

## ОЦІНКА ЛІНЕАРИЗАЦІЇ ФУНКЦІЇ НАДІЙНОСТІ СТАЛЕВОГО МАГІСТРАЛЬНОГО ТРУБОПРОВОДУ

*Показано можливість лінеаризації функції надійності сталевих магістрального трубопроводу для плоского напруженого стану за параметрами величини внутрішнього тиску та перепаду температур трубопроводу.*

**Ключові слова:** магістральний трубопровід, лінеаризація функції, функція надійності.

*Показана возможность линеаризации функции надежности стального магистрального трубопровода для плоского напряженного состояния по параметрам величины внутреннего давления и перепада температур трубопровода.*

*Possibility of function reliability linearization of steel main pipeline is shown for the two-dimensional stress tense state on the parameters of value of pressure and due to temperature of pipeline.*

**Постановка проблеми.** На сучасному етапі розвитку розрахунків металевих конструкцій актуальною є задача розрахунку магістральних трубопроводів. Одним із шляхів удосконалення цих розрахунків є застосування принципів теорії надійності.

**Аналіз останніх досліджень.** Останнім часом проблемою визначення оцінки надійності різних металевих конструкцій займалася низка авторів: В.В. Болотін [2], Ю.К. Беляєв [5], А.В. Перельмутер [6], С.Ф. Пічугін [7]. Зокрема питання надійності сталевих магістральних трубопроводів розглянуто у статті [6].

**Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми.** У наведених вище статтях не показана оцінка лінеаризації використовуваних залежностей. Оскільки неточність апроксимації на частині проміжку зміни випадкової величини може значним чином впливати на загальний підрахунок надійності, оцінювання точності лінеаризації в кожному окремому випадку є важливим завданням.

**Формулювання цілей статті.** Метою статті є оцінювання точності можливості лінійної апроксимації функції надійності сталевих магістрального трубопроводу.

**Виклад основного матеріалу.** Оцінювання надійності магістрального трубопроводу здійснюватимемо на основі аналізу резерву міцності, який будемо визначати з умови

$$\tilde{Y} = \tilde{R} - \tilde{S} = \tilde{R}_y - \tilde{\sigma}_i \geq 0, \quad (1)$$

де  $\tilde{R}_y$  – випадкова величина опору сталі трубопроводу;

$\tilde{\sigma}_i$  – випадкова величина напружень від зовнішнього навантаження і впливів об’ємного напружено-деформованого стану трубопроводу.

Розрахунковими випадковими величинами, отже, є опір сталі трубопроводу  $\tilde{R}_y$ , внутрішній тиск у напірному магістральному трубопроводі  $\tilde{p}$ , перепад температури трубопроводу  $\Delta\tilde{t}$ .

Вираз для випадкових напружень має вигляд [4,10]

$$\tilde{\sigma}_i(\tilde{p}, \Delta\tilde{t}) = \sqrt{\left(\frac{n\tilde{p}D_{\text{вн}}}{2\delta}\right)^2 + \left(\mu\frac{n\tilde{p}D_{\text{вн}}}{2\delta} - \alpha E\Delta\tilde{t}\right)^2} - \frac{n\tilde{p}D_{\text{вн}}}{2\delta} \left(\mu\frac{n\tilde{p}D_{\text{вн}}}{2\delta} - \alpha E\Delta\tilde{t}\right). \quad (2)$$

Таким чином, функція надійності для сталевих магістральних трубопроводів має вигляд

$$\tilde{Y}(\tilde{R}_y, \tilde{p}, \Delta\tilde{t}) = \tilde{R}_y - \sqrt{\left(\frac{n\tilde{p}D_{\text{вн}}}{2\delta}\right)^2 + \left(\mu\frac{n\tilde{p}D_{\text{вн}}}{2\delta} - \alpha E\Delta\tilde{t}\right)^2} - \frac{n\tilde{p}D_{\text{вн}}}{2\delta} \left(\mu\frac{n\tilde{p}D_{\text{вн}}}{2\delta} - \alpha E\Delta\tilde{t}\right). \quad (3)$$

Розглянемо для прикладу прямолінійну ділянку сталевого магістрального підземного трубопроводу діаметром 1020 мм (IV категорія) для перекачування нафтопродуктів, на який відсутні зовнішні впливи, пов’язані із частковим прогином труби та нерівномірним осіданням основи.

