

УДК 629.12.001.11

МАЙБОРОДА О.М., головний науковий співробітник, доктор технічних наук, професор

ГАЗОДИНАМІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ ВОДИ ПРИ ЧИСЛАХ $M < 1$

Аналізується термічне рівняння стану та термодинамічні особливості води при русі з дозвуковими швидкостями. Запропоновано правило перерахунку коефіцієнтів тиску при обтіканні нижньої поверхні тонкого профілю нестисливою рідиною на їхні значення при заданому числі M . На відміну від правила Прандтля-Глауерта запропонований підхід враховує термодинамічні властивості середовища. Наведено приклад розрахунку обтікання водою тонкого клину при числах $M < 1$

Ключові слова: стисливість води, дозвукові швидкості, розрахунок навантажень

Зростання швидкостей руху підводних засобів ураження (ракети класу повітря–вода, торпеди–ракети тощо) становить перед гідродинамікою нові проблеми, зокрема, необхідність врахування стисливості води, у тому числі до чисел $M < 1$.

Як відомо, проявлення стисливості води має низку характерних особливостей. У воді, як конденсованім середовищі, молекули знаходяться на близьких відстанях та сильно взаємодіють: достатньо віддалені – притягуються, а близькі – відштовхуються. Рівноважні відстані відповідають мінімуму потенціальної енергії взаємодії. При стискуванні такого середовища за рахунок відштовхування молекул швидко зростає внутрішній тиск, який на відміну від газів має нетеплову, тільки пружну природу. Це і визначає основні особливості поведінки води при стискуванні.

При тиску до $3 \cdot 10^9$ Па термічне рівняння стану води має ізоентропічну форму Тета [1]

$$p = B(s) \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^n - 1 \right], \quad (1)$$

де c_0 – питома маса води, екстрапольована на нульовий тиск; $n = 7.15$.

Ентропійна функція $B(s)$ слабо залежить від початкової ентропії, отже в інтервалі температур від 0 до 60°C можна прийняти $B = 2.987 \cdot 10^8$ Па. Оскільки

величина B надто велика у порівнянні з нормальним тиском, то можна вважати, що ρ_0 – питома маса води при нормальнім тискові.

При $B = \text{const}$ рівняння стану (1) приводиться до виду $p = p(v)$, де $v = \frac{1}{\rho}$ – питомий об'єм води. Отже, у розглядуваних умовах вода є баротропним середовищем, і її внутрішня енергія e представляє суму двох функцій, одна з яких залежить тільки від питомого об'єму, а друга – тільки від ентропії,

$$e = e_1(v) + e_2(s) \text{ м} \quad (2)$$

Підставляючи зображення (2) у співвідношення Гіббса, отримаємо

$$\frac{\partial e_1}{\partial v} dv + \frac{\partial e_2}{\partial s} ds = Tds - pdv$$

звідки випливає

$$T = T(s), \quad s = s(T) \quad (3)$$

Отже, ізоентропічні процеси у воді є ізотермічними.

Рівняння стану (1) з урахуванням наведених припущень можна привести до виду адіабати Пуассона

$$\frac{p + B}{\rho^n} = \frac{B}{\rho_0^n} = \text{const.} \quad (4)$$

Тоді рівняння Бернуллі для води буде відрізнятися від такого для газу тільки додаванням величини B до тиску

$$\frac{v^2}{2} + \frac{n}{n+1} \frac{p + B}{\rho} = \text{const.} \quad (5)$$

Вираз для швидкості звука та аналогічні відомим для газу газодинамічні функції питомої маси та тиску у випадку води мають вигляд

$$a = \sqrt{\frac{n(p + B)}{\rho}}; \quad (6)$$

$$\varepsilon(M) = \frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 + \frac{n-1}{2} M^2\right)^{-\frac{1}{n-1}}; \quad (7)$$

$$\pi(M) = \frac{\rho + B}{\rho_0 + B} = \left(1 + \frac{n-1}{2} M^2\right)^{-\frac{n}{n-1}} \quad (8)$$

На рис. 1 і 2 наведено порівняння графіків газодинамічних функцій питомої маси (7) та тиску (8) для води та повітря у діапазоні чисел $M \leq 1.5$.

