

В. П. Велінець

(асистент кафедри «Залізнична колія та колійне господарство»,
Державний економіко-технологічний університет транспорту)

АНАЛІЗ РОБІТ ПО ДОСЛІДЖЕННЮ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ВИГИНУ І КРУЧЕННЯ РЕЙКОВОЇ НИТКИ

Розрахунок залізничної колії на міцність є одним із складних розділів загальної проблеми дослідження взаємодії колії і рухомого складу. У статті аналізується робота рейкової нитки на горизонтальний вигин і кручення. Вигин рейки у горизонтальній площині і кручення рейки є найскладнішими видами деформації рейкової нитки, розрахунки яких мають велику складність. У більшості існуючих досліджень ці види деформацій розглядалися окремо від вертикального вигину рейки. У деяких із них горизонтальний вигин і кручення представлені як деформації спільного походження, в інших – окремого. Вивчення горизонтального вигину і кручення рейкової нитки необхідні для вирішення великої кількості завдань, пов'язаних із забезпеченням безпеки руху поїздів в кривих ділянках колії; для розробки методів розрахунку рейок на міцність, що в свою чергу дозволить встановлювати допустимі швидкості руху в кривих; для створення загальної теорії проектування залізничної колії.

Ключові слова: залізнична колія, рейка, бокові сили, горизонтальний вигин рейки, кручення рейки, момент інерції, жорсткість рейки.

Расчет железнодорожного пути на прочность является одним из сложных разделов общей проблемы исследования взаимодействия пути и подвижного состава. В статье анализируется работа рельсовой нити на горизонтальный изгиб и кручение. Изгиб рельса в горизонтальной плоскости и кручение рельсы являются наиболее сложными видами деформации рельсовой нити, расчеты которых имеют большую сложность. В большинстве существующих исследований эти виды деформаций рассматривались отдельно от вертикального изгиба рельса. В некоторых из них горизонтальный изгиб и кручение представлены как деформации общего происхождения, в других – частному. Изучение горизонтального изгиба и кручение рельсовой нити необходимы для решения большого количества задач, связанных с обеспечением безопасности движения поездов в кривых участках пути; для разработки методов расчета рельсов на прочность, что в свою очередь позволит устанавливать допустимые скорости движения в кривых; для создания общей теории проектирования железнодорожного пути.

Ключевые слова: железнодорожный путь, рельс, боковые силы, горизонтальный изгиб рельса, кручение рельса, момент инерции, жесткость рельса.

© Велінець В. П., 2014

Постановка проблеми. Аналіз наукових праць, які виконані вченими в області досліджень роботи рейкової нитки при дії вертикальної і горизонтальної сили, свідчить про те, що в основному дослідження були направлені на вивчення роботи колії під дією лише вертикальних сил. Мало авторів до 50-х років ХХ ст. розглядали проблему впливу на колію поперечних горизонтальних сил, які в подальшому будуть називатися боковими силами, через надзвичайну складність і відсутність експериментальних даних. Відповідно не розглядався і вигин рейки у горизонтальній площині, що в подальшому називатиметься горизонтальним вигином, і кручення рейки. Ці види деформації є найскладнішими видами деформації рейкової нитки, розрахунки яких дуже складні.

Аналіз досліджень і публікацій. Найвідоміший в спеціальній літературі метод розрахунку рейки при спільному розгляді горизонтального вигину і кручення належить С. П. Тимошенко [1]. Його метод розрахунку викладено у працях [4] і [5]. Практичне застосування цього методу виконано С. А. Стьопкіним [2] і Д. Г. Головановим [3].

Дослідження і розв’язання, що засновані на окремому розгляді горизонтального вигину і кручення рейки, виконані Н. Л. Корольовим і М. І. Кулагіним [6], В. І. Ангелейко [7], К. П. Корольовим [8] і Н. К. Снітко [9].

У свій час Д. Г. Голованов опублікував кілька важливих статей з теорії горизонтального вигину та кручення рейки. В них на багатьох прикладах пояснюється вплив модулів пружності на величину і характер зміни по довжині рейки крутного моменту, прогину рейки, кута закручування й ін.

Також варто відзначити роботу М. В. Алексєєва [10], в якій була вперше отримана емпірична залежність між боковими силами і напруженнями в кромках підшви рейки.

Мета статті – проаналізувати дослідження горизонтального вигину і кручення рейкової нитки у роботах вітчизняних науковців. За основу для аналізу були взяті теорії розрахунків проф. С. П. Тимошенко [1] і С. А. Стьопкіна [2].

