

УДК. 629.7.017.0031

ХАТУНЦЕВА З.В., науковий співробітник

УЛІЗЬКО В.І., начальник відділу

МАРАКУЛІН О.Ю., старший науковий співробітник

ЛАГУТІН С.О., старший науковий співробітник

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПОВІТРЯНОГО БОЮ ДВОХ ВИНИЩУВАЧІВ

Розглядається результат протиборства двох винищувачів на основі послідовності критичних подій бою

Ключові слова: дальність захоплення цілі головою самонаведення ракети, критична подія бою, хронологічна послідовність критичних подій, ймовірність ураження винищувача

Поточний стан бойової авіаційної техніки Повітряних Сил Збройних Сил України обумовлений завершенням встановлених розробниками термінів служби, моральним і фізичним старінням парку літальних апаратів, тому робить актуальною задачу оновлення парку бойових літаків. Правильне рішення цієї проблеми залежить від якості планування і реалізації заходів з розвитку озброєння та військової техніки Збройних Сил. В свою чергу ефективність вказаних заходів визначається застосуванням розвиненого науково-методичного апарату (існуючих методів, методик і моделей оцінки властивостей бойових літаків) і обґрунтуванням на основі отриманих оцінок вибору раціональних зразків бойової авіаційної техніки. Модель повітряного бою, викладена в [1], є одним з елементів такого науково-методичного апарату. Разом з тим їй властиві певні недоліки: пуск ракет винищувачами здійснюється тільки на зустрічних курсах, а на розвороті і вдогін не розглядається; не враховується дальність захоплення цілі головою самонаведення ракет (ГСН), замість них введений евристичний коефіцієнт, що характеризує частку від максимального часу польоту ракети, впродовж якого здійснюється її супроводження винищувачем.

Модель, що викладена в статті, має на меті усунути ці недоліки.

Сценарій бою наступний.

1. Винищувачі летять з постійною швидкістю на зустрічних курсах і пускають ракети класу "повітря-повітря" один в одного з максимальних дальностей.

2. Ціллю для винищувачів може бути лише винищувач противника, а не випущена ним ракета. Винищувачі супроводжують власні ракети до моменту їх переходу на автономне керування (до здійснення захоплення цілі ГСН ракети), після чого вони розвертаються на 180° і слідуєть зворотним курсом.

3. Винищувачі в моделі розглядаються як матеріальні точки. Розворот винищувачів представлений затримкою у часі, рівною часу розвертання винищувачів на 180 за курсом.

Підставою для останнього припущення слугує те, що при швидкості винищувачів 800...1000 км/год. і перевантаженні 4...5 одиниць радіус розвороту в горизонтальній площині – 1,3...2,0 км, що при дальності пуску ракет в 50...60 км дозволяє спрощено представити розворот винищувачів затримкою у часі.

Тактико-технічні характеристики винищувачів та їх ракетного озброєння (вихідні дані):

V_1, V_2 – швидкості 1-го і 2-го винищувачів відповідно, м/с;

D_1, D_2 – дальності виявлення повітряної цілі 1-им і 2-им винищувачами, м;

R_1, R_2 – максимальні дальності пуску ракет, м;

U_1, U_2 – середні швидкості авіаційних ракет класу "повітря-повітря", м/с ;

p_1, p_2 – ймовірності ураження 1-го і 2-го винищувачів однією ракетою противника;

n_{y1}, n_{y2} – нормальні перевантаження винищувачів при розвороті;

L_1, L_2 – дальності захоплення цілі ГСН ракет, пущених 1-им і 2-им винищувачами, м;

I, J – кількості ракет в залпі у 1-го і 2-го винищувачів;

$d1, e1$ – часові інтервали між пусками ракет в залпі у 1-го і 2-го винищувачів, с;

Виведення рівнянь моделі послідовності критичних подій повітряного бою.

