УДК 622.257.258.001.25

***В.И. Чепурной**, зав. лаборатории, **С.И. Ляш**, старший научный сотрудник,*
***З.С. Добровольская,** научный сотрудник,*
***С.И. Корнияшик**, младший научный стотрудник,*
*Научно-исследовательский горнорудный институт ГВУЗ «КНУ»*

# ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТОТЫ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ФУНДАМЕНТА КОНУСНОЙ ДРОБИЛКИ ККД-1500/180

*На основе положений теоретической механики о движении динамической системы предложен и обоснован метод определения частоты собственных колебаний фундамента конусной дробилки ККД-1500/180.*

*Ключевые слова: конусная дробилка, фундамент конусной дробилки, движение динамической системы, гармонические колебания, амплитуда колебаний.*

*На основі положень теоретичної механіки про рух динамічної системи запропонований і обґрунтований метод визначення частоти власних коливань фундаменту конусної дробарки ККД-1500/180.*

*Ключові слова: конусна дробарка, фундамент конусної дробарки, рух динамічної системи, гармонійні коливань, амплітуда коливань.*

*On the basis of the provisions of the theoretical mechanics of the motion of a dynamical system is proposed and justified method for determining the natural frequency of the foundation of cone crusher CCC-1500/180.*

*Keywords: cone crusher, foundation of cone crusher, motion of a dynamical system, harmonic oscillation, oscillation amplitude.*

**Актуальность работы**. Конусные дробилки типа ККД 1500/180 предназначены для первичного крупного дробления горных пород в комплексах циклично-поточной технологии при разработке месторождений магнетитовых руд открытым способом [1].

Производительность дробилки составляет 2500 т/час. Масса дробилки равна 1200 т.

Опыт эксплуатации в Кривбассе дробилок ККД 1500/180 за значительный период (свыше 40 лет) показывает, что все узлы дробилок, включая и фундаменты, подвергаются «старению» с потерей проектных параметров и работоспособности, а это обуславливает возможность возникновения аварийных ситуаций [2]. Работоспособность и безаварийность дробилки ККД 1500/180 во многом зависит от собственных колебаний фундамента дробилки.

Названия собственные связано с тем, что формы этих колебаний и соответствующие им частоты определяются собственными характеристиками фундамента (значением распределения масс, жесткостей, видом динамических прогибов).

**Изложение основного материала и результаты**. Собственные колебания фундамента зависят от конструктивных характеристик объекта, начальных условий (смещений, скоростей, ускорений), которые соответствуют моменту снятия с системы внешнего воздействия. Поскольку начальные условия могут быть различными, то собственные колебания одного и того же объекта могут быть различными с изменяющимися во времени конфигурациями эпюр динамических прогибов [3,4].

Объектом исследования является динамическая система, представляющая собой расчетную схему сооружения, в состав которой входят ее массы. Число независимых параметров, характеризующих перемещение масс системы, называют числом ее степеней свободы. Таким образом, степень свободы динамической системы – это число независимых кинематических параметров, полностью характеризующих состояние системы [5, 6].

В теории колебаний важное место занимают гармонические колебания, протекающие по закону

$$u = a \cdot \sin(\varpi t = \phi) \ , \qquad (1)$$

где $a$ – амплитуда колебаний,

$\varpi$ – круговая частота. Круговая частота – это число колебаний за 2π секунд. Она связана с периодом $T$ зависимостью

$$T = 2\pi\varpi \, . \qquad (2)$$

Интерес представляет также так называемая техническая частота колебаний, т.е. число $n_j$ колебаний в минуту. Так как

$$T = 60 / n_0 \text{, то } \varpi = \pi n_0 30 \, . \qquad (3)$$

Величину $\varphi$, входящую в формулу (1) именуют начальной фазой колебаний, через $t$ обозначается время.

Поскольку

$$\sin(\varpi t + \phi) = \sin \varpi t \cdot \cos \phi + \cos \varpi t \cdot \sin \phi \, , \qquad (4)$$

то, введя новые константы $A=a \ \cos\phi$, $B = a \sin\phi$, можно записать гармонические колебания иначе:

$$u = A \sin \varpi t + B \cos \varpi t \, . \qquad (5)$$

Из теоретической механики известно, что уравнения движения системы можно получить различными способами, в том числе и при помощи принципа Д'Аламбера. Согласно этому принципу, к системе добавляются силы инерции, после чего уравнения движения динамической системы записываются как условия равновесия. Если же система совершает линейные колебания, то можно пользоваться и принципом наложения, т.е. находить усилия и перемещения от различных динамических и статических воздействий по отдельности, а затем суммировать результаты.

