УДК 621.926.5:539.215

Ю.В. Науменко, к.т.н., доц. НУВГП, м. Рівне,
В.Й. Сівко, д.т.н., проф. КНУБА, м. Київ

ВИЗНАЧЕННЯ РУХУ ЗСУВНОГО ШАРУ ВНУТРІШНЬОКАМЕРНОГО ЗАВАНТАЖЕННЯ БАРАБАННОГО МЛИНА РОЗГЛЯДОМ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ

Із урахуванням експериментальних даних розроблено модель руху гранульованого завантаження, як суцільного середовища з осередненими параметрами. Для визначення картин руху прийнято псевдопластичну реологічну модель завантаження. На основі розрахунку напружено-деформованого стану визначено параметри зсувної течії шару завантаження.

Ключові слова: барабанний млин, зсувний шар, внутрішньокамерне завантаження, подрібнення.

С учетом экспериментальных данных разработана модель движения гранулированной загрузки, как сплошной среды с усредненными параметрами. Для определения картин движения принято псевдопластическую реологическую модель загрузки. На основании расчета напряженно-деформированного состояния определены параметры сдвигающего течения шара загрузки.

Ключевые слова: барабанная мельница, сдвигающийся шар, внутрикамерная загрузка, измельчение.

Based on experimental data the model of granular filling flow, as a continuum with averaged conditions, is worked out. The pseudoplasticity flow model of filling is adopted for flow pattern calculating. The filling layer shifting flow conditions are found on the basis of calculating of filling stress-strain behavior.

Key words: tumbling mill, shifting layer, intrachamber filling, grinding.

Постановка проблеми. Тонке подрібнення вихідної сировини при виробництві будівельних матеріалів є доволі енергоємним процесом. Підвищити ефективність помелу можна на основі принципу селективності дезінтеграції шляхом багатостадійності подрібнення. Застосування такого підходу передбачає необхідність прогнозування режимів руху внутрішньокамерного завантаження барабанних млинів, що є основним обладнанням для багатотоннажного перероблення дисперсних матеріалів.

Аналіз останніх досліджень і виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми, котрим присвячується стаття. Існуючі

методи розрахунку руху барабанних млинів базуються на гранично спрощеній концепції ізольованого від оточуючого середовища окремого елемента завантаження робочої камери [1]. Одержані таким чином результати істотно відрізняються від експериментальних даних [2, 3]. Натомість саме режим руху завантаження визначає характер руйнівної дії на матеріал та спосіб подрібнення.

