

*Наталя Белевцова*

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПЕРЕМЕННОСТИ ТОЛЩИНЫ  
В ОКРУЖНОМ НАПРАВЛЕНИИ НА НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ  
КОНИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ, НАХОДЯЩЕЙСЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ  
НЕОСЕСИММЕТРИЧНОГО НЕРАВНОМЕРНОГО  
ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ**

*В статье исследуется влияние переменности толщины в окружном направлении на напряженное состояние конической оболочки, которая находится под действием неізотермического нагріву.*

*У статті досліджується вплив змін товщини в окружному напрямку на напружений стан конічної оболонки, яка перебуває під дією неізотермічного нагріву.*

*This article examines the influence of variable thickness in the circumferential direction on the stress state conical shell, which is under the influence of non-isothermal heating.*

**Ключевые слова:** коническая оболочка, переменность толщины в окружном направлении, неізотермические процессы нагружения.

Настоящая работа является продолжением работ [1, 2]. В ней исследуется влияние переменности толщины в окружном направлении оболочек вращения (в частности, конической оболочки) на напряженное состояние этих оболочек. Задача решается на основе теории тонких оболочек В. В. Новожилова [6] в квазистатической и геометрически линейной постановке, на основе теории простых процессов нагружения с учетом истории их протекания [5, 7]. Физические соотношения линеаризируются методом последовательных приближений в форме переменных параметров упругости [3, 7]. Механические характеристики материала зависят от температуры, деформации ползучести не учитываем. Численно задача решается методом Рунге-Кутты с дискретной ортогонализацией по С.К. Годунову [4].

Разрешающая система уравнений для данного класса задач полученная в [1] имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \bar{N}}{\partial S} = \Phi \left( \bar{N}; \frac{\partial \bar{N}}{\partial \theta}; \frac{\partial^2 \bar{N}}{\partial \theta^2}; \frac{\partial^3 \bar{N}}{\partial \theta^3}; \frac{\partial^4 \bar{N}}{\partial \theta^4} \right), \quad (1)$$

где  $\bar{N}$  – вектор разрешающих функций  $\{N_r; N_z; \hat{S}; M_S; U_r; U_z; v; v_S\}$  (2)

Переменность толщины в окружном направлении учитывается коэффициентами в (1) вида:

$$C_1 = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{2G^*}{1-\nu^*} d\xi; \quad C_2 = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{2G^*}{1-\nu^*} \nu^* d\xi \quad \text{и т.д.}, \quad (3)$$

© Белевцова Н. Л., 2012

---

здесь  $h$  – толщина оболочки в рассматриваемой точке;

$G^*; \nu^*$  – переменные параметры упругости, которые определяются из предыдущего приближения [3, 7].

Исследуем влияние изменения толщины оболочки в окружном направлении на распределение напряжений в оболочке, находящейся в упруго-пластическом напряженном состоянии без учета истории нагружения. С этой целью рассмотрим напряженное состояние конической оболочки рис. 1, шарнирно закрепленной при  $S=0$  и  $S=L$ , находящейся в первоначально ненапряженном состоянии при температуре  $T = 20^\circ\text{C}$ . Затем предполагается, что оболочка медленно нагрета до температуры, изменяющейся согласно закону:

$$T = [50 + 25 \cos \theta] \text{ } ^\circ\text{C} \quad (4)$$

При этом считаем, что процесс нагрева не сопровождается разгрузкой и элементы оболочки деформируются по прямолинейным траекториям. Такой нагрев можно осуществить медленным повышением температуры окружающей среды с тем, чтобы градиенты температур, возникающие в оболочке, возрастали постепенно.

Геометрические характеристики оболочки (рис. 1) определяются следующими данными:

$$L = 2r, \quad \varphi = 30, \quad r = 10 \text{ см}; \quad (5)$$

$$h = h_0(\alpha_1 + \alpha \cos \theta),$$

где  $h_0 = 0,01r$  см, а параметры  $\alpha$  и  $\alpha_1$  принимают значения:

- 1 –  $\alpha_1 = 1; \alpha = 0$ , т.е. толщина оболочки постоянная  $h = 0,1$  см;
- 2 –  $\alpha_1 = 2; \alpha = 1$ . Толщина оболочки изменяется от  $h = 0,3$  см, ( $\theta = 0$ ) до  $h = 0,1$  см, ( $\theta = \pi$ );
- 3 –  $\alpha_1 = 3; \alpha = 2$ . Толщина оболочки изменяется от  $h = 0,5$  см, ( $\theta = 0$ ) до  $h = 0,1$  см, ( $\theta = \pi$ ).