Робочий внутрішній тиск на розглядуваній ділянці згідно зі статистичними даними має нормальний закон розподілу з математичним очікуванням  $\bar{p} = 7$  МПа і середньоквадратичним відхиленням  $\hat{\delta} = 1\bar{p}$

Зміна температури трубопроводу в загальному випадку має сезонний характер, який достатньою мірою не досліджено. Проте для нафтопроводів, котрі прокладаються на глибині більше 1,8 м, можна вважати, що температура труби внаслідок взаємної теплопередачі залежить від температури рідини, яку перекачують, і може технологічно підтримуватися на певному рівні [1].

Із врахуванням висунутої гіпотези можливо стверджувати, що відхилення від середньої температури перекачуваної рідини, а отже, і самого трубопроводу має випадковий характер. Із цих міркувань для опису характеру стохастичності випадкової величини зміни температури достатньо знати математичне очікування і стандарт.

За прийнятими вихідними даними ці параметри відповідно рівні

- математичне очікування  $\bar{\Delta t} = 50$  °С;
- середньоквадратичне відхилення  $\hat{\Delta t} = 5$  °С.

Матеріалом трубопроводу є сталь марки 17Г1С-Т із математичним очікуванням опору  $\bar{R}_1 = 589$  МПа і розрахунковим опором за методикою СНиП 2.05.06-85 [9]  $R_1 = 379$  МПа.

Коефіцієнт варіації для трубних сталей рівний  $V_R = 0,1$ , що визначає стандарт для розглядуваної сталі  $\hat{R} = 54,14$  МПа.

Детерміновані показники трубопроводу відповідно до вихідних даних є такими:

- модуль деформацій  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа;
- коефіцієнт Пуассона  $\mu = 0,3$ ;
- коефіцієнт лінійного температурного розширення  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ;
- внутрішній діаметр  $D_{\text{вн}} = 0,998$  м;
- товщина трубопроводу  $\delta = 11$  мм.

Функція надійності для сталевих магістральних трубопроводів в аналітичному вигляді, який описується формулою (1), має достатньо складний для аналізу й обрахунків вигляд відносно змінних  $\tilde{p}$  та  $\tilde{\Delta t}$ .

З іншого боку, як показує практика застосування теорії надійності в практичних розрахунках, більшість залежностей функцій надійності можуть бути лінеаризовані з достатнім ступенем забезпеченості результатів розрахунків за спрощеною методикою.

Перевіримо можливість використання лінеаризованої функції надійності для розрахунків у нашому випадку. Оскільки залежність  $\tilde{Y} \sim \tilde{R}_y$  є лінійною, то достатнім є дослідження функції (3) за змінними  $\tilde{p}$  та  $\tilde{\Delta t}$ .

**Оцінка точності у напрямі координати  $p$ .** Виконаємо лінеаризацію залежності (3) за допомогою формули Тейлора, розклавши функцію надійності у степеневий ряд відносно внутрішнього тиску  $p$  у точці з абсцисою  $p = \bar{p}$ . За формулою Тейлора, для двох перших членів

$$Y_{\text{лин}} = Y(\bar{p}) + \frac{p - \bar{p}}{1!} \cdot Y'(\bar{p}). \quad (4)$$

Обчислимо частинну похідну від функції надійності за тиском

$$\left. \frac{\partial Y}{\partial p} \right|_{p=\bar{p}} = - \frac{1}{2 \sqrt{\left( \frac{n\bar{p}D_{\text{вн}}}{2\delta} \right)^2 + \left( \mu \frac{n\bar{p}D_{\text{вн}}}{2\delta} - \alpha E \Delta \bar{t} \right)^2}} \times \left[ 2 \left( \frac{n\bar{p}D_{\text{вн}}}{2\delta} \right) \cdot \frac{nD_{\text{вн}}}{2\delta} + 2 \left( \mu \frac{n\bar{p}D_{\text{вн}}}{2\delta} - \alpha E \Delta \bar{t} \right) \cdot \mu \frac{nD_{\text{вн}}}{2\delta} - \frac{nD_{\text{вн}}}{2\delta} \left( \mu \frac{n\bar{p}D_{\text{вн}}}{2\delta} - \alpha E \Delta \bar{t} \right) - \frac{n\bar{p}D_{\text{вн}}}{2\delta} \cdot \mu \frac{nD_{\text{вн}}}{2\delta} \right]. \quad (5)$$

Підставивши відповідні вихідні дані у вираз (5), отримаємо  $Y'(\bar{p}) = -42,11$  МПа/МПа.

