

РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ МІЦНОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ У НОРМАЛЬНОМУ ПЕРЕРІЗІ НА ОСНОВІ ДВОЛІНІЙНИХ ДІАГРАМ СТАНУ БЕТОНУ ТА АРМАТУРИ

Запропоновані методики розрахунку міцності та підбору арматури у нормальному перерізі залізобетонних елементів на основі нелінійної деформаційної моделі із застосуванням дволінійних діаграм стану бетону та арматури, що приведені до алгоритму розрахунку СНиП 2.03.01-84.

Ключові слова: методика, розрахункова схема, рівняння, залежність.

Предложены методики расчета прочности и подбора арматуры в нормальном сечении железобетонных элементов на основе нелинейной деформационной модели с применением двухлинейных диаграмм состояния бетона и арматуры, которые приведены к алгоритму расчета СНиП 2.03.01-84.

Ключевые слова: методика, расчетная схема, уравнение, зависимость.

The methods of calculation of strength and amount of reinforcement in the normal section of reinforced concrete elements are offered on the base of nonlinear deformation model with use of two-linear stress-strain diagrams of concrete and reinforcement. The methods are reduced to the algorithm of calculation of СНиП 2.03.01-84.

Key words: method, design scheme, equation, dependence.

Постановка проблеми. Уведення нового ДБН В.2.6-98:2009 [1] із проектування бетонних і залізобетонних конструкцій пов'язано з упровадженням у розрахунки нелінійної деформаційної моделі, котра базується на апроксимаціях діаграм стану бетону та арматури. Нові норми до використання пропонують не тільки криволінійні апроксимації діаграми деформування бетону, а також спрощені дволінійні діаграми. При цьому кількість пропозицій щодо реалізації деформаційної методики розрахунку в інженерних розрахунках обмежена.

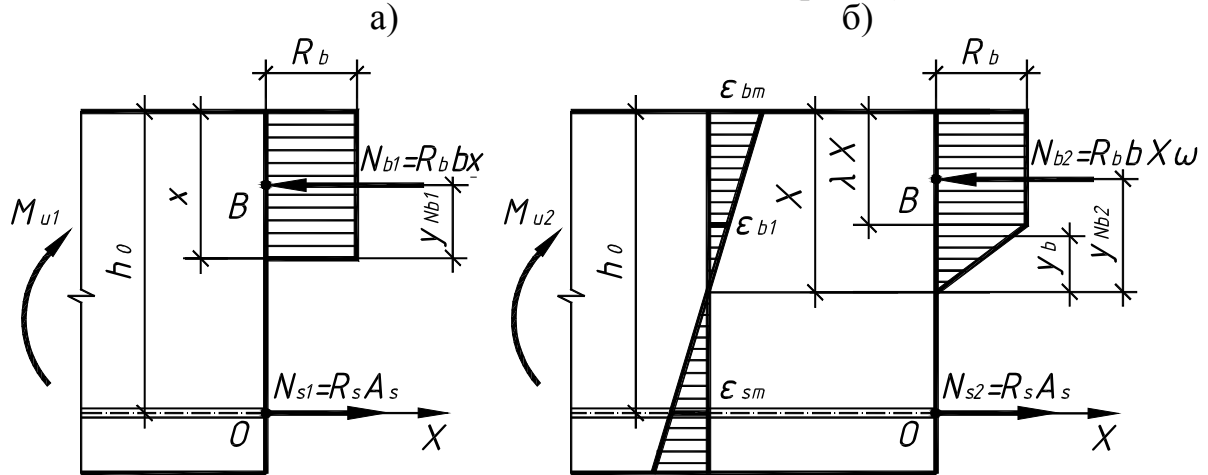
Аналіз останніх досліджень і публікацій. У роботах [3 – 5] та інших в якості розрахункових діаграм стану бетону й арматури розглядаються дволінійні діаграми, при цьому оцінювати міцність залізобетонних елементів пропонується з використанням ітераційного пошуку. Аналіз робіт [6 – 8] показав, що розрахунок міцності на основі дволінійних діаграм деформування матеріалів можна привести до аналітичних формул. Як свідчать роботи [9 – 10], розрахунок за нелінійною деформаційною моделлю на основі застосування дробово-раціональної апроксимації діаграми стану бетону можливо здійснити за загальновідомим алгоритмом, викладеним у СНиП 2.03.01-84. Використовуючи запропоновану концепцію, подібний перехід можна реалізувати при застосуванні дволінійних діаграм стану бетону та арматури, підтвердивши загальність вихідної нелінійної деформаційної моделі. Можливість такого синтезу нелінійної деформаційної моделі на основі дволінійних діаграм стану матеріалів і методики розрахунку за СНиП 2.03.01-84 поки що не досліджувалась.

