7. Крысан, В.И. Опыт устройства фундаментов на буроинъекционных сваях с цементацией основания / В. И. Крысан // Міжвідомчий наук.-техн. зб. наук. пр. (Будівництво в сейсмічних районах України).– К.: НДІБК, 2006. – Вип. 64. – С. 731–734.

8. Інженерна геологія, механіка ґрунтів, основи та фундаментобудування / М.Л. Зоценко, В.І. Коваленко, А.В. Яковлєв, О.О. Петраков, В.Б. Швець, О.В. Школа, С.В. Біда, Ю.Л. Винников. – Полтава: ПолтНТУ, 2004. – 568 с.

Надійшла до редакції 08.04. 2011

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТА ИНЪЕКТИРОВАНИЯ ПРИ ИЗГОТОВЛЕНИИ БУРОИНЪЕКЦИОННЫХ СВАЙ СИСТЕМЫ СОЛЕТАНЖ

Исследован эффект инъектирования бетона при изготовлении буроинъекционных свай по методу Солетанж. Рассмотрено 2692 сваи на шести строительных площадках, установленые в грунтах лессового плато и делювиальных отложениях на его склонах. Для анализа результатов исследований использован метод статистического расчета, в результате чего обоснован вывод о стабильности технологии изготовления буроинъекционных свай.

Ключевые слова: *буроинъекционная свая, насыщенный водой песок, нормальное распределение, количественно-статистическая оценка, случайная величина, критерий Пирсона.*

STATISTICAL STUDY OF THE INJECTION EFFECT UNDER THE MANUFACTURING OF THE DRILL INJECTION PILES OF SOLETANGE SYSTEM

The effect of the concrete injection in the manufacturing of concrete piles by the drill injection method of Soletange was investigated. 2,692 piles were reviewed on six construction sites, made in groups of the loess plateau and diluvial deposits on its slopes. To analyze the results of studies was used the method of statistical calculation, resulting in the stability of manufacturing of drill injection piles.

Keywords: *drill injection pile, water-saturated sand, a normal distribution, quantitative statistical evaluation, random variable, Pearson criterion.*

УДК 624.042.5

А.В. Махінько, к.т.н.

Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка

АНАЛІТИЧНА ОЦІНКА НАДІЙНОСТІ КОНСТРУКЦІЙ

Запропоновано аналітичну методику оцінювання надійності конструкцій з урахуванням стохастичної природи діючих навантажень.

Ключові слова: *надійність конструкцій, імовірність відмови, випадкові навантаження, випадковий процес, випадкова величина.*

Постановка проблеми.На сьогоднішній день концепція ймовірніс-ного розрахунку конструкцій міцно вкоренилася у методологічні засади проектування будівель і споруд. При цьому остання є не тільки математич-ною основою обґрунтування часткових коефіцієнтів надійності, але й самостійним прогресивним методом будівельної інженерії.

Аналіз останніх досліджень і виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми. Нажаль, серед багатьох переваг імовірнісного розрахунку конструкцій наявний один суттєвий недолік: складність математичного апарату, що вимагає відповідної кваліфікації інженера, та необхідність використання методів комп'ютерної математики, що вимагає потужного апаратного і програмного забезпечення. У зв'язку із цим одним з основних напрямів удосконалення ймовірнісних розрахунків є розроб-лення методів, які б являли собою раціональний компроміс між точністю та простотою проектування конструкцій.Можна вважати, що роботи [6, 7] і наші дослідження [5, 8] дотримувались саме цієї ідеї і дозволили значно спростити розв'язання задач будівельної механіки та теорії споруд уймо-вірнісній постановці. Проте повністю уникнути труднощів математичних обчислень на кшталт операцій інтегрування й диференціювання не вдалося.

Формулювання цілей статті. У зв'язку із цим, дану роботу можна розцінювати як логічне продовження зазначених вище робіт, а її головним спрямуванням вважати отримання показників надійності конструкцій шляхом простих алгебраїчних операцій, тобто в аналітичній постановці.