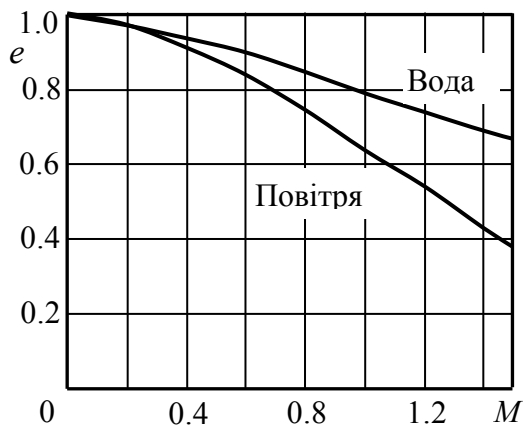


Рис. 1. Газодинамічні функції питомої маси для води та повітря

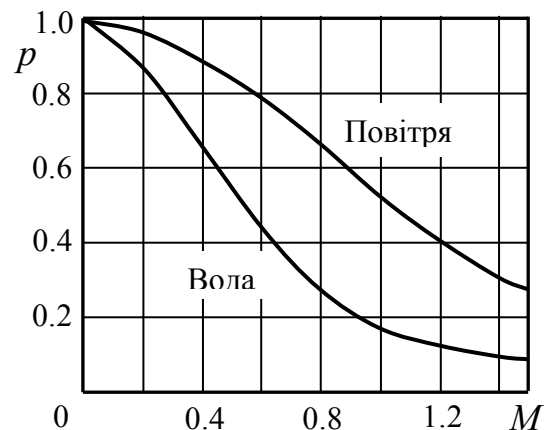


Рис. 2. Газодинамічні функції тиску для води та повітря

Як можна бачити, зневажати стисливістю води можна лише у межах $M \leq 0.1$, тоді як для повітря це припустимо до чисел $M = 0.2 \dots 0.25$. Із зростанням числа M вода помітно проявляє більшу пружність, ніж повітря (рис.1).

Переважаючого сталого внутрішнього тиску пояснює значне падіння “теплого” тиску при ізоентропічному розширенні води у порівнянні з повітрям (рис. 2).

Урахування впливу стисливості води розглянемо на прикладі обтікання нижньої поверхні симетричного клину. Для такої поверхні характерною є афінноподібність розподілу тиску [2] та відомі експериментальні дані щодо навантаження в широкому діапазоні чисел M дозвукового обтікання [3].

В аеродинаміці широко використовується наближене правило Прандтля-Глаурта, що установлює динамічну подібність між значеннями коефіцієнта тиску в схожих точках профілю та інтегральними характеристиками його навантаження при обтіканні нестисливою рідиною та дозвуковим потоком газу.

Оцінимо значення коефіцієнта тиску в критичній точці профілю для різних чисел M , отримані за правилом Прандтля-Глаурта та прямим визначенням за рівнянням ізоентропи (8). У першому випадку маємо величину $1/\sqrt{1-M^2}$, тобто відомий масштаб подібності Прандтля-Глаурта. У другому випадку, зображуючи коефіцієнт тиску в точці гальмування як

$$\bar{p}_0 = \frac{2}{nM^2} \left(\frac{1}{\pi(M)} - 1 \right)$$

отримаємо масштаб ізоентропійної подібності

$$k_M = \frac{2}{nM^2} \left[\left(1 + \frac{n-1}{2} M^2 \right)^{\frac{n}{n-1}} - 1 \right] \quad (9)$$

Враховуючи афінноподібність розподілу тиску на нижній стороні плоского клину, можна припустити, що величина k_M (9) має бути масштабом подібності інтегральних характеристик навантаження.

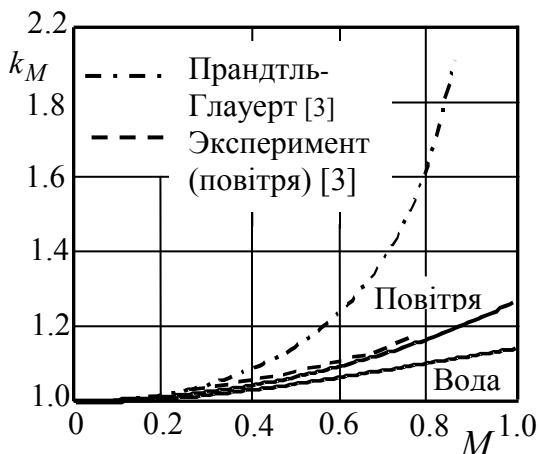


Рис. 3. Вплив числа M на збільшення гідродинамічного навантаження клину при дозвуковому обтіканні

На рис. 3 наведено зіставлення масштабу подібності k_M (9) для води та повітря із коефіцієнтом Прандтля-Глауєрта, а також відносну зміну коефіцієнта нормальної сили на нижній поверхні профілю в повітрі [3].

Задовільне узгодження експериментальних даних і результату розрахунку навантаження на профілі дозволяє рекомендувати зображення (9) як альтернативу правилу Прандтля-Глауєрта урахування за наведених умов стисливості різноманітних середовищ у дозвуковому діапазоні обтікання. На відміну від масштабу подібності Прандтля-Глауєрта коефіцієнт k_M (9) враховує термодинамічні властивості середовища та може бути узагальнений на надзвукові режими із від'єднаним стрибком ущільнення.

ЛІТЕРАТУРА

1. Коул Р. Подводные взрывы. – М.: Изд. иностр. лит., 1950. – 494 с.
2. Kusukawa, Ken-Ichi. On the two-dimensional compressible flow over a thin symmetric obstacle with sharp shoulders placed in an unbounded fluid and in a choked wind tunnel // J. Phys. Soc. Japan. – 1957. – **12**, №9. – P. 1031–1041.
3. Хилтон У.Ф. Аэродинамика больших скоростей. – М.: Изд. иностр. лит. 1955. – 504 с.

Надійшла до редакції 15.12.2013