Виклад основного матеріалу дослідження

1. Дослідження проф. С. П. Тимошенко з проблеми роботи рейкової нитки при горизонтальному вигині і крученні

Якщо розглядати рейкову нитку як балку, що лежить на суцільній пружній основі при дії на неї бокової сили H (рис. 1), то диференційні рівняння вигину і кручення можна подати системою (1):

$$\left. \begin{aligned} EI_y \frac{d^4 z}{dx^4} + U_z (z - h_2 \varphi) &= 0 \\ -C \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + Dh_0^2 \frac{d^4 \varphi}{dx^4} - U_z (z - h_2 \varphi) h_2 + U_\varphi \varphi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

де E – модуль пружності рейкової сталі;

I_y – момент інерції рейки відносно вертикальної осі;

U_z – модуль пружності рейкової основи стосовно горизонтального вигину рейки;

U_φ – модуль пружності рейкової основи відносно кручення рейки;

z – поперечні переміщення центру вигину рейки;

φ – кут закручування рейки;

C – жорсткість рейки під час її кручення, що визначається за формулою:

$$C = \frac{\omega^4 G}{4\pi^2 I_p} \quad (2)$$

де ω – площа поперечного перерізу рейки;

G – модуль пружності при зсуві;

I_p – полярний момент інерції;

x – вісь абсцис, суміщена з центром вигину (кручення) рейкової нитки;

D – приведена жорсткість головки і підшви на вигин, що визначається за

формулою:

$$D = E \frac{I_1 \cdot I_2}{I_1 + I_2} \quad (2,$$

а)

де I_1 і I_2 – моменти інерції відповідно головки і підшви відносно вертикальної осі;

h_2 , h_Q – плечі сил відносно центру кручення (див. рис.).

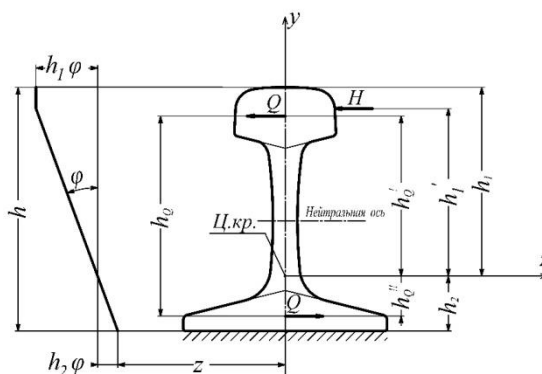


Рис. Схема дії бокової сили на рейку при розгляді рейки як балки на суцільній пружній основі

Бокова сила H викликає поперечне переміщення z (боковий прогин) рейки, а момент кручення Hh_1' закручування рейки на кут φ .

Складаючи рівняння (1), С. П. Тимошенко виходив з припущення, що повний момент кручення можна розкласти на два, перший з яких викликає лише кручення рейки, другий – вигин головки і підшви рейки.

Поперечна сила Q , що виникає при вигині головки і підшви рейки, дорівнює:

$$Q = EI_1 \frac{d^3 z^{(z)}}{dx^3} = EI_2 \frac{d^3 z^{(n)}}{dx^3}$$

В цих формулах $z^{(z)}$ і $z^{(n)}$ – переміщення головки і підшви рейки визначаються за такими формулами:

$$z^{(z)} = h_0' \varphi; \quad z^{(n)} = h_0'' \varphi$$

Припускаючи, що момент інерції шийки рейки можна не враховувати, величини h'_Q і h''_Q можуть бути визначені з виразів:

$$h'_Q = h_Q \frac{I_1}{I_1 + I_2} \quad (3)$$

$$h''_Q = h_Q \frac{I_2}{I_1 + I_2} \quad (4)$$

Послідовним диференціюванням і підстановкою систему (1) можна розділити на два рівняння, у кожному з яких залишиться лише по одній невідомій величині.

Перше рівняння – для визначення горизонтального вигину і має вигляд:

$$EI_y Dh_Q^2 \frac{d^8 z}{dx^8} - CEI_y \frac{d^6 z}{dx^6} + (EI_y U_\varphi + EI_y U_z h_2^2 + Dh_Q^2 U_z) \frac{d^4 z}{dx^4} - U_z C \frac{d^2 z}{dx^2} + U_z U_\varphi z = 0 \quad (5)$$

Друге рівняння – визначає кут закручування, має вигляд:

$$EI_y Dh_Q^2 \frac{d^8 \varphi}{dx^8} - CEI_y \frac{d^6 \varphi}{dx^6} + (EI_y U_\varphi + EI_y U_z h_2^2 + Dh_Q^2 U_z) \frac{d^4 \varphi}{dx^4} - U_z C \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + U_z U_\varphi \varphi = 0$$

(6)

Порівнюючи дані, отримані розрахунковим і дослідним шляхом, С. П. Тимошенко прийшов до висновку, що при дослідженні горизонтального вигину рейкової нитки цілком можна розглядати її як балку, що лежить на суцільній пружній основі.

