мінімальним значенням. Переходи, що відповідають мінімальному значенню Q_{n-1} для кожного стану $x\ (n-1)$, показано на рис. 1 жирною лінією. Таким чином, в якій би точці не опинилася система на початку останнього етапу, завжди можна запропонувати оптимальну стратегію для переводу її в кінцевий стан, отримати ряд умовно-оптимальних рішень. Умова оптимальності кожного такого рішення – стан системи на початку даного періоду.

Тепер для кожного стану системи на початку передостаннього етапу $x\ (n-2)$ можна визначити умовно-оптимальні стратегії для переводу в один з кінцевих станів вже по загальному мінімуму функцій переходу на двох останніх етапах: $\min\left(Q_{n-2}+Q_{n-1}\right)$. При цьому значення Q_{n-1} вже відомі в результаті попередніх обчислень. Потім аналогічно визначають умовно-оптимальні стратегії на трьох останніх етапах за умовою $\min\left(Q_{n-3}+Q_{n-2}+Q_{n-1}\right)$, причому сума $\left(Q_{n-2}+Q_{n-1}\right)$ вже відома. Розрахунки продовжують до того часу, поки не буде пройдений весь процес у зворотному напрямі.

Кожна з отриманих ламаних (жирна лінія) відповідає умовно-оптимальній стратегії для всього процесу. Оскільки множині початкових станів системи відповідає множина точок на вертикалі t_0, кожній умовно-оптимальній стратегії відповідає свій початковий стан системи (точка, з якої вона виходить). Таким чином, умовно-оптимальна стратегія буде оптимальною за умови, що початковий стан системи знаходиться у відповідній точці. Кожна умовно-оптимальна стратегія оцінюється значенням $F=\min\sum_{i=0}^{n-1}Q_i$. По ньому можна вибрати початковий стан системи і залежно від нього остаточно визначити оптимальну стратегію, тобто, пройшовши процес вже від початку до кінця, встановити на кожному етапі оптимальні рішення.

Принцип оптимальності Беллмана в цій інтерпретації задачі динамічного програмування означає: оптимальний шлях з будь-якої точки, що відображає стан системи в який-небудь момент часу, не залежить від траєкторії, що веде в цю точку. Тому для визначення оптимального рішення в цілому необхідно завжди знаходити оптимальне продовження процесу щодо стану, досягнутого в результаті рішення на попередньому етапі.

Математична постановка задачі з отриманням наукових результатів. Стан деякої розвиваючої системи в кожен дискретний момент часу $t=0,...,T$ характеризується множиною точок $x_t^{(1)}, x_t^{(2)}, ..., x_t^{(n)}$, сукупність яких – вектор $x(t)=(x_t^{(1)}, x_t^{(2)}, ..., x_t^{(n)})$, називається вектором стану системи. Позначимо множину всіх станів системи (вектор станів) у момент часу $t=m$ через x_m; стан її в початковий момент $t=0$ вважається заданим $x(0)=x_0$. Розвиток системи полягає в послідовному переході з одного стану в інший. На

нього можна впливати в кожен момент часу t певним управлінням $u(t)$, вибраним із множини можливих управлінь. Таким чином, стан системи $x(t+1)$ визначається, з однієї сторони, вектором $x(t)$ і, з іншої – управлінням $u(t)$:

$$x(t+1) = f\{x(t), u(t)\}. \quad (1)$$

Функція f задає правило переходу від стану $x(t)$ в стан $x(t+1)$ залежно від управління $u(t)$. Множина управлінь, кожне з яких можна вибрати у момент $t = m$, позначимо через U_m. Розвиток системи визначається послідовністю $x = \{x(0), x(1), ..., x(T)\}$, де $x(m) \in X_m$ – вектор стану системи при $t = m$. Ця послідовність називається *стратегією*. Стратегія допустима, якщо існують управління, що дозволяють робити перехід з будь-якого її стану в наступний. Кожна стратегія оцінюється функцією цілі $F(x)$. Таким чином, розвиток системи описується:

- множиною допустимих станів системи X_m;
- множиною допустимих управлінь U_m;
- правилами переходу із одного стану в інший за вибраним управлінням $x(m+1) = f\{x(m), u(t)\}$;
- функцією цілі $F(x)$.