Виклад основного матеріалу.Методологічні принципи оцінювання надійності конструкцій окреслимо в рамках кореляційної теорії випадкових процесів та теорії екстремумів $[1-3]$. Нехай поведінка конструкціїв умовах експлуатації описується, з одного боку, випадковим процесом реакції $\tilde{R}(t)$ у відповідному просторі внутрішніх силових факторів, а з іншого – єдиним детермінованим чи випадковим параметром якості $\tilde{\Omega}_R$ у співрозмірному просторі. Відмова конструкції відбувається у момент часу, коли процес $\tilde{R}(t)$ перевищує рівень$\tilde{\Omega}_R$. Відповідно умова безвідмовної роботи протягом строку експлуатації T_{ef} записується як

$$\tilde{\Omega}_R - \tilde{R}(T_{ef}) > 0 . \tag{1}$$

Дію короткочасних навантажень на конструкцію опишемо у техніці випадкових процесів, а навантаження від власної ваги конструкцій $\tilde{q}_s$ та ваги технологічного обладнання $\tilde{q}_a$ – у техніці нормально розподілених випадкових величин. При такій класифікації до розгляду доцільно залучити випадкову величину приведеної якості конструкції

$$\tilde{\Omega}_{R,ef} = \tilde{\Omega}_R - \tilde{R}_s - \tilde{R}_a . \tag{2}$$

Математичне сподівання $\bar{\Omega}_{R,ef}$, стандарт $\hat{\Omega}_{R,ef}$ і коефіцієнт варіації $V_{\Omega,ef}$ випадкової величини $\tilde{\Omega}_{R,ef}$ при такому підході запишуться у вигляді

$$\bar{\Omega}_{R,ef} = \bar{\Omega}_R - \bar{R}_s - \bar{R}_a, \quad \hat{\Omega}_{R,ef} = \sqrt{\tilde{\Omega}_R^2 + \hat{R}_s^2 + \hat{R}_a^2}, \quad V_{\Omega,ef} = \hat{\Omega}_{R,ef} / \bar{\Omega}_{R,ef}. \qquad (3)$$

Для умови безвідмовної роботи залишиться справедливою нерівність (1) із заміною $\tilde{\Omega}_R$ на $\tilde{\Omega}_{R,ef}$. Проте останню пропонується переписати у дещо іншій формі. Для цього випадковий процес $\tilde{R}(t)$ і випадкову величину $\tilde{\Omega}_{R,ef}$ представимо через їх нормовані ухили:

$$\tilde{R}(t) = \bar{R} \cdot [1 + \tilde{\gamma}_R(t) \cdot V_R], \qquad \tilde{\Omega}_{R,ef} = \bar{\Omega}_{R,ef} \cdot (1 + \gamma_\varsigma \cdot V_\Omega), \qquad (4)$$

де $\tilde{\gamma}_R(t)$ – нормований випадковий процес відповідної реакції конструкції, тобто процес з нульовим середнім та одиничним стандартом;

$\tilde{\gamma}_\varsigma$ – нормально розподілена випадкова величина з нульовим середнім, одиничним стандартом та щільністю розподілу $f_{\square}(\gamma_\varsigma) = \exp(-0.5 \cdot \gamma_\varsigma^2) / \sqrt{2\pi}$.

Підставляючи вирази(4) у формулу(1) і позначивши $p_R = \hat{\Omega}_{R,ef} / \hat{R}, k_R = \bar{\Omega}_{R,ef} / \bar{R}$, для умови безвідмовної роботи (1) отримаємо

$$\tilde{\gamma}_\varsigma \cdot p_R - \tilde{\gamma}_R(t) \geq (1 - k_R) / V_R. \qquad (5)$$

Очевидно, що при детермінованих властивостях простору якостіпа-раметр $p_R = 0$ і умова (5) набирає вигляду(надалі детермінований простір якості ідентифікуватимемо символом □ , а випадковий – символом □)

$$-\tilde{\gamma}_R(t) \geq (1 - k_R) / V_R \qquad \equiv \qquad (k_R - 1) / V_R \geq \tilde{\gamma}_R(t). \qquad (6)$$