Рівняння в моделі виведені у відносному часі. Момент пуску винищувачем першої ракети з більшою максимальною дальністю приймається рівним нулю, тобто $t = 0$. Решта подій бою відраховується від цього моменту. Рівняння в моделі виведені за умови, що максимальна дальність пуску ракети R_1 1-им винищувачем більше максимальної дальності пуску ракети R_2 2-им винищувачем і дальність виявлення повітряної цілі 1-им і 2-им винищувачами більше максимальної дальності польоту їхніх ракет, тобто $R_1 > R_2, D_1 > R_1$ і $D_2 > R_2$. У випадку, якщо $R_2 > R_1$, рівняння виводяться аналогічним чином. Для запису рівнянь руху винищувачів і ракет застосовується декартова система координат в термінах y, t (y - відстань, t -час). При польоті винищувачів на зустрічних курсах врахуємо таке:

1-ий винищувач пускає першу ракету в момент часу $t = 0$;

2-ий винищувач – в момент часу $\frac{R_1 - R_2}{V_1 + V_2}$.

Пуски ракет 2-им винищувачем на розвороті 1-го винищувача або йому вдогін будуть викладені нижче.

Введемо такі позначення:

E_i – момент часу пуску i -ї ракети 1-им винищувачем, $i = 1, \dots, I$;

G_j – момент часу пуску j -ї ракети 2-им винищувачем, $j = 1, \dots, J$;

F_i - момент часу ураження цілі i -ю ракетою, випущеною 1-им винищувачем.

H_j - момент часу ураження цілі j -ю ракетою, випущеною 2-им винищувачем.

Розрахунок моментів пуску ракет обома винищувачами на зустрічних курсах

$$E_i = (i - 1) d1, \quad i = 1, \dots, I, \quad (1)$$

$$G_j = \frac{R_1 - R_2}{V_1 + V_2} + (j - 1) e1, \quad j = 1, \dots, J. \quad (2)$$

При $R_1 > R_2$ рівняння руху $y11(t)$ 1-го і $y21(t)$ 2-го винищувачів на зустрічних курсах матимуть вигляд

$$y11(t) = V_1 t, \quad (3)$$

$$y21(t) = R_1 - V_2 t. \quad (4)$$

Рівняння руху ракет $roc1_i(t)$ і $roc2_j(t)$ при пуску з 1-го і 2-го винищувачів будуть такі:

$$roc1_i(t) = V_1 E_i + U_1(t - E_i), \quad (5)$$

$$roc2_j(t) = R_1 - V_2 G_j - U_2(t - G_j). \quad (6)$$

1-ий винищувач почне розворот в момент часу t_{p1} , коли відстань між останньою *I*-тою ракетою і 2-м винищувачем дорівнює L_1 , другий – в момент часу t_{p2} , коли відстань між останньою *J*-ю ракетою і 1-м винищувачем складе L_2 . Мінімальний з цих моментів часу $\min(t_{p1}, t_{p2})$ дозволить визначити, котрий з винищувачів і в який момент часу почне розворот першим. Рішення рівнянь

$$y21(t_{p1}) - roc1_i(t_{p1}) - L_1 = 0, \quad (7)$$

$$roc2_j(t_{p2}) - y11(t_{p2}) - L_2 = 0 \quad (8)$$

відносно невідомих t_{p1} , t_{p2} дозволить розрахувати цей момент часу, де $roc1_i(t)$ і $roc2_j(t)$ – рівняння руху останніх ракет, випущених 1-им і 2-им винищувачами.

Припустимо, що $t_{p1} = \min(t_{p1}, t_{p2})$ – мінімальний час початку розвороту. Тоді першим починає розворот 1-ий винищувач. Далі формуються рівняння руху винищувачів і ракет для розрахунку критичних події повітряного бою, тобто час ураження ракетою цілі.