Пусть на невесомой конструкции сосредоточена точечная масса $m_1$, движение которой определяется перемещением $u_{1(t)}$. Кроме того, имеется заданная сила $P(t)$, возбуждающая колебания. Предполагается, что ни сопротивление среды, ни трение в соединениях, ни так называемое внутреннее трение (т.е. рассеивание механической энергии из-за необратимой деформации материала) не оказывают существенного влияния на колебательный процесс. Требуется описать движение данной системы. Решение задачи начинается с того, что по направлению движения массы прикладывается сила инерции $P_1$ (принцип Д'Аламдера), равная произведению массы $m_1$ на ускорение $u_1$, взятому с обратным знаком: $P_1 = -m_1\, u_1$ Затем используется принцип наложения, который позволяет представить искомое перемещение в виде:

$$u_1 = u_{11} P_1 + u_{10} P(t)\,. \tag{6}$$

Обозначения для единичных перемещений $u_{11}$ и $u_{10}$ обычные.

Полученное уравнение после постановки в него силы $P_1$ записывается следующим образом:

$$u_{11} + \varpi_2 u_1 = \varpi_2 u_{10} P(t)\,, \tag{7}$$

где

$$\varpi_2 = m_1 u_{11}\,. \tag{8}$$

Линейное дифференциальное уравнение (6) должно интегрироваться с учетом двух начальных условий. Если воздушная сила $P(t)$ отсутствует, то система совершает свободные (собственные) колебания. Чтобы возбудить их, надо вывести систему из состояния покоя, а затем предоставить ее самой себе. В этом случае уравнение (6) становится однородным:

$$u_{11} + \varpi_2 u_1 = 0\,, \tag{9}$$

а его решением являются гармонические колебания

$$u_1 = A \sin \varpi t + B \cos \varpi t\,. \tag{10}$$

Следовательно, величина (8) представляет собой квадрат круговой частоты собственных колебаний системы с одной степенью свободы. Постоянные $A$ и $B$, определяющие форму колебаний (9), находят по начальным условиям задачи. Систему можно вывести из равновесия, если отвести массу $m_1$ на расстояние $u_0$, а затем плавно отпустить, либо сообщить неподвижной массе импульс, т.е. задать начальную скорость $v_0$. Задание начальных условий и состоит в указании величин $u_0$ и $v_0$ в некоторый начальный момент времени $t_0$:

$$A \sin \varpi t_0 + B \cos \varpi t_0 = u_0\,, \tag{11}$$

$$\varpi A \cos \varpi t_0 - \varpi B \sin \varpi t_0 = v_0\,. \tag{12}$$

Отсюда следует

$$A = u_0 \sin \varpi t_0 + v_0 \varpi \cos \varpi t_0 \ , \tag{13}$$

$$B = u_0 \cos \varpi t_0 - v_0 \varpi \sin \varpi t_0 \ , \tag{14}$$

если же $t_0$ =0, то $$A - v_0 / \varpi \ , \ B = u_0 \ . \tag{15}$$

Теперь можно найти силу инерции:

$$P_1 = -m_1 u_1 = m_1 \varpi_2 (A \sin \varpi t + B \cos \varpi t). \tag{16}$$

Таким образом, сила $P_1$ меняется во времени по тому же закону, что и перемещение (9), т.е.

