УДК 656.71.052:519.24

ОГОРОДНІЙЧУК М. Д., *головний науковий співробітник, доктор технічних наук, професор*
СОБЧУК О.М., *науковий співробітник*

ЗАВАДОСТІЙКА МОДИФІКАЦІЯ УЗАГАЛЬНЕНОГО МЕТОДУ І АЛГОРИТМУ ОБРОБКИ ДАНИХ ТРАЄКТОРНИХ ВИМІРЮВАНЬ

Розглядається модифікація узагальненого методу і алгоритму оптимальної обробки просторово–надмірних траєкторних даних, що дає можливість у значній мірі виявляти грубі вимірювання (викиди, збої) і нейтралізувати їх вплив на результати обробки

Вступ. У наукових працях [1, 2, 3] розглянуті два узагальнені методи реалізації надмірності траєкторних даних при їх статистичній обробці: метод послідовної реалізації просторової і часової надмірності [1, 2] і метод сумісної їх реалізації [3]. Розроблені алгоритми, що при нормальних даних вимірювань приводять до оптимальних статистичних оцінок (СО) положення об’єкта випробувань чи вимірювань (ОВ). В статті [4] розроблено квазіоптимальний метод і алгоритм, який дає можливість порівняно просто врахувати кореляцію похибок вимірювань.

На жаль, під час траєкторних вимірювань на генеральну сукупність нормальних траєкторних даних накладається деякий відсоток грубих вимірювань (викидів, збоїв). Розгляд того, як діяти за таких обставин, починається у цій статті з узагальненого методу реалізації просторової надмірності [1].

Постановка задачі. В узагальненому методі реалізації просторової надмірності траєкторних даних [1] статистична оцінка вектора положення ОВ у поточній точці траєкторії досягається за рекурентною формулою

$$\hat{r}_{\nu+1} = \hat{r}_{\nu} + \Delta\hat{r}_{\nu} = \hat{r}_{\nu} + \left(\sum_{j=1}^{m} \frac{f_{j\nu} f_{j\nu}^{T}}{\sigma_{\xi j}^{2}} \right)^{-1} \sum_{j=1}^{m} \frac{f_{j\nu}}{\sigma_{\xi j}^{2}} \left[\xi_j - \xi_j\left(\hat{r}_{\nu}\right) \right], \qquad (1)$$

де ν – номер послідовного наближення до СО; f_j – градієнт поля *j*-ої первинної ξ_j – координати будь-якого типу (дальності, азимута, кута місця тощо); *T* – символ транспонування векторів і матриць; *m* – загальна кількість прийнятих в обробку первинних ξ_j координат і їх розраховуємих значень

$\xi_j\left(\hat{r}_{\nu}\right)$, *j=1,…, m>2;* $\sigma_{\xi j}^{2}$ – дисперсія похибок вимірювань *j*-ої первинної координати.

У першій точці траєкторії початкове наближення $\hat{r}_0$ для формули (1) вибирається довільно або розраховується одним із простих методів. У наступних точках траєкторії в якості початкового наближення може бути прийнята оцінка, що найдена як СО для попередньої точки траєкторії.

Ітераційний процес закінчується за умови

$$\left|\Delta \hat{r}_\nu\right| \le \varepsilon . \qquad (2)$$

При ε =0, 05...0,5 м це відбувається після 2...4 послідовних наближень (ітерацій).

При гаусовому розподілі похибок вимірювань з дисперсіями $\sigma^2_{\xi j}$ СО, що отримана за формулою (1), є максимально–правдоподібною оцінкою (МПО). За будь-яких інших законів розподілу похибок вимірювань вона є мінімально–квадратичною оцінкою (МКО). МПО досяжна за відсутності серед траєкторних даних грубих вимірювань.

На жаль, за останні півстоліття завадова обстановка істотно погіршилась. В результаті кількість грубих вимірювань зросла і складає в середньому 2%, а в гіршому випадку до 10%. За таких умов розраховувати на отримання МПО за формулою (1) не доводиться. Отже, стала актуальною задача розробки такої модифікації узагальненого методу і алгоритму, які забезпечували б виявлення грубих вимірювань і нейтралізацію їх впливу на СО положення ОВ.

Розв’язання задачі. Оскільки випадкові похибки вимірювань – невідомі, то розв’язання поставленої задачі базується на аналізі величин нев’язок. Нев’язка – це статистичний еквівалент похибки. Вона являє собою різницю між виміряним значенням траєкторного параметра і розрахованим його значенням, яке відповідає тому чи іншому наближенню до СО положення ОВ.