Необхідно знайти допустиму стратегію, що забезпечує мінімум (максимум) функції цілі. Останню в загальному випадку задають сумою оціночних функцій $Q_m\{x(m), x(m+1)\}$, отриманих при кожному переході із станів x_m в стан $x(m+1)$:

$$F(x) = \sum_{m=0}^{T-1} Q_m\{x(m);\ x(m+1)\}. \quad (2)$$

Функцію цілі можна вважати функцією від управління, оскільки будь-яку допустиму стратегію x повністю визначає послідовність допустимих управлінь $u = (u_0, u_1, ..., u_{T-1})$. Таким чином, задачу динамічного програмування можна сформулювати так: необхідно визначити послідовність управлінь $u^* = (u_0^*, u_1^*, ..., u_{T-1}^*)$, що мінімізує функцію цілі:

$$F\{x(u)\} = \sum_{m=0}^{T-1} Q_m\{x(m);\ x(m+1)\}. \quad (3)$$

при умовах:

$$\left.\begin{aligned} &x(m+1) = f\{x(m), u(m)\}; \\ &x(m) \in X_m;\ x(0) = x_0; \\ &u(m) \in U_m;\ m = 0, 1, ..., T-1. \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Позначимо через $F_k\{x(k)\}$ максимальне значення функціонала $\sum_{m=0}^{T-1} Q_m$ для $\{x(m)\}; \{u(m)\}; m = k+1, ..., T$, що задовольняють умовам задачі. Тоді, застосовуючи послідовно принцип оптимальності до функцій F_1, F_2 і т. д., можна написати систему рівнянь:

$$
\begin{aligned}
&F_0\{x(0)\} = \min_{u(0)}\left[Q_0\{x(0), x(1)\} + F_1\{x(1)\}\right];\\
&F_1\{x(1)\} = \min_{u(1)}\left[Q_1\{x(1), x(2)\} + F_2\{x(2)\}\right];\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&F_i\{x(i)\} = \min_{u(i)}\left[Q_i\{x_i, x(i+1)\} + F_{i+1}\{x(i+1)\}\right];\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&F_{T-1}\{x(T-1)\} = \min_{u(T-1)}\left[Q_{T-1}\{x(T-1), x(T)\}\right].
\end{aligned}
\qquad (5)
$$

$F_i\{x(i)\}$ називаються функціями Беллмана.

Оптимальна стратегія розвитку залізничних пасажирських перевезень передбачає збільшення швидкостей руху поїздів, а відтак скорочення часу пасажирів при оптимальних витратах (коштів державного бюджету, кредитів).

Вартість робіт, пов'язаних з впровадженням швидкісного руху пасажирських поїздів наведено в табл. 1 [1]. Оптимальний розподіл коштів на основних напрямках мережі залізниць України [1] наведено на рис. 2.

Таблиця 1

Вартість робіт для реалізації швидкісного залізничного руху, млн грн

Етап	Напрямок, дільниця	Роки							
		2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
1	**Київ–Полтава, у т. ч.:**								
	Київ–Полтава	1750	957	772	–	–	–	–	–
2	**Київ–Полтава–Донецьк, в т. ч.:**								
	Полтава–Красноград	423	594	551	–	–	–	–	–
	Красноград–Лозова	388	945	675	363	–	–	–	–
	Лозова–Донецьк	206	618	711	872	–	–	–	–
	Київ–Полтава–Дніпропетровськ, у т. ч.:								
	Красноград–Дніпропетровськ	130	316	602	399	–	–	–	–
3	**Київ–Полтава–Харків, у т. ч.:**								
	Красноград–Харків	251	410	640	287	–	–	–	–
	Київ–Жмеринка–Львів, у т. ч.:								
	Київ–Жмеринка	0	0	372	761	961	–	–	–
	Жмеринка–Львів	106	177	595	1260	773	–	–	–
	Київ–Жмеринка–Одеса, у т. ч.:								
	Жмеринка–Одеса	232	418	804	1101	243	–	–	–
4	**Київ–Сімферополь, у т. ч.:**								
	Лозова–Сімферополь	–	–	–	–	743	1733	1562	1192