Значення функції надійності у точці  $(\bar{R}_y, \bar{p}, \bar{\Delta t})$

$$Y(\bar{R}_y, \bar{p}, \bar{\Delta t}) = 204,7 \text{ МПа.}$$

Таким чином, лінеаризована функція надійності має вигляд (у МПа)

$$Y_{\text{лин}} = 204,7 - 42,11 \cdot (p - 7). \quad (6)$$

Тому за правилом трьох сигм порівняння лінеаризованої залежності з вихідною функцією будемо проводити у межах інтервалу  $p \in [4 \text{ МПа}; 10 \text{ МПа}]$ .

Порівняння будемо виконуватимемо у табличному вигляді (таблиця 1) із використанням табличного процесора «MS Excel 2003».

**Таблиця 1 – Оцінка точності лінеаризації функції надійності за внутрішнім тиском**

$p$	$nD_{вн}/2\delta$	$\mu(nD_{вн}/2\delta)p - \sigma E \Delta t$	$Y$	$Y_{лін}$	$\Delta Y$	$\Delta Y^2$	$[Y - Y(7)]^2$
4	49,9	-25,54	327,8813	331,0652	-3,1839	10,13723	15414,8
5	49,9	-8,075	287,76607	288,9512	-1,18514	1,404568	7062,913
6	49,9	9,39	246,58283	246,8372	-0,25441	0,064725	1836,799
7	49,9	26,855	<b>204,72326</b>	<b>204,7233</b>	0	0	0,996639
8	49,9	44,32	162,4114	162,6093	-0,19787	0,039154	1706,808
9	49,9	61,785	119,78341	120,4953	-0,71189	0,506785	7046,181
10	49,9	79,25	76,926306	78,38131	-1,45501	2,117045	16077,89
Yсер=			<b>203,7</b>		сума=	<b>14,26951</b>	<b>49146,39</b>

Порівняльні графіки лінеаризованої функції та вихідної залежності зображено на рис. 1.

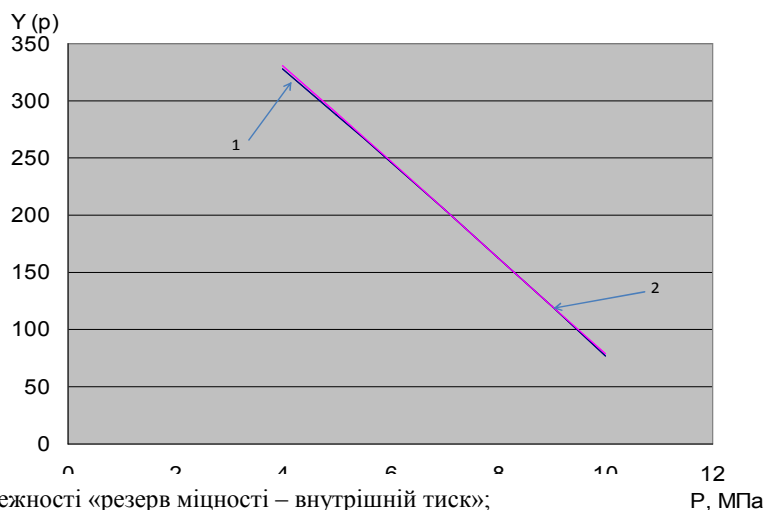


Рис. 1. Лінеаризація залежності «резерв міцності - внутрішній тиск» у точці  $p=7$  МПа

В якості критерію для порівняння приймемо параметр точності апроксимації  $R^2$ , який, зокрема, використовується в математичному апараті табличного процесора «MS Excel 2003».

Для даного випадку цей параметр рівний  $R^2 = 0,99971$ , що є показником достатньої точності, як і підтверджується аналізом рис. 1.

Отже, функція надійності (3) може бути лінеаризована залежністю (6) на ділянці ймовірної зміни величини внутрішнього тиску  $p$ .

**Оцінка точності у напрямі координати  $\Delta t$ .** Виконаємо лінеаризацію залежності (3) за допомогою формули Тейлора, розклавши функцію надійності у степеневий ряд відносно внутрішнього тиску  $\Delta t$  у точці з абсцисою  $\Delta t = \overline{\Delta t}$ . За формулою Тейлора, для двох перших членів

$$Y_{\text{лін}} = Y(\Delta\bar{t}) + \frac{\Delta t - \Delta\bar{t}}{1} \cdot Y'(\Delta\bar{t}). \quad (7)$$