Імовірність виконання нерівностей (5), (6) при змінному t визначатиме функцію надійності конструкції $P(t)$, а ймовірність невиконання – функцію відмови $Q(t) = 1 - P(t)$. Для випадку, коли $\Omega_{R,ef} \in \square$, функцію $P(t)$ зазвичай [1, 6] представляють степеневою залежністю вигляду

$$P(t) = \exp\left[-N_+\left(\gamma \,|\, t\right)\right] \quad \text{при} \quad \gamma = (k_R - 1) / V_R, \quad t = T_{ef}, \qquad (7)$$

де $N_+[(k_R - 1) / V_R \,|\, t]$ – середня кількість додатних перетиніввипад-ковим процесом $\tilde{\gamma}_R(t)$ детермінованого рівня $(k_R - 1) / V_R$ за час T_{ef}.

Точність, з якою виконується оцінка функції $P(t)$, залежить від потоку викидів випадкового процесу $\tilde{\gamma}_R(t)$. Якщо додатний перетин рівня $(k_R - 1) / V_R$ можна інтерпретувати як подію у пуассонівському потоці, то вираз (7) дає точне рішення для ймовірності $P(t)$ [2, 3]. В іншому випадку оцінка буде виконуватись із деякою похибкою, величина якої залежатиме від того, наскільки потік викидів відрізняється від пуассонівського. У даній роботі розглядаються тільки пуассонівські потоки, тим більше, що у нашій попередній роботі [5] останнє твердження доводилось на прикладі статичної складової швидкісного напору.

Для оцінювання параметра $N_+(\square)$ використаємо класичне рішення Райса [4], доповнене функцією $\kappa(\square)$,

$$N_+\left(\gamma \,|\, t\right) = \frac{\omega_e \cdot \kappa(\gamma) \cdot t}{\sqrt{2\pi}} \cdot f_{nR}(\gamma), \qquad (8)$$

де ω_e та $f_{nR}(\cdot)$ – відповідно ефективна частота і нормована щільність розподілу випадкового процесу $\tilde{\gamma}_R(t)$;

$\kappa(\cdot)$ – функція, котравраховує частотну нелінійність процесу.

Відмітимо, що функція $\kappa(\cdot)$ – це корегуючий множник, який дозволяє рішення Райса, отримане для нормального випадкового процесу, поширювати на процеси з будь-яким розподілом ординати. Наприклад, для згаданого вище нормального випадкового процесу $\kappa(\cdot)=1$, а для випадкового процесу із розподілом Вейбулла – $\kappa(\gamma)=\sqrt{\gamma \cdot V_R + V_R^{-1}}$ [5].

Якщо простір якості опори такий, що $\tilde{\Omega}_{R,ef} \in \square$, то функція надійності $P(t)$ може бути визначена за допомогою методу умовних функцій – стандартного підходу класичної теорії ймовірностей [1, 2]

$$P(t)=\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-N_+\left(\gamma_{\varsigma,ef} \mid t\right)\right] \cdot f_{\square}(\gamma_\varsigma) d\gamma_\varsigma, \tag{9}$$

де $\tilde{\gamma}_{\varsigma,ef}$ – нормально розподілена випадкова величина вигляду

$$\tilde{\gamma}_{\varsigma,ef}=\tilde{\gamma}_\varsigma \cdot p_R + (k_R - 1)/V_R. \tag{10}$$

Поєднуючи вирази (8) – (10), для функції надійності конструкції з випадковими параметрами якості остаточно зможемо записати

$$P(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-N_+\left(\gamma_\varsigma \cdot p_R + \frac{k_R-1}{V_R} \mid t\right) - \frac{\gamma_\varsigma^2}{2}\right] d\gamma_\varsigma. \tag{11}$$

Таким чином, для повної та однозначної конкретизації функції надійності конструкції необхідно виконати числову оцінку параметрів ω_e, p_R, k_R, V_S і встановити характер щільності нормованого розподілу випадкового процесу $\tilde{\gamma}_R(t)$. Проте пряме використання виразів (7), (11) пов'язано із значними обчислювальними труднощами, особливо у випадку, коли щільність розподілу відрізняється від нормального закону або представлена в інтегральній формі (останнє має місце при сумісній дії обох складових вітрового навантаження).