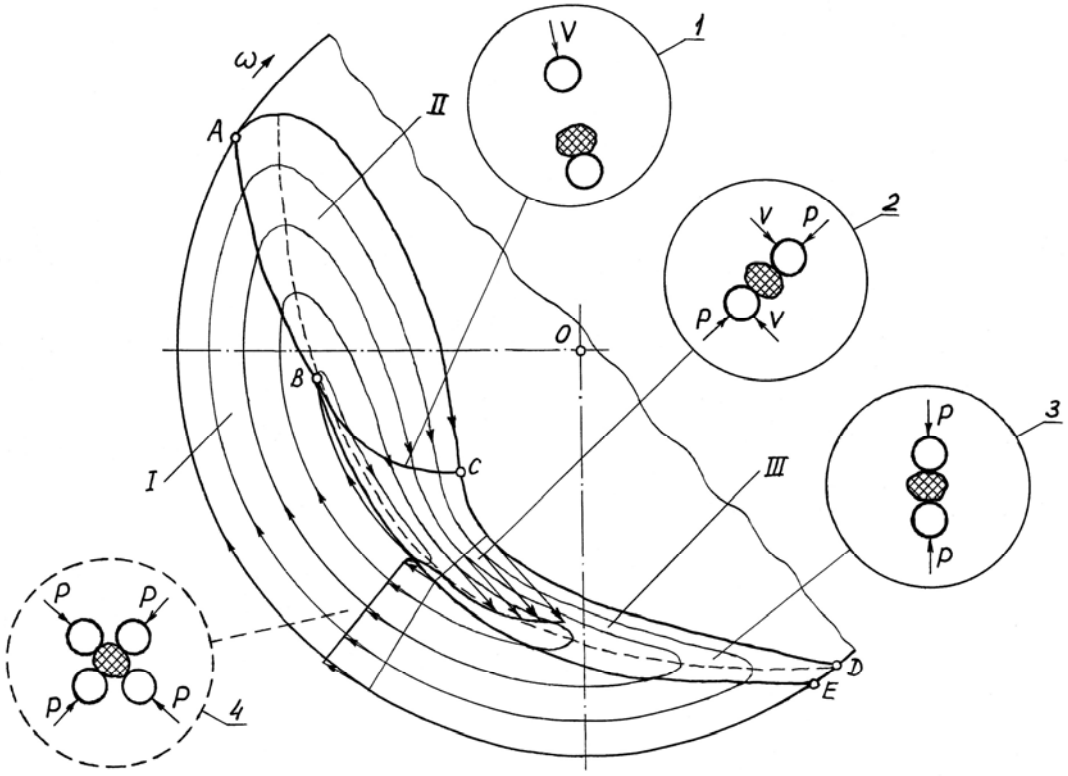

Рисунок 1 – Реалізація способів подрібнення в барабанних млинах,
де I – зона твердотільного руху завантаження, II – зона відокремлення та падіння частинок, III – зона зсувного шару:

1 – подрібнення ударною дією; 2 – подрібнення стиранням; 3 – подрібнення вертикальним роздавлюванням; 4 – подрібнення частковим різноспрямованим роздавлюванням

Зокрема параметри режиму руху завантаження обумовлюють масовий розподіл зон руху, їх кінематичні та динамічні параметри, перерозподіл між величинами ударної, стираючої та роздавлюючої дії на матеріал. Аналіз картин руху завантаження дозволяє уточнити реалізацію способів подрібнення в барабанних млинах (рис. 1). Процес подрібнення переважно ударною дією здійснюється на межі ВС переходу між II та III зонами завантаження. Основний процес подрібнення переважно стиранням відбувається у верхній частині III зони при швидкій течії із значним зсувним градієнтом. Процес подрібнення переважно вертикальним роздавлюванням виникає у нижній частині III зони при сповільненні потоку. Крім того, у нижній частині I зони можуть мати місце локальні осередки подрібнення частковим різноспрямованим роздавлюванням.

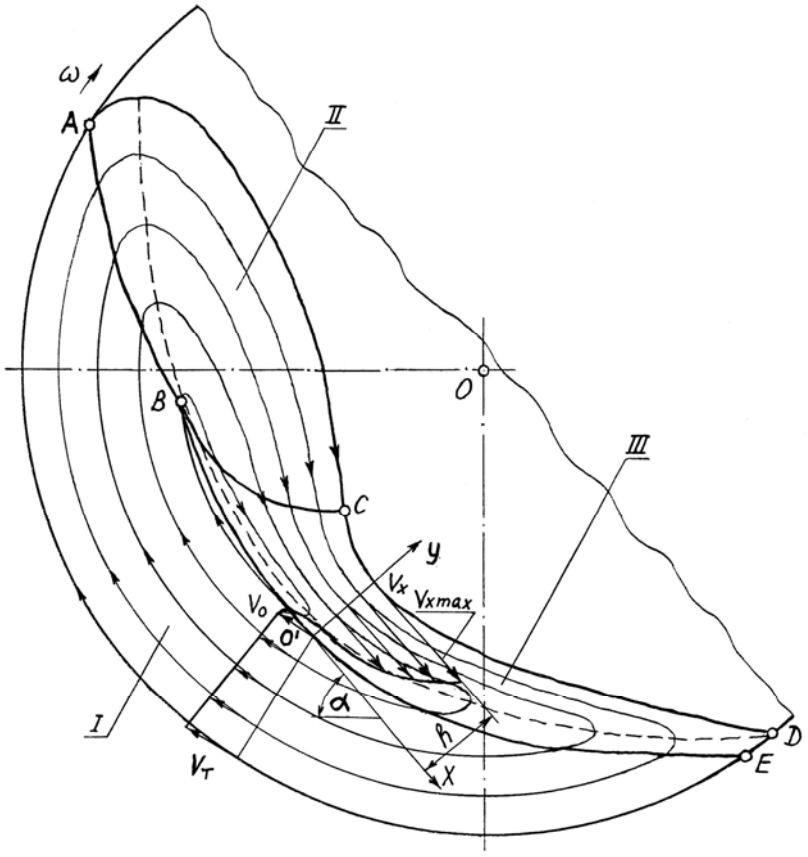

Рисунок 2 – Схема руху зсувного шару завантаження

При з'ясуванні чинників ефективності процесу подрібнення найбільший прикладний інтерес становить задача визначення зсувної гравітаційної течії активованого шару завантаження в зоні квазірідинного руху (рис. 2). «Температура» [4] зсувного шару набуває максимального значення, що засвідчує підвищену інтенсивність протікання в зернистому середовищі технологічного процесу.