До недоліків розв'язку С. П. Тимошенко належить громіздкість алгебраїчних викладок (знаходження коренів рівняння 8-ї степені) і відсутність врахування сил тертя між рейкою і підрейковою основою.

2. Горизонтальний вигин і кручення рейки в дослідженнях С. А. Стьопкіна

С. А. Стьопкін [2], використовуючи виведені проф. С. П. Тимошенко рівняння, визначив величину напружень, що виникають в рейках при горизонтальному вигині і крученні за умови різного прикладання навантаження до рейки.

Кручення рейки у випадку завантаження лише парою кручення також буде стисненим, тобто буде супроводжуватись вигином головки і підшви рейки. Тому момент кручення може бути поданий як:

$$M_\kappa = M_1 + M_2$$

де M_1 – частина моменту M_κ , що витрачається на чисте кручення і визначається за формулою:

$$\dot{\lambda}_1 = -\tilde{N} \frac{d\varphi}{dx} \quad (7)$$

M_2 – частина моменту M_κ , що витрачається на вигин головки і підшви, що дорівнює моменту пари сил перерізу Q , тобто:

$$M_2 = Qh_Q$$

Оскільки сила перерізу в головці

$$Q^{(e)} = EI_1 \frac{d^3 z}{dx^3} = EI_1 h'_Q \frac{d^3 \varphi}{dx^3}$$

дорівнює силі перерізу в підшві

$$Q^{(n)} = EI_1 \frac{d^3 z}{dx^3} = EI_2 h_Q' \frac{d^3 \varphi}{dx^3},$$

то, використовуючи вирази (2), (3) і (4), отримано

$$M_2 = Dh_Q^2 \frac{d^3 \varphi}{dx^3},$$

а повний момент кручення

$$M_\kappa = -C \frac{d\varphi}{dx} + Dh_Q^2 \frac{d^3 \varphi}{dx^3} \quad (8)$$

Для довгої рейки розв'язок рівняння (8) відносно кута зсуву $\Theta = \frac{d\varphi}{dx}$ матиме такий вигляд:

$$\Theta = \frac{d\varphi}{dx} = -\frac{M_\kappa}{C} (1 - e^{\gamma x}), \quad (9)$$

де

$$\gamma = \sqrt{\frac{C}{Dh_Q^2}} \quad (10)$$

Рівняння (9) дозволяє знайти величину $\frac{d\varphi}{dx}$, а отже і величини M_1 і M_2 .

Кручення рейки, з'єднаної з основою і завантаженої позацентрово прикладеною вертикальною силою, дає крутний момент:

$$M_\kappa = Pe,$$

де e – ексцентриситет прикладання вертикальної сили;

P – вертикальна сила.

Реактивний момент основи пропорційний куту закручування, тобто

$$m = U_\varphi \varphi \quad (10, a)$$

Диференціюючи вираз (8) і враховуючи (10a), отримано таке рівняння:

$$Dh_Q^2 \frac{d^4 \varphi}{dx^4} - C \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + U_\varphi \varphi = 0 \quad (11)$$

Кручення і горизонтальний вигин рейки, з'єднаної з основою і навантаженої боковою силою, досліджувались для рейок типу II, при цьому були прийняті значення модулів пружності $U_z = 1100 \text{ кз/см}^2$ і $U_\varphi = 277000 \text{ кз/рад}$.

Розрахунки показали, що нормальні напруження, що виникають при горизонтальному вигині і крученні, досягають найбільшого значення в місці прикладання сили і по мірі віддалення від нього швидко зменшуються.

Дотичні напруження в місці прикладання сили рівні нулю і досягають найбільшого значення в тих перерізах, де близькі до нуля нормальні напруження. Отже при розрахунку максимальних напружень можна не враховувати дотичні напруження.

Додаткові напруження вигину в рейці створюються головним чином моментом бокової сили. Момент позацентрово прикладеної вертикальної сили малий, оскільки мале плече сили (ексцентриситет e), і напруження, що викликані цим моментом, складають 15 – 20% від повних напружень.