Нерозв'язаним є завдання приведення методик розрахунку за нелінійною деформаційною моделлю до алгоритму та структури розрахунку

за СНиП 2.03.01-84 [2], який є достатньо апробованим на практиці й зручним у застосуванні.

Метою роботи є розроблення методик розв'язання задач із перевірки несучої здатності та підбору арматури у нормальному перерізі залізобетонних елементів на основі поєднання деформаційної моделі з розрахунком за СНиП 2.03.01-84 без зміни його алгоритму й структури.

Виклад основного матеріалу. Для розв'язання поставленого завдання використані розрахункові схеми зусиль і напружень у нормальному перерізі залізобетонних елементів, що зазнають згинання (рис. 1).



Ри

суюнок 1 – Розрахункові схеми нормального перерізу залізобетонного елемента:
а) за СНиП 2.03.01-84; б) за деформаційною моделлю

Відповідно до обох розрахункових схем (рис. 1) записані загальні рівняння рівноваги:

$$\sum X = 0: N_s - N_b = 0; \quad (1)$$

$$\sum M_B = 0: M - N_s (h_0 - X + y_{N_b}) = 0; \quad (2)$$

$$\sum M_O = 0: M - N_b (h_0 - X + y_{N_b}) = 0, \quad (3)$$

де N_s , N_b – рівнодійні напружень відповідно в розтягнутій арматурі та в бетоні стиснутої зони; h_0 , X , y_{N_b} – відповідно робоча висота перерізу, висота стиснутої зони бетону й відстань від нейтральної лінії до точки прикладання рівнодійної N_b напружень стиску в бетоні; M_u – значення згинального моменту від дії зовнішніх зусиль у момент вичерпання міцності залізобетонного елемента в нормальному перерізі.

Для першої розрахункової схеми (рис. 1, а) при прямокутній формі епюри напружень у бетоні стиснутої зони рівняння рівноваги (1 – 3) у результаті перетворень приведені до вигляду:

$$R_s A_s = R_b b x = R_b b h_0 \xi; \quad (4)$$

$$M_{u1} = R_s A_s h_0 (1 - 0,5 \xi) = R_s A_s h_0 \zeta; \quad (5)$$

$$M_{u1} = R_b b h_0^2 \xi (1 - 0,5 \xi) = R_b b h_0^2 \alpha_m, \quad (6)$$

де $\xi = x/h_0$; $\zeta = 1 - 0,5 \xi$; $\alpha_m = \xi (1 - 0,5 \xi)$.

Для отримання аналогічних залежностей для другої розрахункової схеми (рис. 1, б) за умови використання дволінійної епюри напружень у бетоні стиснутої зони прийняті такі передумови.

У якості розрахункової діаграми стану бетону використана дволінійна діаграма [1], що описується залежностями:

$$\text{при } 0 \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{b1} \quad \sigma_b = E_b \cdot \varepsilon_b; \quad (7)$$

$$\text{при } \varepsilon_{b1} \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{bu} \quad \sigma_b = R_b, \quad (8)$$

де $\varepsilon_{b1} = R_b/E_b$ – відносні деформації на межі умовно пружної роботи бетону; ε_{bu} – граничні відносні деформації бетону.

На основі гіпотези плоских перерізів (записаної у вигляді $\varepsilon_b = y_b \varepsilon_{b1}/(X - \lambda X)$, де $\lambda = 1 - \varepsilon_{b1}/\varepsilon_{bm}$ – рівень пластичності бетону) із залежностей (5) – (6) отримано закон $\sigma_b = f(y_b)$ розподілу напружень у бетоні по стиснутій зоні:

$$\text{при } 0 < y_b \leq X - \lambda X \quad \sigma_b = \frac{R_b y_b}{X - \lambda X}; \quad (9)$$

$$\text{при } X - \lambda X < y_b \leq X \quad \sigma_b = R_b. \quad (10)$$

З використанням залежностей (9) – (10) визначені зусилля N_{b2} у бетоні стиснутої зони та координата точки його прикладання $y_{N_{b2}}$ (рис. 1, б):

$$N_{b2} = \int_0^b dx \int_0^{X-\lambda X} \sigma_b dy + \int_0^b dx \int_{X-\lambda X}^X \sigma_b dy = R_b b X \omega; \quad (11)$$

$$S_{bx2} = \int_0^b dx \int_0^{X-\lambda X} \sigma_b y dy + \int_0^b dx \int_{X-\lambda X}^X \sigma_b y dy = R_b b X^2 \varphi; \quad (12)$$