$$P_1 = m_1 \varpi_2 \cdot u_0 \ . \tag{17}$$

Интерес представляет амплитудное значение этой силы, определяемое в момент времени, когда $P_1 = u_1 = 0$:

$$A \cos \varpi t - B \sin \varpi t = 0 \, . \tag{18}$$

Значит, tg $\varpi t$ =$A/B$, а так как

$$\cos \varpi t = (1 + tg 2 \varpi t) - 1/2 \, , \tag{19}$$

$$\sin \varpi t = \cos \varpi t \cdot tg \varpi t \, , \tag{20}$$

значит $$\max |u_0| = A_2 + B_2 \ , \tag{21}$$

$$\max |P_1| = m_1 \varpi_2 (A_2 + B_2) \ . \tag{22}$$

С учетом зависимостей (8) следует:

$$\max |u_1| = |v_0 \varpi_{22} + u_{20}| \, , \tag{23}$$

$$\max |P_1| = m_1 \varpi_2 v_0 \varpi_{22} + u_{20} \ . \tag{24}$$

Для определения частот и форм собственных колебаний принимаем расчетную схему с сосредоточенными массами (рис. 1). В системе действует инерционные силы, которые направлены в сторону, противоположную ускорениям соответствующих масс.

Для определения коэффициентов матрицы жесткости используем метод перемещений (рис. 2). Предполагаем, что горизонтальное перемещение $u_1$ =1, причем $u_2$ = $u_3$ = $0$, и определяем коэффициенты первой колонны матрицы жесткости $k_{j1}$ .

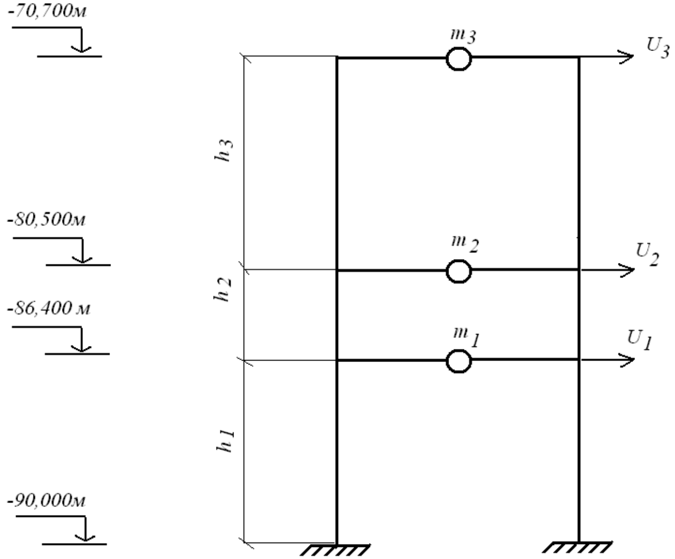


***Рис.1 Расчетная схема фундамента конусной дробилки ККД 1500/180***
***$m_3$=700 тонн; $m_2$=300 тонн; $m_1$=200 тонн; $h_1$=3,600м; $h_2$=3,900м; $h_3$=9,800м; $k_1$=230 000 кН/м; $k_2$=100 000 кН/м; $k_3$=150 000 кН/м***

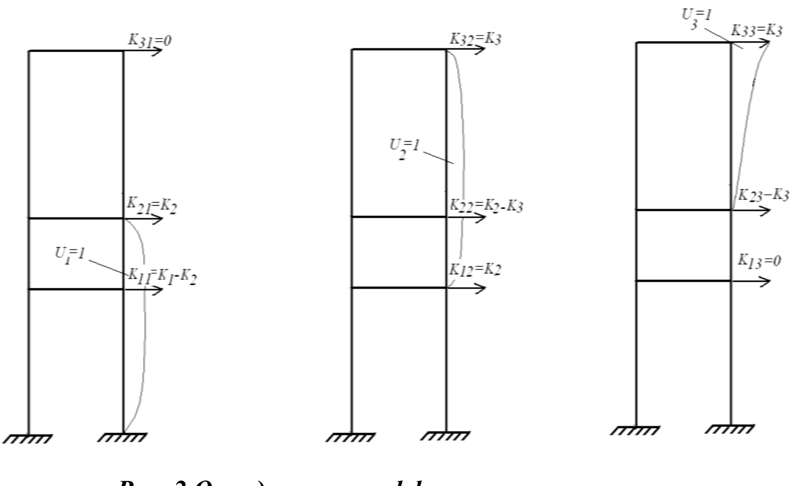


***Рис. 2 Определение коэффициентов жесткости***

Если горизонтальное перемещение $u_2$ =1, причем $u_1$ = $u_3$ = *0*, определяем коэффициенты второй колонны матрицы жесткости $k_{j2}$. Если горизонтальное перемещение $u_3$ =1, причем $u_1$ = $u_2$ = *0*, определяем коэффициенты второй колонны матрицы жесткости $k_{j3}$. Таким образом, получена матрица жесткости системы

$$[K] = \begin{vmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{vmatrix}, \qquad (25)$$