Дослідження, проведене С. А. Стьопкіним, вперше дозволило оцінити вплив бокових сил на міцність колії і відповісти на багато практичних запитань. Однак те, що всі розрахунки, які були виконані ним за даними досліджень, проведених у США, що не відповідають умовам роботи наших залізниць, знижує цінність цієї праці.

Висновки. При визначенні горизонтального вигину і кручення рейки в останні роки прийнято розглядати рейкову нитку за двома розрахунковими схемами: за першою схемою – як балку, що лежить на суцільній пружній основі, за другою – як балку, що лежить на окремих пружних опорах.

У дослідженнях, проведених за першою схемою, не було дослідних даних про розрахункові характеристики U_z та U_ϕ (K_1 і K_2), отриманих для наших залізниць.

За другою схемою дослідні дані про розрахункові характеристики A і B були отримані, але не мали настільки великий діапазон коливань, що прийняти їх як розрахункові характеристики було неможливо. Дані дослідів авторів [2, 3, 6, 7, 8, 9, 10] дозволили отримати достатньо повний матеріал про величини розрахункових коефіцієнтів U_z та U_ϕ , для того, щоб можна було приступати до розробки теорії і практичних прийомів розрахунку рейки на дію поперечних горизонтальних сил.

Складність математичного апарату, використовуваного в обох розрахункових схемах, залежить в основному від способу розгляду деформацій рейкової нитки. Так, наприклад, спільний розгляд горизонтального вигину і кручення в обох схемах призводить до диференційного рівняння восьмого порядку. При окремому розгляді задача значно спрощується, але водночас погіршується точність в розв'язках, а саме – знижується.

Проф. О. П. Єршков у працях [11, 12] виконав теоретичні розробки для визначення горизонтального вигину і кручення рейки, взявши за основу теорію розрахунків проф. С. П. Тимошенко [1].

Під час розв'язку цієї задачі проф. О. П. Єршковим рейкова нитка розглядалась як балка, що лежить на суцільній пружній основі, що здатна створювати опір переміщенню балки не тільки у вертикальному напрямку, а і у поперечному і поздовжньому горизонтальних напрямках.

Хід думок проф. О. П. Єршкова пояснюється тим, що розрахункові коефіцієнти U_z та U_ϕ є більш загальними та відображають більшу кількість факторів, що характеризують горизонтальний вигин і кручення рейкової нитки, ніж розрахункові характеристики A і B .

Проф. О. П. Єршковим було запропоновано метод так званого напівроздільного розв'язання задачі горизонтального вигину і кручення рейкової нитки і розроблено практичну інструкцію для його використання.

ЛІТЕРАТУРА

1. Тимошенко С. П. Метод исследований статистических и динамических напряжений в рельсе. В кн. Статистические и динамические проблемы теории упругости. – К.: «Наукова думка», 1975, с. 209 – 220. Перевод с англ. «Method of analysis of Statical and Dinamical stresses in rail. Proccesings of the 2nd International congress for applied Mechanics», Zurich, 1926.

2. *Степкин С. А.* О местных напряжениях в рельсах при кручении. //Сборник трудов ЛИИЖТ. – вып. 127. – М.: Трансжелдориздат, 1937.
3. *Голованов Д. Г.* Работа рельсов в кривых. : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. – Библиотека ЛИИЖТ, 1941.
4. *Шахунянц Г. М.* Устройство железнодорожного пути: учебник для вузов / Г. М. Шахунянц. – 2-е изд., перераб. – М.: Трансжелдориздат, 1944. – 484 с.
5. *Годыцкий-Цвирко А. М.* Взаимодействие пути и подвижного состава железных дорог. ОГИЗ. – М.: Гострансиздат, 1931.
6. *Королев Н. Л., Кулагин М. И.* Горизонтальный изгиб и кручение рельса под действием горизонтальной поперечной силы. // Рукопись. Архив путеиспытательной лаборатории ЦНИИ, 1938.
7. *Ангелейко В. И.* О предпосылках для разработки наставления по расчету верхнего строения пути. // «Техника железных дорог». – 1949. – №6.
8. *Королев К. П.* Вписывание паровозов в кривые участки пути. // Труды ЦНИИ. – вып. 37. – М.: Трансжелдориздат, 1950.
9. *Снитко Н. К.* Расчет рельса на горизонтальные силы с учетом скручивания методом начальных параметров. // Информационный бюллетень Военно-транспортной академии. – 1950. – №25.
10. *Алексеев М. В.* Опыт исследования воздействий на путь паровозов типа Дека под. диссертация. // Архив ЦНИИ, 1947.
11. *Ериков О. П.* Характеристики пространственной упругости рельсовой нити. // Труды ВНИИЖТ. – вып. 192. – 1960. – С. 59 – 101.
12. *Ериков О. П.* Расчет рельса на действие боковых сил в кривых. //Труды ВНИИЖТ. – вып. 192. – 1960. – С. 5 – 59.