Базуючись на положеннях механіки зсувного середовища, розроблено моделі швидкої зсувної течії гранульованого матеріалу в [5]. Цілком розвинуту двовимірну усталену течію незв'язного сипкого матеріалу по шорсткій поверхні розглянуто в [6]. У [7] виокремлено основні механізми взаємодії частинок на макрорівні, в результаті яких можуть генеруватись зсувні напруження в шарі. Обчислення напружень у швидкому зсувному потоці зернистого матеріалу запропоновано у [8]. У [9] розроблено теорію швидких рухів зернистого середовища із застосуванням параметра температури середовища, як кінетичної енергії випадкового руху частинок.

Спробу визначення параметрів гравітаційного потоку зернистого матеріалу на нерухомому шорсткому схилі було здійснено в [10]. В [11-13] запропоновано експериментально-аналітичний метод визначення характеристик гравітаційного потоку зернистого матеріалу на схилі.

Результати експериментальних та аналітичних досліджень зсувного шару при низькій швидкості обертання барабана та русі завантаження без підкидання частинок, у каскадному режимі, наведено в [14-18].

Однак відомі підходи не дозволяють визначати із достатньою точністю рух зсувного шару завантаження при високих швидкостях обертання, характерних для барабанних млинів.

Формулювання цілей статті. За мету було поставлено задачу визначення характеристик зсувного потоку при русі завантаження барабана із підкиданням у змішаному або катарактному режимах.

Виклад основного матеріалу. Розглядається усталений гравітаційний рух III зсувної зони завантаження (рис. 3) товщиною *h* по плоскій поверхні I твердотільної зони довжиною l, що нахилена до горизонталі на кут α та рухається вгору зі сталою швидкістю V_0.

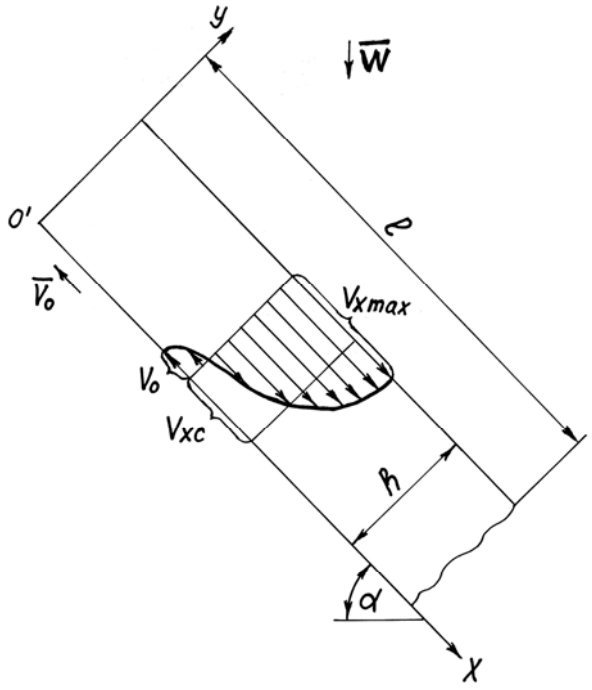

Рисунок 3 – Розрахункова схема зсувного шару

Для визначення руху зсувного шару при строгому підході можна використати систему рівнянь (1)-(5) стану сипкого середовища [19]

$$F_x - \frac{g}{\gamma}\left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}\right) = \frac{\partial V_x}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y}, \quad (1)$$

$$F_y - \frac{g}{\gamma}\left(\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x}\right) = \frac{\partial V_y}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y}., \quad (2)$$

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 = (\sigma_x + \sigma_y + 2k \cdot ctg\varphi)^2 \sin^2 \varphi, \quad (3)$$

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x-\sigma_y}=\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{V_y}{V_x}-\frac{V_x}{V_y}\right)\pm tg\varphi}{1\mp\frac{1}{2}\left(\frac{V_y}{V_x}-\frac{V_x}{V_y}\right)tg\varphi}, \qquad (5)$$

де σ_x, σ_y та $\tau_{xy}=\tau_{yx}$ – компоненти тензора напружень; V_x та V_y – дві проекції вектора швидкостей; F_x та F_y – проекції масових сил; x та y – координати; φ – кут внутрішнього тертя зернистого середовища; k – коефіцієнт зчеплення середовища; γ – об'ємна вага середовища; g – гравітаційне прискорення.