$$y_{N_{b2}} = \frac{S_{bx2}}{N_{b2}} = X \frac{\varphi}{\omega}, \quad (13)$$

де ω , φ – відповідно функції повноти епюри напружень у бетоні й відносного значення координати точки прикладання зусилля N_{b2} , що визначаються за формулами, отриманими в результаті інтегрування:

$$\omega = \frac{1 + \lambda}{2}, \quad (14)$$

$$\varphi = \frac{2 + 2\lambda - \lambda^2}{6}. \quad (15)$$

На основі розрахункової схеми з дволінійною епюрою напружень у бетоні стиснутої зони (рис. 1, б) з рівнянь рівноваги (1) – (3) одержані такі залежності:

$$R_s A_s = R_b b \omega X = R_b b h_0 \omega \bar{\xi}; \quad (16)$$

$$M_{u2} = R_s A_s h_0 (1 - \gamma \bar{\xi}) = R_s A_s \bar{\zeta}; \quad (17)$$

$$M_{u2} = R_b b h_0^2 \omega \bar{\xi} (1 - \gamma \bar{\xi}) = R_b b h_0^2 \bar{\alpha}_m, \quad (18)$$

де $\bar{\xi} = X/h_0$; $\bar{\zeta} = 1 - \gamma \bar{\xi}$; $\bar{\alpha}_m = \bar{\xi} \omega (1 - \gamma \bar{\xi})$; $\gamma = 1 - \varphi/\omega$.

З аналізу залежностей (4) – (6) та (16) – (18) отримано, що $X = x/\omega$, тоді

$$\bar{\xi} = \xi \omega; \quad (19)$$

$$\bar{\zeta} = \zeta \frac{1 - \chi \xi}{1 - 0,5 \bar{\xi}}; \quad (20)$$

$$\bar{\alpha}_m = \alpha_m \frac{1 - \chi \xi}{1 - 0,5 \bar{\xi}}, \quad (21)$$

де $\chi = (\omega - \varphi)/\omega^2$.

Параметри ω і χ визначаються відповідно до критерію руйнування при $\varepsilon_{bm} = \varepsilon_{bu}$ залежно від деформацій ε_{b1} та ε_{bu} , які згідно з проектом нового нормативного документа з проектування бетонних і залізобетонних конструкцій ДБН В.2.6-98:2009 [1] нормуються для кожного класу бетону. На основі даних [1] за формулами (9) – (18) отримані значення параметрів ω та χ залежно від класу бетону (табл. 1).

Таблиця 1 – Значення параметрів $\lambda, \omega, \varphi, \gamma, \chi$ залежно від класу бетону

Клас бетону	λ	ω	φ	γ	χ
B8/10	0,858	0,929	0,497	0,465	0,501
B12/15	0,844	0,922	0,496	0,462	0,501
B16/20	0,820	0,910	0,495	0,457	0,502
B20/25	0,797	0,898	0,493	0,451	0,502
B25/30	0,773	0,887	0,491	0,446	0,503
B30/35	0,743	0,871	0,489	0,439	0,504
B32/40	0,708	0,854	0,486	0,431	0,505
B35/45	0,661	0,831	0,481	0,421	0,507
B40/50	0,628	0,814	0,477	0,414	0,509
B45/55	0,584	0,792	0,471	0,405	0,511
B50/60	0,529	0,765	0,463	0,394	0,516

Таким чином, розрахунок міцності залізобетонних елементів на основі нелінійної деформаційної моделі з використанням дволінійних діаграм стану бетону й арматури зводиться до алгоритму зі структурою формул за СНиП 2.03.01-84.

Перевірка міцності залізобетонних елементів прямокутного перерізу з одиночною арматурою виконується за рівнянням (17) залежно від $\xi = x/h_0 = R_s A_s / R_b b h_0$. За значенням ξ визначається величина $\bar{\xi}$ та перевіряється умова $\bar{\xi} \leq \bar{\xi}_R$, де згідно з роботою [11]

$$\bar{\xi}_R = \frac{\varepsilon_{bu} E_s}{\varepsilon_{bu} E_s + R_s} \quad (22)$$

Таблиця 2 – Значення параметрів $\bar{\xi}, \bar{\zeta}, \bar{\alpha}_m$ для заданих величин ξ