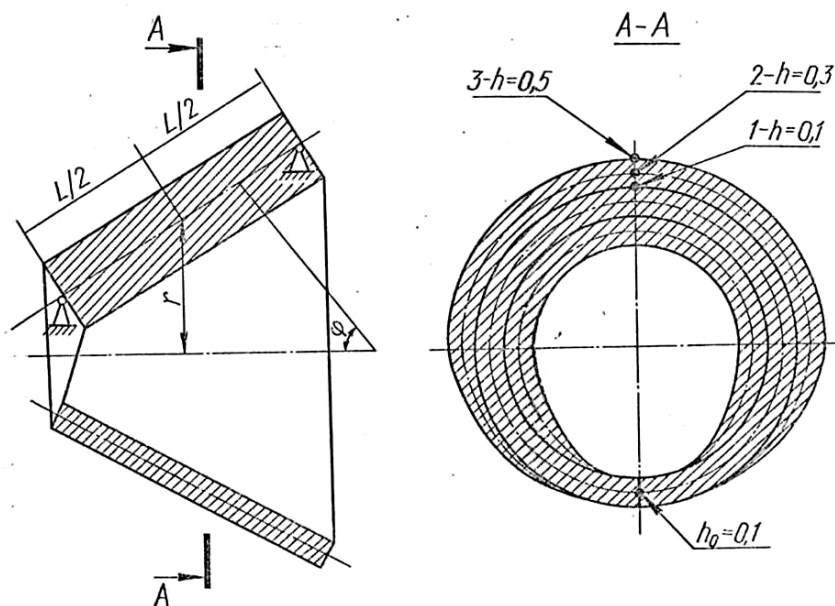
Оболочка выполнена из стали ЭИ-395. Расчет оболочки проводился при различных вариантах разбиения:

- 1 –  $K_s = 61, K_\theta = 19, (0 \leq \theta \leq \pi), K_z = 3$ ;
- 2 –  $K_s = 61, K_\theta = 37, (0 \leq \theta \leq \pi), K_z = 3$ ;
- 3 –  $K_s = 61, K_\theta = 19, (0 \leq \theta \leq \pi), K_z = 5$ ;
- 4 –  $K_s = 81, K_\theta = 19, (0 \leq \theta \leq \pi), K_z = 5$ ;
- 5 –  $K_s = 121, K_\theta = 19, (0 \leq \theta \leq \pi), K_z = 3$ ;

для изменения толщины оболочки в пределах (6). Решение искомых функций (2) представлялось первыми двумя, четырьмя и пятью гармониками по косинусам. Результаты вычислений по первому варианту разбиения показали, что для оболочки постоянной толщины в решении можно ограничиться первыми двумя гармониками, т.к. учет еще двух гармоник ведет к незначительному (до 2 %) уточнению напряжений и деформаций. Для оболочек с переменной толщиной, изменяющейся по второму и третьему вариантам (6), учет третьей гармоники приводит к увеличению напряжений до 12 % по сравнению с результатами, полученными при представлении искомых функций первыми двумя гармониками, учет четвертой гармоники изменяет напряжения на 7 % по сравнению с предыдущими результатами. А учет уже пятой гармоники незначительно влияет на окончательные результаты вычислений и отличается от них не более чем на 2 %. Результаты

---

вычислений, полученные по первому и третьему вариантам разбиения (7), отличаются между собой не более 1,5 %, а по первому и всеми остальными вариантами разбиения различаются не более 3,8 %. Поэтому в дальнейшем исследовании напряженно-деформированного состояния оболочек проводилось для первого варианта разбиения с представлением решения четырьмя первыми гармониками по косинусам.