Час розвороту 1-го винищувача розраховується за формулою $t_{razv1} = \frac{\pi V_1}{gn_{y1}}$ і

рівняння руху 1-го винищувача назустріч $y11(t)$, на розвороті $y12$, на зворотному курсі $y13(t)$ матимуть вигляд, причому кожному рівнянню відповідає свій часовий інтервал

$$y11(t) = V_1 t \quad \text{при } t < t_{p1}, \quad (9)$$

$$y12 = V_1 t_{p1} \quad \text{при } t_{p1} \leq t \leq t_{p1} + t_{razv1}, \quad (10)$$

$$y13(t) = 2V_1 t_{p1} - V_1 t + V_1 t_{razv1} \quad \text{при } t > t_{p1} + t_{razv1}. \quad (11)$$

2-ий винищувач починає розворот в момент часу t_{p2} , коли відстань між останньою ракетою, пущеною 2-им винищувачем, і ціллю (тобто 1-им винищувачем) буде дорівнювати L_2 . Оскільки 1-ий винищувач першим почав розворот, то відстань L_2 між 1-им винищувачем і *J*-тою ракетою 2-го винищувача буде або на ділянці розвороту 1-го винищувача, або на ділянці "вдогін". На ділянці розвороту рівняння приймає вигляд

$$roc2_j(t_{p2}) - y12 - L_2 = 0, \quad (12)$$

причому отримане рішення t_{p2} повинне попадати в інтервал $t_{p1} < t_{p2} \leq t_{p1} + t_{razv1}$, і відстань польоту ракети з моменту пуску до моменту початку розвороту винищувача не повинна перевищувати максимальну дальність польоту цієї ракети, тобто $R_2 \geq U_2(t_{p2} - G_j)$. В разі непопадання отриманого рішення t_{p2} в заданий часовий інтервал його слід шукати на ділянці «вдогін». Рівняння для пошуку t_{p2} на ділянці «вдогін» має вигляд

$$roc2_j(t_{p2}) - y13(t_{p2}) - L_2 = 0. \quad (13)$$

Рішення t_{p2} також слід перевіряти на попадання в заданий часовий інтервал $t_{p2} > t_{p1} + t_{razv1}$ і максимальну дальність польоту ракети $R_2 \geq U_2(t_{p2} - G_j)$. Якщо t_{p2}

задовольняє умові, можна розрахувати час, потрібний для розвороту 2-го винищувача за формулою $t_{razv2} = \frac{\pi V_2}{g n_{y2}}$, і записати рівняння його руху назустріч

$y21(t)$, на розвороті $y22$, на зворотному курсі $y23(t)$, причому кожному рівнянню також відповідає свій часовий інтервал:

$$y21(t) = R_1 - V_2 t \quad \text{при } t < t_{p2}, \quad (14)$$

$$y22 = R_1 - V_2 t_{p2} \quad \text{при } t_{p2} \leq t \leq t_{p2} + t_{razv2}, \quad (15)$$

$$y23(t) = R_1 - 2V_2 t_{p2} + V_2 t - V_2 t_{razv2} \quad \text{при } t > t_{p2} + t_{razv2}. \quad (16)$$

Далі розраховуються критичні події повітряного бою для 2-го винищувача.

З розв'язків рівнянь

$$roc1_i(F_i) = y21(F_i) \quad \text{при } F_i < t_{p2}, \quad (17)$$

$$roc1_i(F_i) = y22(F_i) \quad \text{при } t_{p2} \leq F_i \leq t_{p2} + t_{razv2}, \quad (18)$$

$$roc1_i(F_i) = y23(F_i) \quad \text{при } F_i > t_{p2} + t_{razv2} \quad (19)$$

вибирається той розв'язок F_i , котрий попадає у відповідний йому часовий інтервал.

Аналогічно знаходяться критичні події повітряного бою для 1-го винищувача.