ξ	$\bar{\xi}$			$\bar{\zeta}$			$\bar{\alpha}_m$		
	B8/10	B30/35	B50/60	B8/10	B30/35	B50/60	B8/10	B30/35	B50/60
0,010	0,011	0,011	0,013	0,995	0,995	0,994	0,010	0,010	0,010
0,100	0,108	0,115	0,131	0,950	0,947	0,939	0,095	0,095	0,094
0,200	0,215	0,230	0,261	0,900	0,893	0,878	0,180	0,179	0,176
0,300	0,323	0,344	0,392	0,850	0,840	0,818	0,255	0,252	0,245
0,400	0,431	0,459	0,523	0,800	0,786	0,757	0,320	0,315	0,303
0,500	0,538	0,574	0,654	0,750	0,733	0,696	0,375	0,367	0,348
0,600	0,646	0,689	0,784	0,700	0,680	0,635	0,420	0,408	0,381
0,700	0,753	0,804	0,915	0,650	0,626	0,575	0,455	0,438	0,402
0,800	0,861	0,918	1,046	0,600	0,573	0,514	0,480	0,458	0,411
0,900	0,969	1,033	1,176	0,550	0,520	0,453	0,495	0,468	0,408
1,000	1,076	1,148	1,307	0,499	0,466	0,392	0,499	0,466	0,392

Для зручності виконання обчислень для деяких класів бетону визначені параметри $\bar{\xi}$, $\bar{\zeta}$, $\bar{\alpha}_m$ (табл. 2).

Підбір арматури за умови $\bar{\xi} \leq \bar{\xi}_R$ здійснюється з використанням рівнянь (17) – (18) і даних табл. 2.

Висновки. Отримані залежності свідчать, що при розрахунку міцності залізобетонних елементів за нелінійною деформаційною моделлю на основі дволінійних діаграм деформування бетону та арматури алгоритм методики розрахунку СНиП 2.03.01-84 можна використовувати без змін, увівши в її формули замість коефіцієнтів ξ , ζ , α_m уточнені коефіцієнти $\bar{\xi}$, $\bar{\zeta}$, $\bar{\alpha}_m$, котрі враховують відмінності у розрахунках, обумовлені різницею форм епюр напружень у бетоні стиснутої зони.

Література

1. <http://www.scadgroup.com/download/Concrete2009.ppt>
2. *Бетонные и железобетонные конструкции* : СНиП 2.03.01-84*. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1989. – 80 с.
3. Бамбура А.М. Основні положення розрахунку бетонних та залізобетонних конструкцій по національному нормативному документу (ДБН), що розробляється / А.М. Бамбура, А.Я. Барашиков, О.Б. Гурківський // Будівельні конструкції: зб. наук. праць. – К. : НДІБК, 2005. – Вип. 62. – С. 36 – 43.
4. Барашиков А.Я. Методика розрахунку залізобетонних конструкцій за деформаційною моделлю згідно з проектом нових норм України / А.Я. Барашиков // Сучасне промислове та цивільне будівництво. – 2005. – №1. – С. 13 – 18.
5. Барашиков А.Я. Спрошені розрахунки несучої здатності нормальних прерізів згинальних залізобетонних елементів за деформаційною моделлю / А.Я. Барашиков, І.В. Задорожнікова // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. – Рівне: НУВГП, 2005. – Вип. 12. – С.109 – 115.
6. Павліков А.М. Міцність косозігнутих залізобетонних елементів за умови дволінійної роботи бетону та арматури / А.М. Павліков, О.В. Бойко // Будівельні конструкції: зб. наук. праць. – К. : НДІБК, 2007. – Вип. 67. – С.263 – 270.
7. Бойко О.В. Розв'язання задач із підбору арматури в косозігнутих балках / О.В. Бойко // Галузеве машинобудування, будівництво: зб. наук. праць. – Полтава: ПолтНТУ, 2006. – Вип. 18. – С.76 – 79.
8. Бойко О.В. Оцінка міцності навскісно зігнутих балок на основі дволінійних розрахункових діаграм деформування бетону та арматури: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. / О.В. Бойко. – Полтава, 2010.
9. Павліков А.М. Нелінійна модель напружено-деформованого стану косозавантажених залізобетонних елементів у закритичній стадії : монографія / А.М. Павліков. – Полтава, 2007. – 320 с.
10. Павліков А.М. Урахування особливостей деформаційної моделі в розрахунку міцності згинальних залізобетонних елементів у нормальному перерізі за СНиП 2.03.01-84 / А.М. Павліков // Коммунальное хозяйство городов: сб. науч. трудов. – Киев : Техника, 2010. – Вип.90. – С.248 – 254.
11. Бойко О.В. Визначення межі переармування залізобетонних елементів фундаментів, що зазнають косоного згинання, на основі деформаційної моделі / О.В. Бойко // Галузеве машинобудування, будівництво: зб. наук. праць. – Полтава: ПолтНТУ, 2007. – Вип. 19. – С.27 – 30.

Надійшла до редакції 22.04. 2010

© А.М. Павліков, О.В. Бойко