**Рис. 1. Коническая оболочка переменной толщины в окружном направлении**

На рис. 2, 3 приведены вдоль окружной координаты  $\theta$  эпюры окружных напряжений для точек внутренней и наружной поверхностей оболочек соответственно, на рис. 4, 5 – эпюры меридиональных напряжений для точек внутренней и наружной поверхностей и на рис. 6 – эпюры касательных напряжений для точек наружной поверхности. Причем кривые 1, 2, 3 на этих рисунках соответствуют различным толщинам в указанных пределах (6). Эпюры построены для значения меридиональной координаты  $S$  0,33 см, находящейся в зоне максимальной пластичности, которая возникает вблизи заделки при  $S=0$  и распространяется приблизительно на одну четверть длины всей оболочки, а дальше оболочка деформируется упруго. Максимальные напряжения также возникают вблизи торца  $S=0$ , причем меридиональные и окружные напряжения являются сжимающими, а касательные составляют до 30% от максимальных значений меридиональных напряжений.

Из рис. 2, 3 видно, что изменение толщины оболочки в окружном направлении (5) приводит к уменьшению окружных напряжений для точек на внутренней поверхности в сечении  $\theta=0$  на 25%, а в сечении  $\theta=\pi$  на 15%, увеличению этих напряжений для точек наружной поверхности оболочки в сечении  $\theta=0$  в пять раз и уменьшению их в сечении  $\theta=\pi$  в два раза. Значения меридиональных напряжений изменяются незначительно; так для точек внутренней поверхности оболочки (рис. 4) при значении окружной координаты  $\theta=\pi$ , они увеличиваются но более чем на 9 %, также и для точек наружной поверхности (рис. 5) при  $\theta=0$  и только для точек наружной поверхности при  $\theta=\pi$  они уменьшаются на 25 %. При этом касательные напряжения для точек наружной поверхности (рис. 6) при значении окружной координаты  $\theta=\pi/2$  увеличиваются не более, чем на 7 %, а для точек внутренней поверхности незначительно уменьшаются. Следовательно, можно сделать вывод, что изменение толщины оболочки в указанных пределах (6) приводит к значительно-

му изменению окружных напряжений: уменьшению их для точек внутренней поверхности и увеличению – для точек наружной. Для уменьшения меридиональных и касательных

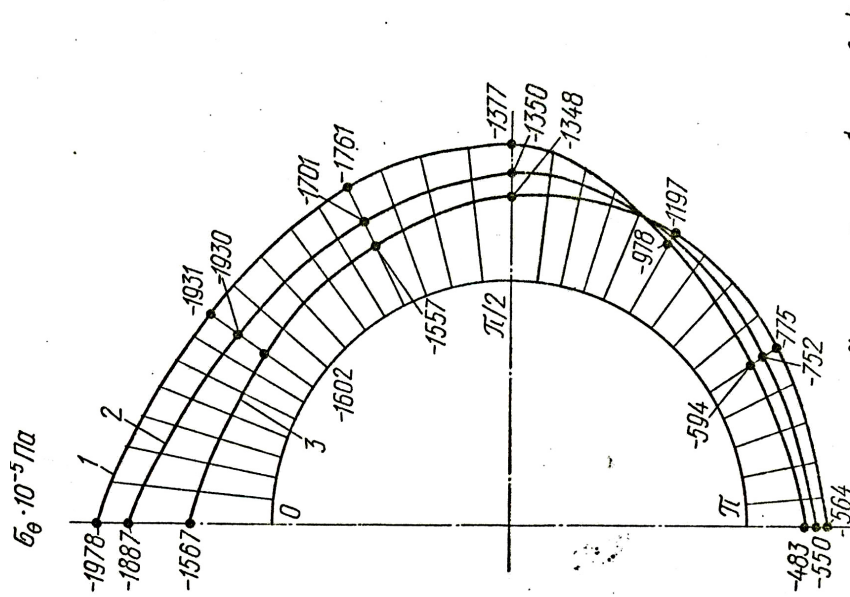


Рис. 2. Эпюры напряжений  $\sigma_\theta$  вдоль  $\theta$  при  $S=0,33$  см,  $\xi = h/2$ .