Обчислимо частинну похідну від функції надійності за тиском

$$\left. \frac{\partial Y}{\partial \Delta t} \right|_{\Delta t = \Delta\bar{t}} = - \frac{1}{2 \sqrt{\left( \frac{n\bar{p}D_{\text{вн}}}{2\delta} \right)^2 + \left( \mu \frac{n\bar{p}D_{\text{вн}}}{2\delta} - \alpha E \Delta\bar{t} \right)^2}} \cdot \frac{n\bar{p}D_{\text{вн}}}{2\delta} \left( \mu \frac{n\bar{p}D_{\text{вн}}}{2\delta} - \alpha E \Delta\bar{t} \right) \times \left[ 2 \left( \mu \frac{n\bar{p}D_{\text{вн}}}{2\delta} - \alpha E \Delta\bar{t} \right) \cdot (-\alpha E) + \frac{n\bar{p}D_{\text{вн}}}{2\delta} \cdot \alpha E \right]. \quad (8)$$

Підставивши відповідні вихідні дані у вираз (8), отримаємо

$$Y'(\Delta\bar{t}) = -0,84 \text{ МПа/}^\circ\text{C}.$$

Значення функції надійності у точці  $(\bar{R}_y, \bar{p}, \Delta\bar{t})$

$$Y(\bar{R}_y, \bar{p}, \Delta\bar{t}) = 204,7 \text{ МПа}.$$

Таким чином, лінеаризована функція надійності має вигляд (у  $^\circ\text{C}$ )

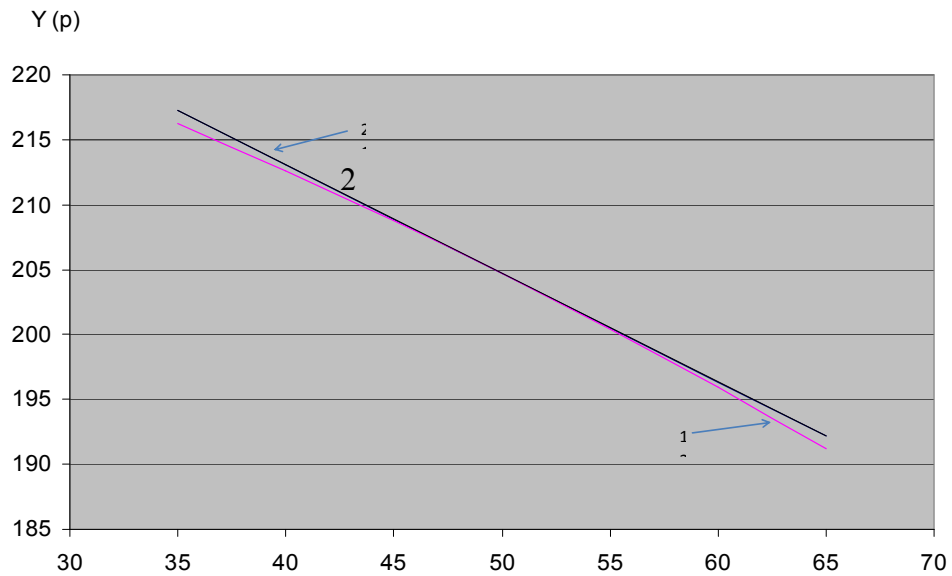
$$Y_{\text{лін}} = 204,7 - 0,8376 \cdot (\Delta t - 50). \quad (9)$$

Порівняння лінеаризованої залежності із вихідною будемо здійснювати у межах інтервалу  $\Delta t \in [35^\circ\text{C}, 65^\circ\text{C}]$  у табличному вигляді (таблиця 2) із використанням табличного процесора «MS Excel 2003».

**Таблиця 2 – Оцінка точності лінеаризації функції надійності за зміною температури**

$\Delta t$	$n\bar{p}D_{\text{вн}}/2\delta$	$\mu(n\bar{p}D_{\text{вн}})/2\delta - \alpha E \Delta t$	Y	Y <sub>лін</sub>	$\Delta Y$	$\Delta Y^2$	$[Y - Y(7)]^2$
35	349,3	55,475	216,2684	217,2869	-1,0185	1,037352	143,5586
40	349,3	45,935	212,6517	213,099	-0,44729	0,20007	69,97189
45	349,3	36,395	208,8007	208,9111	-0,11047	0,012204	20,37487
50	349,3	26,855	204,7233	<b>204,7233</b>	0	0	0,190477
55	349,3	17,315	200,4276	200,5354	-0,10776	0,011612	14,89349
60	349,3	7,775	195,9219	196,3475	-0,4256	0,181139	69,97225
65	349,3	-1,765	191,2142	192,1596	-0,94543	0,893839	170,8943
		Y <sub>сер</sub> =	<b>204,3</b>		сумм=	<b>2,336215</b>	<b>489,8559</b>

Порівняльні графіки лінеаризованої функції та вихідної залежності зображено на рис. 2.