или

$$[K] = \begin{bmatrix} 230000 + 100000 & -100000 & 0 \\ -100000 & 100000 + 150000 & -150000 \\ 0 & -150000 & 150000 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 330000 & -100000 & 0 \\ -100000 & 250000 & -150000 \\ 0 & -150000 & 150000 \end{bmatrix}.$$

Для определения коэффициентов матрицы масс воспользуемся методом единичного ускорения (рис. 3). Предполагаем, что горизонтальное ускорение $\ddot{u}_1 = 1$, причем $\ddot{u}_2 = \ddot{u}_3 = 0$ и определяем коэффициенты первой колонки матрицы масс $m_{11} = 200$ тонн $m_{21} = m_{31} = 0$.

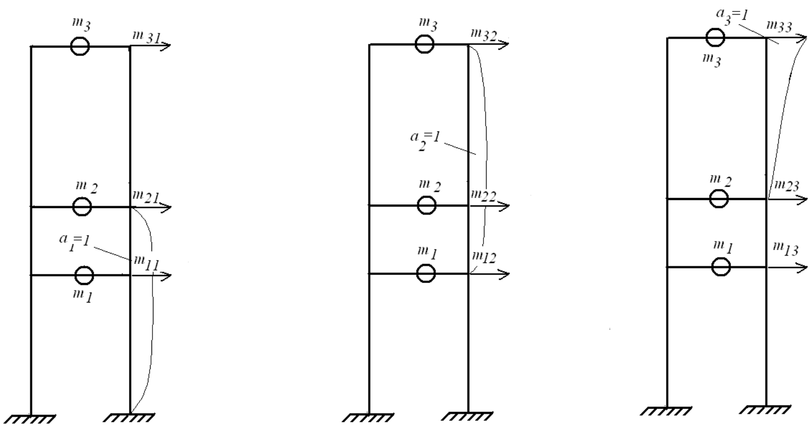


***Рис. 3. Определение коэффициентов масс***

При горизонтальном ускорении $\ddot{u}_2 = 1$, причем $\ddot{u}_1 = \ddot{u}_3 = 0$, определяем коэффициенты второй колонки матрицы масс $m_{22} = 300$ тонн $m_{12} = m_{32} = 0$.

При горизонтальном ускорении $\ddot{u}_3 = 1$, причем $\ddot{u}_1 = \ddot{u}_2 = 0$, определяем коэффициенты третьей колонки матрицы масс $m_{33} = 700$ тонн $m_{13} = m_{32} = 0$. Таким образом, получена матрица масс системы

$$[M] = \begin{vmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 200 & 0 & 0 \\ 0 & 300 & 0 \\ 0 & 0 & 700 \end{bmatrix}. \qquad (26)$$

Уравнение свободных колебаний трехстепенной каркасной системы без учета демпфирования имеет вид

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = 0, \qquad (27)$$

или

$$[M] = \begin{vmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{vmatrix} = \begin{Bmatrix} \ddot{U}_1 \\ \ddot{U}_2 \\ \ddot{U}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \qquad (28)$$

Очевидно, что уравнения (27) можно легко распространять на линейные системы с большим количеством степеней свободы. Можно принять, что колебания масс системы происходят по гармоническому закону

$$\{U\} = \{\emptyset\} e^{i\varpi t}, \qquad (29)$$

где $\{\emptyset\}$ - вектор собственных форм колебаний

$$\{\emptyset\} = \begin{Bmatrix} \emptyset_1 \\ \emptyset_2 \\ \vdots \\ \emptyset_i \\ \vdots \\ \emptyset_n \end{Bmatrix}. \qquad (30)$$