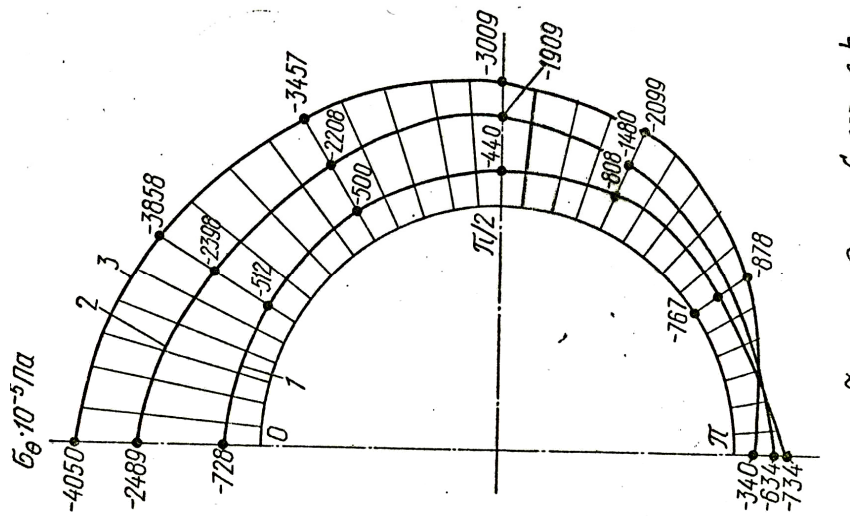


Рис. 3. Эпюры напряжений  $\sigma_\theta$  вдоль  $\theta$  при  $S=0,33$  см,  $\xi = -h/2$ .

Напряжений при заданной нагрузке (4) необходимо принимать другой закон распределения толщины вдоль окружной координаты.

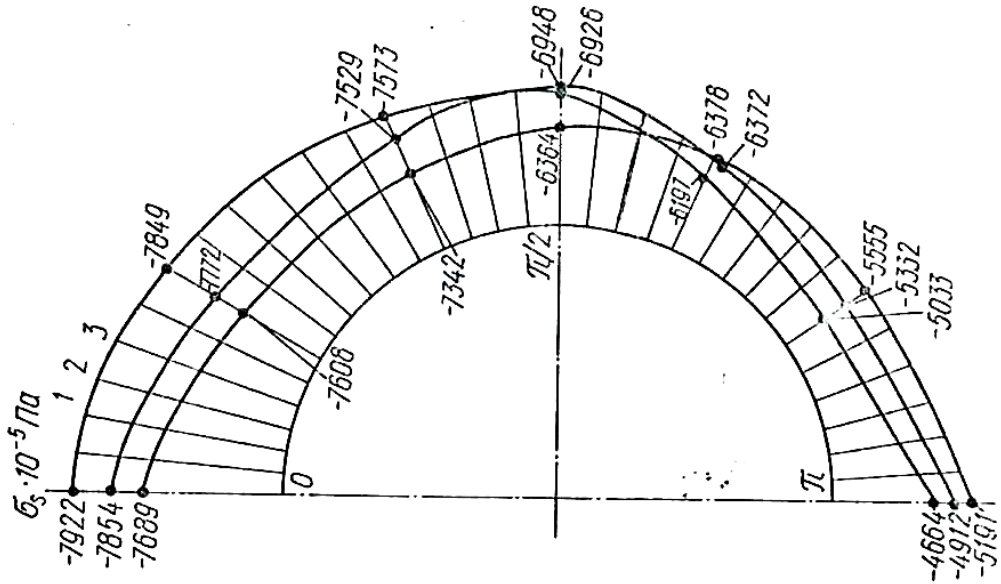


Рис. 5. Эпюры напряжений  $\sigma_s$  вдоль  $\theta$  при  $S=0,33$  см,  $\xi = -h/2$ .