У зв'язку із цим, у попередній роботі автора [5] була розроблена аналітична модель для опису функцій надійності будівельних конструкцій, яка у даній роботі набуває подальшого розвитку і вдосконалення стосовно опор зв'язку. Зміст цієї моделі ґрунтується на передумові того, що будь-яку щільність розподілу процесу $\tilde{\gamma}_R(t)$ можна представити у вигляді

$$f_{nR}(\gamma)=g_1(\gamma) \cdot \exp[-g_2(\gamma)], \tag{12}$$

де $g_1(\cdot)$ і $g_2(\cdot)$ – деякі функції, що характеризують форму розподілу.

Це, у свою чергу, дозволяє величину $N_+(\gamma)$ у виразі (8) переписати як

$$N_+\left(\gamma \mid t\right)=\exp\left[-g_0(\gamma,t)\right], \tag{13}$$

$$g_0(\gamma,t)=g_2(\gamma)-\ln\left[\omega_e \cdot \kappa(\gamma) \cdot t \cdot g_1(\gamma)/\sqrt{2\pi}\right]. \tag{14}$$

Підставивши вираз(13) у формулу(7), для функції надійності конструкції матимемо таку формульну інтерпретацію:

$$P(t)=\exp\left\{-\exp\left[-g_0(\gamma,t)\right]\right\}. \tag{15}$$

Дана формула асоціюється з інтегральною функцією першого екстре-мального розподілу Гумбеля [3] і переходить у нього у випадку лінійної залежності аргументу γ в показнику експоненти. Припустимо далі, що при деякому значенні $\gamma \geq \gamma_0$ функція $g_0(\gamma,t)$ починає мало відрізнятися від прямої пропорційності та її можна замінити дотичною, проведеною у точці $\gamma = \gamma_0$. Очевидно, що рівняння цієї дотичної матиме вигляд

$$g_{0,\ell}(\gamma,t) = \lambda_0 \cdot (\gamma - \gamma_0), \tag{16}$$

де величини λ_0 і γ_0, по аналогії з розподілом Гумбеля, будемо нази-вати характеристичною інтенсивністю та характеристичним максимумом випадкового процесу $\tilde{\gamma}_R(t)$.

Характеристичний максимум,відповідно до роботи В.В. Болотіна [1], оберемо так, щоб при $\gamma = \gamma_0$, виконувалась умова $N_+(\gamma_0 \mid t) = 1$, ахарак-теристичну інтенсивність,виходячи з геометричного змісту дотичної,

$$\omega_e(\gamma_0) \cdot \kappa(\gamma_0) \cdot g_1(\gamma_0) \cdot \exp[-g_2(\gamma_0)] = \sqrt{2\pi} / t, \tag{17}$$

$$\lambda_0 = g'_2(\gamma_0) - g'_1(\gamma_0) / g_1(\gamma_0) - \kappa'(\gamma_0) / \kappa(\gamma_0), \tag{18}$$

де $g'_1(\square)$, $g'_2(\square)$ та $\kappa'(\square)$ – похідні відповідних функцій.