Представимо (1) у вигляді

$$\hat{r}_{\nu+1} = \hat{r}_\nu + \Delta\hat{r}_\nu = \hat{r}_\nu + \left(\sum_{j=1}^{m} p_{j\nu} f_{j\nu} f_{j\nu}^{\mathrm{T}}\right)^{-1} \sum_{j=1}^{m} p_{j\nu} f_{j\nu}\left[\xi_j - \xi_j\left(\hat{r}_\nu\right)\right], \qquad (3)$$

де m>3 – загальна кількість прийнятих в обробку первинних ξ_j координат; $p_{j\nu}$ – j-й ваговий коефіцієнт після ν-ї ітерації; $[\xi_j - \xi_j\left(\hat{r}_\nu\right)]$ – величина нев’язки j-го вимірювання після ν-ї ітерації; і будемо шукати СО у декілька етапів.

На першому етапі, як і у формулі (1), приймемо вагові коефіцієнти обернено пропорційними паспортним дисперсіям похибок вимірювань і не залежними від номера ітерації: $p_{j\nu} = \sigma^{-2}_{\xi j}$. Це дасть можливість істотно наблизитись від початкового значення $\hat{r}_0$ до СО, яка буде мати досить грубе значення, якщо серед даних є грубе вимірювання. При цьому грубе вимірювання, якщо воно є, призводить до істотного змінювання нев’язок не тільки грубого, але й нормальних вимірювань.

У порівнянні з їх похибками нев'язки грубих вимірювань зменшуються, а нев'язки нормальних вимірювань збільшуються. Це робить недоцільним застосування на наступному етапі відомого правила „$3\sigma_{\xi j}$ ", тому що воно могло б призвести до відбракування не тільки грубого, але й частини нормальних вимірювань, нев'язки яких перевищили б свій поріг „3 $\sigma_{\xi j}$ ".

На другому етапі обробка даних теж продовжується за формулою (3), але з використанням, в якості $\hat{r}_0$, статистичної оцінки, здобутої на 1-му етапі, і вагових коефіцієнтів, визначених за формулою

$$p_{j\nu} = 1/\left(\sigma_{\xi j}^2 + \Delta^2 \xi_{j\nu}\right), \tag{4}$$

де $\Delta\xi_{j\nu} = \left[\xi_j - \xi_j\left(\hat{r}_\nu\right)\right]$ – величина *j*-ї нев'язки на 2-му етапі після виконання ν –ї ітерації. При такому виборі вагових коефіцієнтів:

нев'язки грубих вимірювань порівняно великі, а тому вони істотно зменшують вагові коефіцієнти для грубих вимірювань. Завдяки цьому послаблюється їх вплив на СО положення ОВ;

нев'язки нормальних вимірювань порівняно менші, а тому вагові коефіцієнти для нормальних вимірювань порівняно великі, і вони в більшій мірі впливають на СО положення ОВ, що здобувається на 2-му етапі, істотно наближаючи її до МПО;

це приводить до зменшення нев'язок нормальних вимірювань і до істотного збільшення нев'язок грубих вимірювань, які немов би оголюються. Цим створюються умови для виявлення і нейтралізації грубих вимірювань.

На третьому етапі виявляються грубі вимірювання. Це робиться шляхом порівняння нормованих квадратів нев'язок, отриманих наприкінці виконання 2-го етапу, з пороговими рівнями, що залежать від числа ступенів свободи та рівня α -значущості, і прийняття рішення про значення вагових коефіцієнтів для їх використання на наступному (4-му) етапі. Для визначення нових значень вагових коефіцієнтів використовується алгоритм

$$\hat{\sigma}_н^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{j=1}^{m}\frac{\Delta^2\xi_j}{\sigma_{\xi j}^2}; \tag{5}$$

для $j = 1, 2, ..., m$,

якщо $\Delta^2\xi_j / \sigma_{\xi j}^2 > \chi_{1,\alpha 1}^2$ і $\Delta^2\xi_j /(\sigma_{\xi j}^2\, \hat{\sigma}_н^2) > F_{1,m-1,\alpha}$,

то $p_{j\nu} = p_j = 0$, інакше $p_{j\nu} = p_j = 1/\sigma_{\xi j}^2$;

де $\hat{\sigma}_н^2$ – оцінка дисперсії нормованих нев'язок, отриманих наприкінці виконання 2-го етапу; $\chi_{1,\alpha 1}^2$ – пороговий рівень, з яким порівнюється статистика, що розподілена за законом хі-квадрат; $F_{1,m-1,\alpha}$ – пороговий рівень, з яким порівнюється статистика, що розподілена за законом Фішера; *1, m-1* – числа степенів свободи у пороговому рівні $F_{1,m-1,\alpha}$; α – рівень значущості, пов'язаний з довірчою ймовірністю *p* співвідношенням α_1= 1–*p*.