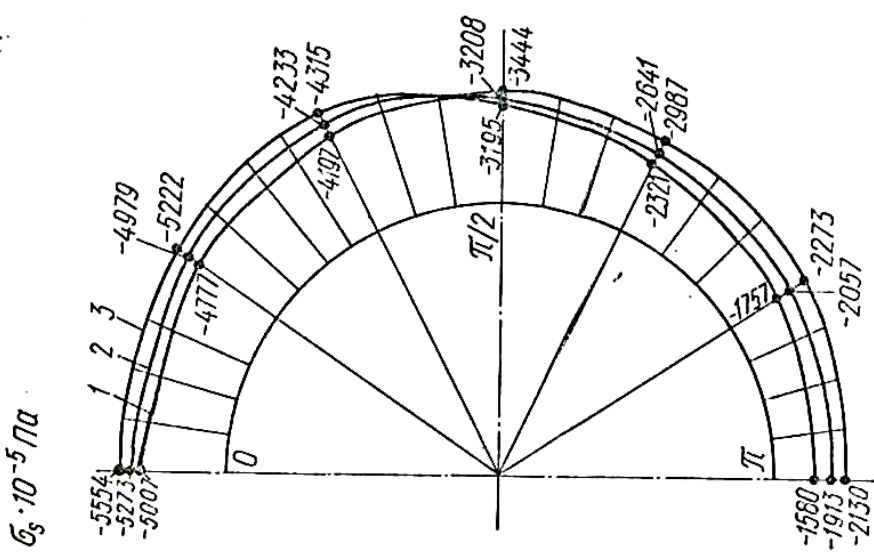


Рис. 4. Эпюры напряжений  $\sigma_s$  вдоль  $\theta$  при  $S=0,33$  см,  $\xi = h/2$ .

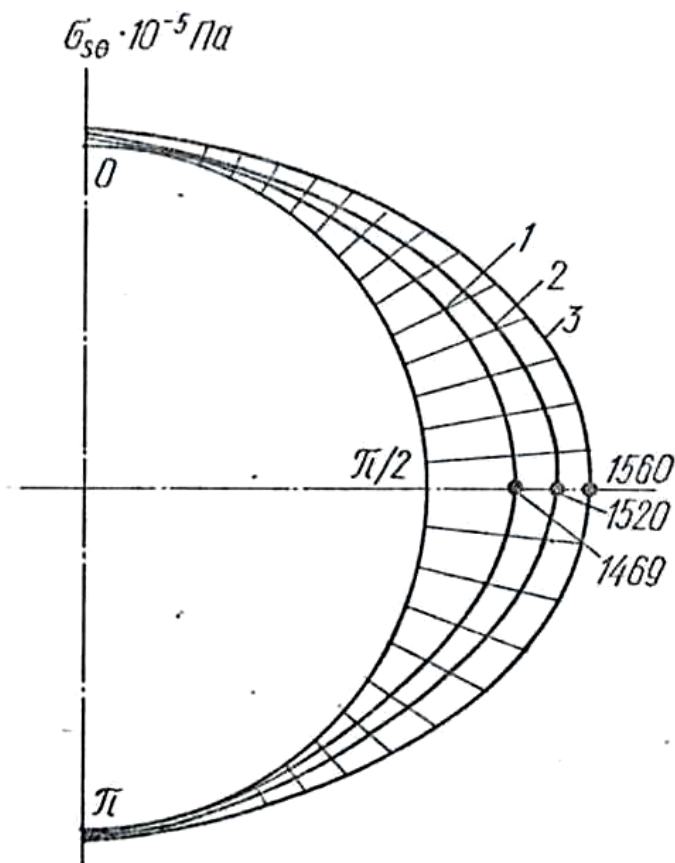


Рис. 6. Эпюры напряжений  $\sigma_{s\theta}$  вдоль  $\theta$  при  $S=0,33$  см,  $\xi= h/2$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Белевцова Н.Л. Термоупруго-пластическое напряженное состояние оболочек вращения при неосесимметричной нагрузке с учетом истории нагружения // Прикл. механика. – 1982. – 18. – № 7. – С. 117-120.
2. Белевцова Н.Л. Исследование влияния истории нагружения на напряженное состояние оболочек вращения переменной жесткости в двух направлениях // Прикл. механика. – 1986. – 22. – № 4. – С. 109-112.
3. Биргер И.И. Некоторые общие методы решения задач теории пластичности // Прикл. математика и механика. – 1951. – 15. – № 6. – С. 765-770.
4. Годунов С.К. О численном решении задач // Успехи мат. наук. – 1961. – 16. – № 3. – С. 171-174.
5. Ильющин А. А. Пластичность. – М.: Гостехиздат. – 1948. – 376 с.
6. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. – Л.: Судпромгиз, 1962. – 432 с.
7. Шевченко Ю.Н. Прохоренко И.В. Теория упруго-пластических оболочек при неизотермических процессах нагружения. – К.: Наук. думка, 1981. – 296 с. – (Методы расчета оболочек: В 5-и т.; т.3).