З розв'язків рівнянь

$$roc2_j(H_j) = y11(H_j) \quad \text{при } H_j < t_{p1}, \quad (20)$$

$$roc2_j(H_j) = y12(H_j) \quad \text{при } t_{p1} \leq H_j \leq t_{p1} + t_{razv1}, \quad (21)$$

$$roc2_j(H_j) = y13(H_j) \quad \text{при } H_j > t_{p1} + t_{razv1}. \quad (22)$$

вибирається той розв'язок H_j , котрий попадає у відповідний йому часовий інтервал.

В разі, якщо $t_{p2} = \min(t_{p1}, t_{p2})$ рівняння будуються аналогічним чином.

Рівняння в моделі були виведені у припущенні, що $R_1 > R_2$. Ця умова передбачає, що 1-ий винищувач завжди випускає ракети першим і на зустрічному курсі, тоді як 2-ий винищувач за певних умов може почати ракетний залп як на зустрічному курсі (рівняння для цієї події було викладено вище), так і на ділянці розвороту 1-го винищувача або на ділянці "вдогін".

Пуск ракет 2-им винищувачем на ділянці розвороту 1-го винищувача. В момент часу розвороту t_{p1} 1-го винищувача відстань між винищувачами повинна бути більша за максимальну дальність польоту ракети 2-го винищувача, тобто повинна виконуватися умова

$$y21(t_{p1}) - y12 > R_2, \quad (23)$$

і моменти часу пуску j -тої ракети $G22_j$ 2-им винищувачем складуть

$$G22_j = \frac{y21(t_{p1}) - y12 - R_2}{V_2} + t_{p1} + (j-1)e1. \quad (24)$$

Рівняння руху ракет $roc22_j(t)$, пущених 2-им винищувачем, матимуть вигляд

$$roc22_j(t) = R_1 - V_2 G22_j - U_2(t - G22_j), \quad (25)$$

і момент часу початку розвороту t_{p2} 2-го винищувача визначиться з рівняння

$$roc22_j(t_{p2}) - y12 - L_2 = 0 \quad (26)$$

за умов попадання t_{p2} в інтервал $[t_{p1}; t_{p1} + t_{razv1}]$ і не перевищення максимальної дальності польоту ракети $R_2 \geq U_2(t_{p2} - G22_j)$.

Критичні події повітряного бою для 1-го винищувача визначаються з рішення рівнянь

$$roc22_j(H_j) - y12 = 0 \quad \text{при } t_{p1} \leq H_j \leq t_{p1} + t_{razv1}, \quad (27)$$

$$roc22_j(H_j) - y13(H_j) = 0 \quad \text{при } H_j > t_{p1} + t_{razv1}, \quad (28)$$

за умови не перевищення максимальної дальності польоту ракети $R_2 \geq U_2 (H_j - G2_j)$.

Пуск ракет 2-им винищувачем на ділянці "відльоту" 1-го винищувача. Якщо 1-ий винищувач опинився на порозі дальності пуску ракет противника на ділянці "відльоту", то повинні виконуватися умови

$$y21(t_{p1} + t_{razv1}) - y12 > R_2, \quad (29)$$

$$V_2 > V_1. \quad (30)$$

В разі невиконання умови (30) 2-ий винищувач ніколи не досягне порога дальності пуску власних ракет.

Часові моменти пуску j -тої ракети 2-им винищувачем складуть

$$G23_j = tc + (j-1)e1, \quad (31)$$

де tc – час досягнення зони можливих пусків визначиться з рівняння

$$y21(tc) - y13(tc) - R_2 = 0. \quad (32)$$

Рівняння руху ракет, що пущені 2-им винищувачем запишуться

$$roc23_j(t) = R_1 - V_2 G23_j - U_2(t - G23_j), \quad (33)$$

і момент часу початку розвороту t_{p2} 2-го винищувача визначиться з рівняння

$$roc23_j(t_{p2}) - y13(t_{p2}) - L_2 = 0 \quad \text{при } t_{p2} > t_{p1} + t_{razv1}. \quad (34)$$

і за умови не перевищення її максимальної дальності польоту $R_2 \geq U_2(t_{p2} - G23_j)$

Критичні події повітряного бою для 1-го винищувача визначаються з рівняння

$$roc23_j(H_j) - y13(H_j) = 0 \quad \text{при } H_j > t_{p1} + t_{razv1} \quad (36)$$

і за умови не перевищення максимальної дальності польоту $R_2 \geq U_2(H_j - G23_j)$.