Перші два рівняння системи (1)-(5) є рівняннями руху середовища, третє рівняння є умовою граничної рівноваги, четверте – умовою суцільності середовища, п'яте виражає умову збігання напряму максимальної швидкості деформації зсування з однією із сімей ліній ковзання (активною сім'єю).

У даному випадку проекції масових сил на осі координат набувають значень:

$$F_x = W\sin\alpha,$$
$$F_y = W\cos\alpha,$$

де $W=g+a$ – уявне сумарне вертикальне прискорення шару, що спричинює його кінематичні параметри; a – уявне додаткове інерційне прискорення внаслідок зростання кінетичної енергії шару при падінні після підкидання у II зоні.

Можна ввести нові безрозмірні параметри, що позначено рисками:

$$\overline{\sigma}_x=\frac{\sigma_x}{p}, \qquad \overline{\sigma}_y=\frac{\sigma_y}{p}, \qquad \overline{\tau}_{xy}=\frac{\tau_{xy}}{p},$$

$$\overline{V}_x=\frac{V_x}{\sqrt{\frac{pg}{\gamma}}}, \qquad \overline{V}_y=\frac{V_y}{\sqrt{\frac{pg}{\gamma}}},$$

$$\overline{F}_x=\frac{F_x}{\frac{pg}{\gamma h}}, \qquad \overline{F}_y=\frac{F_y}{\frac{pg}{\gamma h}},$$

$$\overline{\chi}=\frac{h}{l}, \qquad \overline{x}=\frac{x}{l}, \qquad \overline{y}=\frac{y}{h}.$$

Тоді рівняння (1)-(5) дістають вигляду:

$$\overline{F}_x-\left(\overline{\chi}\frac{\partial\overline{\sigma}_x}{\partial\overline{x}}+\frac{\partial\overline{\tau}_{xy}}{\partial\overline{y}}\right)=\overline{\chi}\overline{V}_x\frac{\partial\overline{V}_x}{\partial\overline{x}}+\overline{V}_y\frac{\partial\overline{V}_x}{\partial\overline{y}}, \qquad (6)$$

$$\overline{F}_y - \left(\overline{\chi} \frac{\partial \overline{\sigma}_y}{\partial \overline{y}} + \frac{\partial \overline{\tau}_{yx}}{\partial \overline{x}} \right) = \overline{\chi} \overline{V}_x \frac{\partial \overline{V}_y}{\partial \overline{x}} + \overline{V}_y \frac{\partial \overline{V}_y}{\partial \overline{y}}, \tag{7}$$

$$(\overline{\sigma}_x - \overline{\sigma}_y)^2 + 4\overline{\tau}_{xy}^2 = (\overline{\sigma}_x + \overline{\sigma}_y + 2\frac{k}{p} \cdot ctg\varphi)^2 \sin^2 \varphi, \tag{8}$$

$$\overline{\chi} \frac{\partial \overline{V}_x}{\partial \overline{x}} + \frac{\partial \overline{V}_y}{\partial \overline{y}} = 0, \tag{9}$$

$$\frac{2\overline{\tau}_{xy}}{\overline{\sigma}_x - \overline{\sigma}_y} = \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{\overline{V}_y}{\overline{V}_x} - \frac{\overline{V}_x}{\overline{V}_y} \right) \pm tg\varphi}{1 \mp \frac{1}{2}\left(\frac{\overline{V}_y}{\overline{V}_x} - \frac{\overline{V}_x}{\overline{V}_y} \right) tg\varphi}. \tag{10}$$

Граничні умови на рухомій опорній поверхні шару, котрі утворено частиною завантаження у квазітвердотільному русі, полягають у тому, що проковзування шару відносно поверхні відсутнє, а вектор швидкості направлено паралельно до неї. Тоді

$$\overline{V}_x(0) = \overline{V}_0. \tag{11}$$

Граничні умови на вільній поверхні полягають у відсутності зчеплення між частинками середовища (середовище вважається ідеально сипким при $k = 0$).