- 1 – графік залежності «резерв міцності – перепад температури»;  
 2 – лінеаризована залежність «резерв міцності – перепад температури»

Рис. 2. Лінеаризація залежності «резерв міцності – перепад температури» у точці  $\Delta t = 50^\circ\text{C}$

Параметр точності апроксимації в цьому випадку

$$R^2 = 0,995, \quad (10)$$

який є показником достатньої точності, що також підтверджується аналізом рис. 2.

Отже, функція надійності (3) може бути лінеаризована залежністю (9) на ділянці ймовірної зміни величини зміни температури  $\Delta t$ .

Оскільки функція надійності може бути лінеаризована за параметрами  $\tilde{p}$  та  $\tilde{\Delta t}$  в розглядуваних межах їх зміни, то статистичні параметри цієї функції можна обчислювати за таким простими формулами:

– математичне очікування

$$\bar{Y} = Y(\bar{R}_y, \bar{p}, \bar{\Delta t});$$

– стандарт

$$\hat{Y} = \sqrt{A_1^2 \hat{R}^2 + A_2^2 \hat{p}^2 + A_3^2 (\hat{\Delta t})^2},$$

$$\text{де } A_1 = \left. \frac{\partial Y}{\partial R} \right|_{R=\bar{R}}, \quad A_2 = \left. \frac{\partial Y}{\partial p} \right|_{p=\bar{p}}, \quad A_3 = \left. \frac{\partial Y}{\partial (\Delta t)} \right|_{\Delta t=\bar{\Delta t}}.$$

Відповідно і характеристику безпеки, яка визначає параметр надійності, можна легко підрахувати за формулою [5, 7]

$$\beta = \frac{\bar{Y}}{\hat{Y}}. \quad (11)$$

**Висновки та перспективи подальших досліджень.** Представлений у даній статті аналіз точності лінеаризації функції надійності показав можливість застосування лінійних залежностей для визначення статистичних параметрів функції надійності сталого магістрального трубопроводу. Отримані результати математично підтверджують широке застосування лінійних залежностей у задачах надійності та можуть слугувати підґрунтям для подальшого розвитку теорії розрахунку магістральних трубопроводів

#### *Література*

1. Айбиндер А.Б. Расчет магистральных и промышленных трубопроводов на прочность и устойчивость: справочное пособие. / А.Б. Айбиндер. – М.: Недра, 1991. – 287 с.
2. Болотин В.В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. / В.В. Болотин; 2-е изд., доп. – М.: Стройиздат, 1982. – 351 с.
3. ДБН В.1.2.-2:2006 Система надійності та безпечності у будівництві. Навантаження і впливи. – К., 2006. – 100 с.
4. Зима О.Є. Розрахунок конструкцій сталевих магістральних трубопроводів./ О.Є. Зима // Збірник магістерських робіт будівельного факультету ПолтНТУ. – Полтава: ПолтНТУ, 2009, – С. 20 – 22.
5. Надежность технических систем: справочник/Ю.К. Беляев, В.А. Богатырев, В.В. Болотин; под ред. И.А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1985. – 608 с.
6. Перельмутер А.В. Избранные проблемы надежности и безопасности строительных конструкций. / А.В. Перельмутер. – К.: Изд-во УкрНИИпроектстальконстр, 1999. – 212 с.
7. Пичугин С.Ф. Надежность стальных конструкций производственных зданий: монография. / С.Ф. Пичугин. – Полтава: ООО "АСМИ", 2009. – 452 с.
8. Пичугін С.Ф. Питання імовірного розрахунку сталевих підземних трубопроводів. / С.Ф. Пичугін, А.В. Махінько // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. пр. Вип. 9. – Рівне: УДУВГП, 2003. – С. 90 – 96.
9. СНиП 2.05.06-85. Магистральные трубопроводы / Госстрой СССР. –М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1988. – 52 с.
10. Царинник О.Ю. Металеві конструкції. Спецкурс: навчальний посібник./ О.Ю. Царинник – Л.: Вид - во «Бескид Біт», 2004. – 304 с.

Надішло до редакції 11.09.2009

С.Ф. Пичугін, О.Є. Зима