Vitalii P. Velinets

(Assistant of Railroad Track and Track Sector Chair, State University for Transport Economy and Technologies)

ANALYSIS OF WORKS IN RESEARCH HORIZONTAL BEND AND TORSION RAIL THREAD

Calculation of railway track on the strength of one of the sections of the general problem of complex study of the interaction track and rolling stock. The article analyzes the work of rail thread on horizontal bending and torsion. Bending rails horizontally and torsion rack is the most difficult types of rail thread deformation calculations which are of great complexity. Most existing research these types of deformations considered separately from the vertical bending rails. Some of these horizontal bending and torsional deformations are as common origin, others – individual. Study horizontal bending and torsion rail thread needed to solve a large number of tasks related to the safety of trains in curved sections track; to develop methods for calculating the strength of rails, which in turn will set the permissible speed of the curves; a general theory for the design of railway track.

Keywords: railway, rail, side force, horizontal bending rails, twisting rails, the moment of inertia, stiffness of the rail.

REFERENCES

1. *Timoshenko S. P.* Metod issledovaniy statisticheskikh i dinamicheskikh napryazhenij v relse [Method research of statistical and dynamic stresses in the rail]. V kn. Statisticheskie i dinamicheskie problemy teorii uprugosti. – Kiev: «Naukova dumka», 1975. – P. 209 – 220. Perevod s angl. «Method

ТЕХНІКА І ТЕХНОЛОГІЇ

of analysis of Statical and Dinamical stresses in rail. Procesesings of the 2nd International congress for applied Mechanics», Zurich, 1926.

2. *Stepkin S. A.* O mestnykh napryazheniyakh v relsax pri kruchenii [On the local stresses in rails torsional]. // Sbornik trudov LIIZHT. – vyp 127. – M.: Transzheldorizdat, 1937.

3. *Golovanov D. G.* Rabota relsov v krivykh [Work rails in curves]: Dissertaciya na soiskanie uchenoy stepeni kandidata tekhnicheskikh nauk. // Biblioteka LIIZHT, 1941.

4. *Shakhunyants G. M.* Ustroystvo zheleznodorozhnogo puti [The device of railway track]: uchebnik dlya vuzov / G. M. Shaxunyanc. – 2-e izd, pererab. – M.: Transzheldorizdat, 1944. – 484 p.

5. *Godyckiy-Tsvirko A. M.* Vzaimodejstvie puti i podvizhnogo sostava zheleznykh dorog [Interaction of track and rolling stock of railways]. OGIZ. – M.: Gostransizdat, 1931.

6. *Korolev N. L., Kulagin M. I.* Gorizontálny izgib i kruchenie relsa pod deystviem gorizontальной poperechnoy sily [Horizontal bending and twisting of the rail under the influence of the horizontal shear force]. // Rukopis. Arkhiv puteispytatelnoy laboratorii CNII, 1938.

7. *Angeleyko V. I.* O predposylkakh dlya razrabotki nastavleniya po raschetu verkhnego stroeniya puti [About the prerequisites for the development of guidance on the calculation of the permanent way]. // Tekhnika zheleznykh dorog». – 1949. – №6.

8. *Korolev K. P.* Vpisyvanie parovozov v krivye uchastki puti [Writing locomotives in curves track sections]. // Trudy' CNII. – vyp. 37. – M.: Transzheldorizdat, 1950.

9. *Snitko N. K.* Raschet relsa na gorizontálne sily s uchetom skruchivaniya metodom nachalnykh parametrov [Calculation of horizontal forces on the rail with the twist method of initial parameters]. // Informacionnyy byulleten Voenno-transportnoy akademii. – 1950. – №25.

10. *Alekseev M. V.* Opyt issledovaniya vozdeystviya na put parovozov tipa Dekapod [Research experience influences the way of steam locomotives type Decapod]: Dissertaciya. // Arkhiv CNII, 1947,

11. *Ershkov O. P.* Xarakteristiki prostranstvennoy uprugosti relsovoj niti [Spatial characteristics of elastic rail thread]. // Trudy VNIIZHT. – vyp. 192. – 1960 – P. 59 – 101.

12. *Ershkov O. P.* Raschet relsa na deystvie bokovykh sil v krivykh [Calculation of the rail to the effect of lateral forces in curves]. // Trudy VNIIZHT. – vyp. 192. – 1960. – P. 5 – 59.