Зсувний шар вважається тонким – $l>>h$. Тоді $\sigma_y>>\sigma_x$ та $\sigma_x>>\tau_{xy}$, а система рівнянь (6)-(10) набуває форми

$$\overline{F}_x = \overline{V}_y \frac{\partial \overline{V}_x}{\partial \overline{y}}, \tag{12}$$

$$\frac{\overline{V}_y}{\overline{V}_x} - \frac{\overline{V}_x}{\overline{V}_y} = -2tg\varphi. \tag{13}$$

Розв'язок (13) відносно $\overline{V}_y$ має вигляд

$$\overline{V}_y = \overline{V}_x \frac{1 - \sin\varphi}{\cos\varphi}. \tag{14}$$

Із рівняння (12) з урахуванням (14) та (11) можна одержати вираз для $\overline{V}_x$

$$\overline{V}_x = \sqrt{\left| 2\overline{F}_x \frac{\cos\varphi}{1 - \sin\varphi} \overline{y} - \overline{V}_0^2 \right|}, \tag{15}$$

де $\overline{V}_x \le 0$ при $\left(2\overline{F}_x \frac{\cos\varphi}{1 - \sin\varphi} \overline{y} - \overline{V}_0^2 \right) \le 0,$

$\overline{V}_x \ge 0$ при $\left(2\overline{F}_x \frac{\cos\varphi}{1 - \sin\varphi} \overline{y} - \overline{V}_0^2 \right) \ge 0.$

Із (15) можна визначити середню швидкість руху завантаження в зсувному шарі

$$\overline{V}_{xc} = \int_0^h \overline{V}_x\left(\overline{y}\right) d\overline{y}. \tag{16}$$

Розв'язок (16) має вигляд

$$\overline{V}_{xc} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1-\sin\varphi}{\cos\varphi}\left[\left(\left|\frac{2\overline{F}_x \cos\varphi}{1-\sin\varphi} - \overline{V}_0^2\right|\right)^{1,5} + \overline{V}_0^3\right]. \tag{17}$$

Вирази (15) та (17) в абсолютних величинах дістають вигляду:

$$V_x = \sqrt{\left|2W\sin\alpha\frac{\cos\varphi}{1-\sin\varphi}y - V_0^2\right|}, \tag{18}$$

де $V_x \le 0$ при $\left(2W\sin\alpha\frac{\cos\varphi}{1-\sin\varphi}y - V_0^2\right) \le 0$ та

$V_x \ge 0$ при $\left(2W\sin\alpha\frac{\cos\varphi}{1-\sin\varphi}y - V_0^2\right) \ge 0,$

$$V_{xc} = \frac{\left|V_0^3\right|(1-\sin\varphi)}{3hW\sin\alpha\cos\varphi}\left\{\left[\frac{2hW\sin\alpha\cos\varphi}{V_0^2(1-\sin\varphi)} - 1\right]^{1,5} + 1\right\}. \tag{19}$$

Уявне прискорення W є наперед невідомою величиною, що може змінюватись уздовж шару залежно від його кінематичних параметрів. Для визначення W можна перетворити (19)

$$V_{xc} = \frac{c}{W}\left[\left(d\cdot W - V_0^2\right)^{1,5} + \left|V_0^3\right|\right], \tag{20}$$

де $c = \frac{1-\sin\varphi}{3h\sin\alpha\cos\varphi}$, $d = \frac{2h\sin\alpha\cos\varphi}{1-\sin\varphi}$.

Розв'язок (20) відносно W має вигляд

$$W = \sqrt[3]{-\frac{L}{2} + \sqrt{f}} + \sqrt[3]{-\frac{L}{2} - \sqrt{f}} - \frac{q}{3}, \tag{21}$$

де $f = \left(-\frac{q^2}{9} + \frac{m}{3}\right)^3 + \left(\frac{L}{2}\right)^2$, $L = 2\left(\frac{q}{3}\right)^3 - \frac{qm}{3} - 2\frac{V_0^6}{d^3}$,

$$q = -\frac{1}{d^3}\left(\frac{V_{xc}^2}{c^2} + 3d^2V_0^2\right),\ m = \frac{1}{d^3}\left(2\frac{V_{xc}}{c}\left|V_0^3\right| + 3dV_0^4\right).$$

Висновок. Таким чином, виходячи із значень φ, α, h, V_0 та V_{xc}, що характеризують умови руху шару, можна знайти параметри зсувного потоку у такій послідовності: з (21) визначити W, а потім за допомогою (18) розрахувати $V_x(y)$.

ЛІТЕРАТУРА

1. Перов В.А. Дробление, измельчение и грохочение полезных ископаемых / В.А. Перов, Е.Е. Андреев, Л.Ф. Биленко. – М.: Недра, 1990. – 301 с.