Значення порогових рівнів $\chi^2_{1,\alpha 1}$, $F_{1,m-1,\alpha}$ наведені в [5, 6].

Слід звернути увагу на те, що алгоритм (5) виявляє грубе вимірювання при сумісному виконанні двох нерівностей. Першою з них, в разі її невиконання, запобігається відбракування тих даних вимірювань, нев'язки яких хоч і мають великі значення (порівняно з середньою квадратичною похибкою вимірювань), але ще можуть бути віднесені до зрізаної генеральної сукупності нормальних даних вимірювань. Зокрема, при α_1= 0,003 перша нерівність віддзеркалює відоме правило „трьох сігм", оскільки при цьому $\chi^2_{1,\alpha 1}=9=3^2$.

Четвертий етап призначається для нейтралізації грубих вимірювань. Для цього знову виконується статистична обробка тих самих траєкторних даних за формулою (3), але з ваговими коефіцієнтами, визначеними за алгоритмом (5). В якості початкового наближення $\hat{r}_0$ використовується СО, що отримана на 2-му етапі. При цьому виявлені на 3-му етапі грубі вимірювання на результати обробки не впливають, тому що їм поставлені у відповідність вагові коефіцієнти $p_j = 0$. Уточнення СО, отриманої на 2-му етапі, відбувається, в ідеалі, тільки по нормальним траєкторним даним, яким поставлені у відповідність вагові коефіцієнти $p_j = 1/\sigma^2_{\xi j}$. Завдяки цьому ітеративний процес збігається, як правило, до МПО.

Після цього з використанням тих самих вагових коефіцієнтів розраховується дисперсія похибок визначення місцеположення за формулою:

$$\sigma^2_{\hat{r}} = Sp\left(\sum_{j=1}^{m} p_j\ f_j\ f_j^{\mathrm{T}}\right)^{-1}, \tag{6}$$

де *Sp* – символ операції по визначенню суми діагональних членів оберненої матриці, розташованої у формулі (6) за цим символом.

Аналіз залежності значень порогових рівнів $F_{1,m-1,\alpha}$ від кількості *m* оброблюваних первинних координат і довірчої імовірності $p = 1-\alpha$ дає підстави для таких висновків:

при фіксованій довірчій імовірності *p*=1-α збільшення кількості *m* сумісно оброблюваних первинних координат приводить до зменшення порогового рівня $F_{1,m-1,\alpha}$, тобто до звуження нормованого довірчого інтервалу. Наприклад, при р=0,95 збільшення *m* від 4 до 25 приводить до зменшення $F_{1,m-1,\alpha}$ від 7,71 до 4,23;

при фіксованому пороговому рівні (довірчому інтервалі) $F_{1,m-1,\alpha}$ збільшення кількості *m* сумісно оброблюваних первинних координат приводить до збільшення довірчої імовірності p. Наприклад, при $F_{1,m-1,\alpha}$=7,71 збільшення m від 4 до 25 приводить до збільшення p від 0,95 до 0,99.

Закінчення. Запропонована модифікація алгоритму має забезпечити автоматичне виявлення і нейтралізацію грубих вимірювань (викидів, збоїв) в процесі сумісної статистичної обробки просторово надмірних траєкторних даних. Однак розпізнавання грубих вимірювань на фоні нормальних являє собою складну статистичну задачу з багатьма невідомими (кількість викидів, їх величина тощо). Тому розраховувати на 100%-ве виявлення і нейтралізацію грубих вимірювань, навіть при застосуванні цієї модифікації алгоритму, не доводиться. Але істотно покращити результати обробки цілком можливо. Платою за це є збільшення приблизно вдвоє часу обробки траєкторних даних на ЕОМ.

ЛІТЕРАТУРА

1. Огороднийчук Н. Д. Обработка траекторной информации.–К.: КВВАИУ, 1981. – 42с.
2. Огороднійчук М. Д. Алгоритм адаптивного оптимального згладжування даних бортових вимірювань // Збірник наукових праць НЦ ВПС ЗС України, 2004, вип. 7.– С.155-163.
3. Огороднійчук М. Д. Оптимальний метод і адаптивний алгоритм сумісної реалізації часової і просторової надмірності даних про стохастичну траєкторію об’єкта випробувань // Збірник наукових праць ДНДІА, 2006, вип. 2(9). – С.176-185.
4 Огороднійчук М. Д. Квазіоптимальні методи і адаптивні алгоритми обробки траєкторних даних // Збірник наукових праць ДНДІА, 2007, вип. 3(10).
5. Худсон Д. Статистика для физиков. –М.: Изд-во „Мир”, 1970. – 296 с.
6. Джонсон Н., Лион Ф. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке. – М.: Изд-во „Мир”, 1980. – 510 с.

Надійшла до редакції 29.10.2009