Розрахунок оптимального рішення щодо впровадження швидкісного залізничного руху в систему пасажирських перевезень методом динамічного програмування:

$Q^4_{2015} = 1192.$

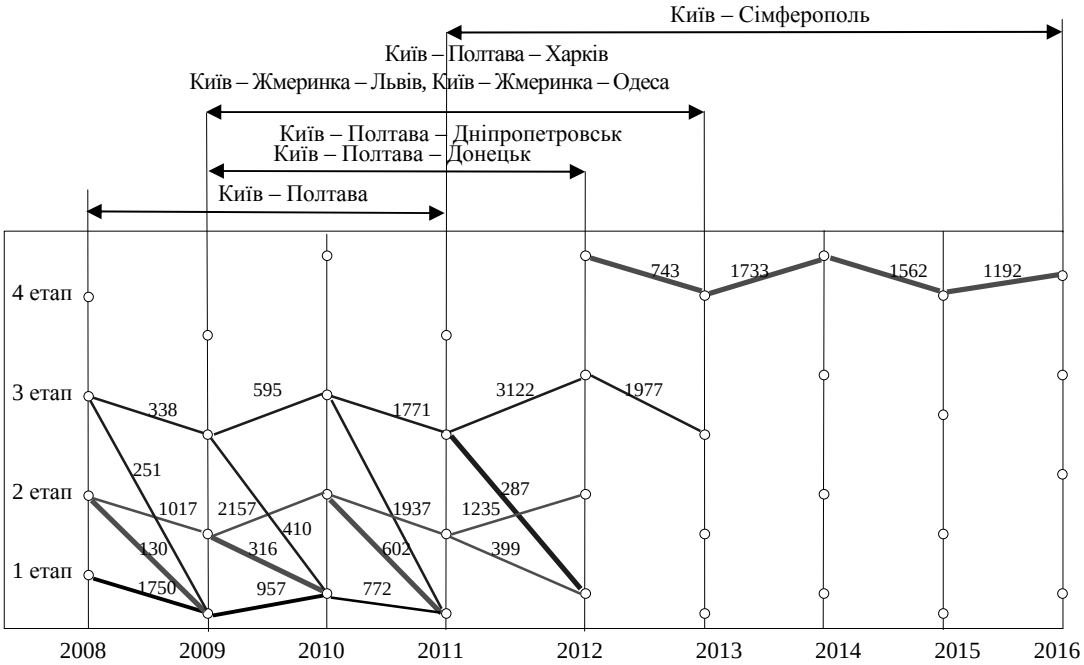

Рис. 2. **Оптимальний розподіл коштів на основних напрямках мережі залізниць України**

$F_{2014} = \min(Q_{2014} + Q_{2015})$:

$F_{2014}^4 = \min(1592 + Q_{2015}^4) = \min(1562 + 1192) = 2754;\ Q_{2014}^4 = 1562.$

$F_{2013} = \min(Q_{2013} + F_{2014})$:

$F_{2013}^4 = \min(1733 + F_{2014}^4) = \min(1733 + 2754) = 4487;\ Q_{2013}^4 = 1733.$

$F_{2012} = \min(Q_{2012} + F_{2013})$:

$Q_{2012}^3 = 1977.$

$F_{2012}^4 = \min(743 + F_{2013}^4) = \min(743 + 4487) = 5230;\ Q_{2012}^4 = 743.$

$F_{2011} = \min(Q_{2011} + F_{2012})$:

$F_{2011}^2 = \min(399; 1235) = 399;\ Q_{2011}^2 = 399.$

$F_{2011}^3 = \min(287; 3122 + Q_{2012}^3) = \min(287; 3122 + 1977) = 287;\ Q_{2011}^3 = 287.$

$F_{2010} = \min(Q_{2010} + F_{2011})$:

$Q_{2010}^1 = 772.$

$F_{2010}^2 = \min(602 + F_{2011}^1; 1937 + F_{2011}^2) = \min(602; 1937 + 399) = 602;\ Q_{2010}^2 = 602.$