Подстановка уравнения (29) в уравнение (27) имеет вид

$$([K] - \varpi^2 [M])\{\emptyset\} = 0. \qquad (31)$$

Уравнение (31) имеет нетривиальное решение, $\{\emptyset\} \neq \{0\}$ если определитель, составленный из известных $\{\emptyset\}$ равнялся нулю, это приводит к уравнению *n*-ной относительно степени $\varpi^2$

$$\left| \, [K] - \varpi^2 [M] ) \, \right| = 0 . \qquad (32)$$

Уравнение (32) в общем случае получается при

$$\varpi_2^1 < \varpi_2^2 < \ldots < \varpi_r^2 < \ldots < \varpi_n^2 ,$$

$$\varpi_1 < \varpi_2 < \ldots < \varpi_r < \ldots < \varpi_n ,$$

$$T_1 > T_2 > \ldots > T_r > \ldots > T_n ,$$

$$T_n = \frac{2\pi}{\varpi_n} .$$

В нашем случае расчет частот производится с использованием программы MathCAD:

$$\varpi_1 = 25{,}7\, рад/с \qquad T_1 = 0{,}24$$

$$\varpi_2 = 27{,}5\, рад/с \qquad T_2 = 0{,}23 \; .$$

$$\varpi_3 = 10{,}2\, рад/с \qquad T_3 = 0{,}62$$

**Выводы**

1. Конусные дробилки типа ККД 1500/180 предназначены для первичного крупного дробления горных пород в комплексах циклично-поточной технологии при разработке месторождений магнетитовых руд открытым способом.

2. Опыт эксплуатации в Кривбассе дробилок ККД 1500/180 за длительный период (свыше 40 лет) показывает, что все узлы дробилок, включая и фундаменты, подвергаются «старению» с потерей проектных параметров и работоспособности, а это обуславливает возможность возникновения аварийных ситуаций.

3. Работоспособность и безаварийность эксплуатации дробилки ККД 1500/180 во многом зависит от собственных колебаний фундамента дробилки.

4. Собственные колебания – это форма колебаний и соответствующие им частоты, определяемые собственными характеристиками фундамента (значением распределения масс, жесткостей, видом динамических прогибов).

5. При определении частоты собственных колебаний фундамента конусной дробилки ККД 1500/180 объектом исследования является динамическая система, представляющая собой расчетную схему сооружения в состав которой входят ее массы.

6. Уравнение движения динамической системы основано на принципе Д'Аламбера. При линейных колебаниях системы рационально использовать принцип наложения, т.е. находить усилия и перемещения от различных динамических и статических воздействий по отдельности, а затем суммировать результаты.

*Список использованных источников*


1. ГОСТ 6937-91 Дробилки конусные. Общие технические требования.
2. СН и П 2.02.05-87 Фундаменты машин с динамическими нагрузками.
3. Мец Ю.С., Левицкий А.П. Исследования передаточных функций конусных дробилок крупного дробления. – Вісник КДПУ. Випуск 2/2008. – С.109-111.
4. Леднев В.В. Осадка и несущая способность основания рамных фундаментов. – Орел, Известия Орел ГТУ, 2008. – 94 с.
5. Бондаренко В.М., Бондаренко С.В. Инженерные методы нелинейной теории железобетона. – М., Стройиздат, 1982. – 287 с.
6. Никитин И.К. Уточнение статического расчета железобетонных рамных каркасов с учетом физической нелинейности на действие эксплуатационных нагрузок. В сб. Железобетонные конструкции промышленных зданий. – М., ЦНИИпромзданий, 1984.


Рукопись поступила 11.08.2015

УДК 622.258.004.58

***В.И.Чепурной****, зав. лабораторией,* ***С.И.Ляш****, старший научный сотрудник,*
***З.С. Добровольская****, научный сотрудник,*
***С.И. Корнияшик****, младший научный сотрудник,*
*Научно-исследовательский горнорудный институт ГВУЗ «КНУ»*

# ОСНОВНЫЕ АСПЕКТЫ МЕТОДИКИ ТЕХНИЧЕСКОГО ДИАГНОСТИРОВАНИЯ ДРОБИЛОК ККД-1500/180

*Приведены основные аспекты методики технического диагностирования дробилок ККД-1500/180.*

*Ключевые слова: дробилка, техническое диагностирование, неразрушающий контроль, срок эксплуатации.*

*Приведені основні аспекти методики технічного діагностування дробарок ККД-1500/180.*

*Ключові слова: дробарка, технічне діагностування, неруйнівний контроль, термін експлуатації.*