Таким чином, модель дозволяє отримати:

моменти часу пуску ракет «повітря-повітря» кожним винищувачем на зустрічних курсах, на розвороті, вдогін;

час початку розвороту винищувачів (перехід всіх ракет на автономне керування);

діапазон дії ракет при кожному пуску;

часову послідовність критичних подій бою;

розрахунок імовірності ураження винищувачів.

Для оцінки працездатності і адекватності моделі розглянемо приклад.

Два винищувачі летять з постійною швидкістю на зустрічних курсах та пускають по 2-і ракети класу «повітря-повітря» один в одного. 1-ий винищувач озброєний двома ракетами з активними ГСН, 2-ий – ракетами, що мають такі ж тактико-технічні характеристики, але з напівактивними ГСН. Пуски ракет здійснюються з максимальних дальностей. Тактико-технічні характеристики винищувачів і їх ракетного озброєння: $V_1 = V_2 = 280 \text{ м/с}$; $R_1 = R_2 = 60000 \text{ м}$; $U_1 = U_2 = 1350 \text{ м/с}$; $p_1 = p_2 = 0.7$; $n_{y1} = n_{y2} = 5$; $L_1 = 20000 \text{ м}$, $L_2 = 0 \text{ м}$; $I = 2$; $J = 2$; $d1 = 3 \text{ с}$, $e1 = 3 \text{ с}$. Розрахувати імовірність ураження кожного з винищувачів.

Тактико-технічні характеристики винищувачів і їх озброєння розрізняються тільки дальністю захвату цілі ГСН ракети. Результати роботи програми приведені в таблиці.

Результати розрахунку показують, що всі ракети досягають цілі, причому спочатку 2-ма ракетами уражений 2-ий винищувач, а потім – 1-ий. Ймовірність ураження 1-го винищувача дорівнює 0,0819, 2-го – 0,91, неураження обох винищувачів складе 0,0081. Це підтверджує те, що бойова ефективність винищувача, озброєного ракетами з активними ГСН більше, ніж при озброєнні

ракетами з напівактивними ГСН при рівних ГТХ винищувачів і їх озброєння.

Таблиця

	№ ракет	1-ий винищувач	№ ракет	2-ий винищувач
Часові моменти пуску ракет, с	1 ракета	0	1 ракета	0
	2 ракета	3	2 ракета	3
Час початку розвороту винищувачів (час виконання бойового завдання), с		26,51		41,32
Критичні події бою для кожного з винищувачів, с		38,95		36,81
		41,32		38,78
Часова послідовність критичних подій бою			36,81	2
			38,78	2
			38,95	1
			41,32	1
Діапазон дії ракет при кожному пуску, км	1 ракета	$49,69 < R_1$	1 ракета	$52,58 < R_2$
	2 ракета	$48,30 < R_1$	2 ракета	$51,74 < R_2$
Ймовірність ураження кожного з винищувачів		0,0819		0,91
Ймовірність неуразення обох винищувачів		0,0081		

Отримані результати підтверджують перевагу керованих ракет з активними ГСН, що дозволяє зробити висновок про адекватність запропонованої моделі повітряного бою.

ЛІТЕРАТУРА

1. Хатунцева З.В., Міцітіс А.К. Модель протиборства двох винищувачів (дальній повітряний бій). // Збірник наукових праць ДНДІА, № 4(11), 2008.С. 106-109.

Надійшла до редакції 31.10.2016

Рецензент: доцент Коцуренко Ю.В.