$F_{2010}^3 = \min(640 + F_{2011}^1; 1771 + F_{2011}^3) = \min(640; 1771 + 287) = 640;\ Q_{2010}^3 = 640.$

$F_{2009} = \min(Q_{2009} + F_{2010})$:

$F_{2009}^1 = \min(957 + Q_{2010}^1) = \min(957 + 772) = 1729;\ Q_{2009}^1 = 957.$

$F_{2009}^{2} = \min(316 + Q_{2010}^{1}; 2157 + F_{2010}^{2}) = \min(316 + 772; 2157 + 602) = 1088;\ Q_{2009}^{2} = 316.$

$F_{2009}^{3} = \min(410 + Q_{2010}^{1};\ 595 + F_{2010}^{3}) = \min(410 + 772; 595 + 640) = 1182;\ Q_{2009}^{3} = 410.$

$F_{2008} = \min(Q_{2008} + F_{2009}):$

$F_{2008}^{1} = \min(1750 + F_{2009}^{1}) = \min(1750 + 1729) = 3479;\ Q_{2008}^{1} = 1750.$

$F_{2008}^{2} = \min(130 + F_{2009}^{1}; 1017 + F_{2009}^{2}) = \min(130 + 1729; 1017 + 1088) = 1859;\ Q_{2008}^{2} = 130.$

$F_{2008}^{3} = \min(251 + F_{2009}^{1}; 338 + F_{2009}^{3}) = \min(251 + 1729; 338 + 1182) = 1520;\ Q_{2008}^{3} = 338.$

Починаючи з першої точки, і рухаючись послідовно неперервною ламаною жирною лінією до останньої точки, визначимо оптимальну стратегію (оптимальні рішення) для всього процесу і на кожному елементі:

$$F = Q_{2008}^{2} + Q_{2009}^{2} + Q_{2010}^{2} + Q_{2011}^{3} + Q_{2012}^{4} + Q_{2013}^{4} + Q_{2014}^{4} + Q_{2015}^{4} =$$
$$= 130 + 316 + 602 + 287 + 743 + 1733 + 1562 + 1192 = 6565 \text{ млн. грн.}$$

Висновки з даного дослідження і перспективи подальшого розвитку у даному напрямку. Вибране оптимальне рішення щодо впровадження швидкісного залізничного руху в систему пасажирських перевезень за рахунок оптимізації критерію «вартість» на період 2008-2015 роки. Оптимальна вартість впровадження швидкісного руху пасажирських поїздів становить 6565 млн. грн. Важливими напрямками мережі залізниць України на 2008-2015 роки є міста-учасники проведення чемпіонату з футболу Євро-2012 (Київ–Львів, Київ–Донецьк, Київ–Харків), міста-мегаполіси України. Метод динамічного програмування, який застосовується в даному дослідженні, заслуговує на подальше використання, його модифікацію при вирішенні питань оптимізації критеріїв для впровадження швидкісного руху пасажирських поїздів.

ЛІТЕРАТУРА

1. НДР «Державна цільова програма впровадження на залізницях швидкісного руху пасажирських поїздів на 2008-2015 роки» (реєстраційний номер 0107Ш07457).
2. Семирічна програма системного впровадження прискорених денних поїздів: [Электрон. ресурс]. – Режим доступу:http:// http://levukrtrans.9bb.ru.
3. Математические методы в эксплуатации железных дорог / Под ред. В. М. Акулиничева. – М.: Транспорт, 1981. – 223 с.
4. Математическое моделирование экономических процессов на железнодорожном транспорте / Под ред. А. Б. Каплана. – М.: Транспорт, 1984. – 256 с.
5. *Н. А. Воробьев, Б. В. Лашутин, В. К. Суворов*. Методика распределения грузовых и пассажирских потоков на параллельных линиях: труды ЦНИИ МПС. Вып. 403; Всесоюзный научно-исследовательский институт железнодорожного транспорта. – М.: Транспорт, 1969. – 160 с.: рис., табл. – Библиогр.: с. 156-158.
6. *Ерофеев А. А*. Выбор оптимального варианта поездообразования на полигоне методом динамического программирования // Вестник ВНИИЖТ. – 2007. – № 4. – С. 11-15.