2. Науменко Ю.В. Псевдоожижение шаровой внутрикамерной загрузки трубной мельницы / Ю.В. Науменко // Вестн. БГТУ им. В.Г.Шухова. – 2005. – № 11. – С. 189–192.

3. Науменко Ю.В. Візуалізація руху внутрішньокамерного завантаження барабанного млина / Ю.В. Науменко, А.В. Гуз // Вісн. Нац. ун-ту водн. госп-ва та природокористування. – Рівне: НУВГП, 2006. – Вип. 1(33). – С. 141–148.

4. Борщев В.Я. «Температура» зернистой среды и физические эффекты взаимодействия частиц при быстром сдвиговом течении зернистых материалов / В.Я. Борщев, В.Н. Долгунин // Изв. вузов. Химия и хим. технология. – 2007. – Т. 50, вып. 8. – С. 78–82.

5. Гудмен М. Две задачи о гравитационном течении гранулированных материалов / М. Гудмен, С. Коуин : пер. с англ. // Механика гранулированных сред: теория быстрых движений. – М.: Мир, 1985. – С. 64–85.

6. Сэвидж С. Гравитационное течение несвязных гранулированных материалов в лотках и каналах / С. Сэвидж: пер. с англ. // Механика гранулированных сред: теория быстрых движений. – М.: Мир, 1985. – С. 86–146.

7. Savage S.B. The stress tensor in a granular flow at high shear rates / S.B. Savage , D.J. Jeffrey // J. Fluid Mech. – 1981. – V. 110. – P. 255–272.

8. Savage S.B. Granular flows down rough inclines-review and extension / S.B. Savage // Mechanics of granular material. – Amsterdam: Elsevier Science Publishers, 1983. – P. 261–282.

9. Jenkins J.T. Theories for flowing granular materials / J.T. Jenkins, S.B. Savage // J. Fluid Mech. – 1983. – V. 130. – P. 187–200.

10. Ряжских В.И. Стационарное гравитационное движение сыпучей среды / В.И. Ряжских, Ю.В. Чернухин // Теорет. основы хим. технологии. – 2000. – Т. 34, № 5. – С. 553–554.

11. Долгунин В.Н. Закономерности быстрого гравитационного течения зернистой среды / В.Н. Долгунин, В.Я. Борщев, П.А. Иванов // Теорет. основы хим. технологии. – 2005. – Т. 39, № 5. – С. 579–585.

12. Долгунин В.Н. Кинетические закономерности сегрегации при быстром гравитационном течении зернистых материалов / В.Н. Долгунин, А.А. Уколов, О.О. Иванов // Теорет. основы хим. технологии. – 2006. – Т. 40, № 4. – С. 423–435.

13. Борщев В.Я. Феноменологический анализ взаимодействия неэластичных несвязных частиц в быстром гравитационном потоке /

В.Я. Борщев, В.Н. Долгунин, П.А. Иванов // Теорет. основы хим. технологии. – 2008. – Т. 42, № 3. – С. 343–347.

14. Bonamy D. Experimental study of granular surface flows via a fast camera: A continuous description / D. Bonamy, F. Daviaud, L. Laurent // Phys. Fluids. – 2002. – Vol. 14, № 5. – P. 1666–1673.

15. Solids motion in rolling mode rotating drums operated at low and medium rotational speeds / Y.L. Ding, J.P.K. Seville, R. Forster, D.J. Parker // Chem. Engng. Science. – 2001. – Vol. 56. – P. 1769–1780.

16. Longo S. Granular streams rheology and mechanics / S. Longo, A. Lamberti // Phys. and Chem. of the Earth. Part B: Hydrology, Oceans and Atmosphere. – 2000. – Vol. 25, № 4. – P. 375–380.

17. Longo S. Grain shear flow in a rotating drum / S. Longo, A. Lamberti // Experiments in Fluids. – 2002. – Vol. 32, № 3. – P. 313–325.

18. Orpe A.V. Scaling relations for granular flow in quasi-two-dimensional rotating cylinders / A.V. Orpe, D.V. Khakar // Phys. Review E. – 2001. – Vol. 64, № 031302. – P. 1–13.

19. Гениев Г.А. Динамика пластической и сыпучей сред / Г.А. Гениев, М.И. Эстрин. – М.: Стройиздат, 1972. – 216 с.