Для обґрунтування запропонованого підходу розглянемо два практично важливих випадки, коли ординати випадкового процесу $\tilde{\gamma}_R(t)$ розподіляються за нормальним законом та законом Вейбулла. Для нормального процесу $\kappa(\gamma) = 1$, $g_1(\gamma) = 1/\sqrt{2\pi}$, а $g_2(\gamma) = 0{,}5\gamma^2$. Із виразів (18), (17) неважко відразу встановити, що $\lambda_0 = \gamma_0$, а характеристичний максимум γ_0 знаходиться за відомою формулою Райса, тобто

$$\lambda_0 = \gamma_0 = \sqrt{2 \cdot \ln\left(\omega_e \cdot t / (2\pi)\right)}. \tag{19}$$

З іншого боку, відомо, що максимуми нормального нормованого випадкового процесу із двічі диференційованою кореляційною функцією слідують розподілу Гумбеля І типу з наступними параметрами [4]:

$$a_t = \sqrt{2\ln(t)}, \qquad b_t = \sqrt{2\ln(t)} + \ln\left(\frac{\omega_e}{2\pi}\right)\Big/\sqrt{2\ln(t)}. \tag{20}$$

Як видно з формул (20), параметри a_t та b_t залежать від масштабу часу, обраного для представлення процесу. При цьому такою мірою, що це може інколи служити джерелом непорозумінь. Дійсно, якщо змінити одиниці масштабу у формулах (20), замінюючи t на $t' = t \cdot \nu$, де ν – деяка константа, то це призведе до замін $\sqrt{2\ln(t)}$ на $\sqrt{2\ln(t) + 2\ln(\nu)}$ та ω_e на ω_e / ν, і кількісна оцінка параметрів a_t та b_t стане іншою. Проте очевидно, що яким би не був масштаб часу, для глобального максимуму процесу $\tilde{\gamma}_R(t)$ існує точний граничний розподіл. Проблема полягає у тому, що помилка при використанні виразів (20) для кінцевих інтервалів часу залежить від масштабу часу. Один логічний спосіб підрахунку часу, який часто використовується на практиці [1 – 4, 7], полягає у вираженні його в одиницях відстані між перетинами нульового рівня або середньої довжини періоду між нулями. Нехай $\nu = \omega_e / 2\pi$ – середня кількість виходів за нульовий рівень у «стару» одиницю часу. Уведемо новий масштаб часу $t' = \nu \cdot t$, який підраховує час в одиницях кількості виходів за нульовий рівень. Тоді $\ln[\omega_e / (2\pi \cdot \nu)] = 0$ і відповідно глобальний максимум процесу слідує розподілу Гумбеля І типу з параметрами масштабу і положення

$$a_t = b_t = \sqrt{2\ln(\nu \cdot t)}\,. \quad (21)$$

Таким чином, використання виразів (15) – (18) для нормального про-цесу дозволяє знаходити точне рішення задачі про розподіл глобального максимуму, хоча виводилися формули (17), (18) та (20), (21)з абсолютно різних математичних передумов.

У випадку, коли розподіл ординат випадкового процесу $\tilde{\gamma}_R(t)$ слідує закону Вейбулла, маємо таку оцінку функцій $g_1(\cdot)$, $g_2(\cdot)$ та $\kappa(\cdot)$:

$$g_1(\gamma) = g'_2(\gamma),\; g_2(\gamma) = (1+\gamma \cdot V_W)^{b_W} \cdot \mathbf{\Gamma}^{b_W},\; \kappa(\gamma) = \sqrt{\gamma V_W + V_W^{-1}}\,, \quad (22)$$

де b_W, V_W – параметр форми і коефіцієнт варіації розподілу Вейбулла;

$\mathbf{\Gamma}^{b_W} = \mathbf{\Gamma}(1+b_W^{-1})^{b_W}$ – неповна гамма-функція при відповідному аргументі.

Підставляючи дані вирази у формули (17) та (18), для характеристич-ної інтенсивності маємо замкнене рішення, а для характеристичного максимуму – трансцендентне рівняння, корінь якого даватиме оцінку γ_0,

$$\lambda_0 = \frac{V_W}{(1+\gamma_0 V_W)} \cdot \left\{ 1 + b_W \cdot \left[\mathbf{\Gamma}^{b_W} \cdot (1+\gamma_0 V_W)^{b_W} - 1 \right] + \frac{V_W}{2} \cdot \frac{(1+\gamma_0 V_W)}{(1+\gamma_0 V_W^2)} \right\}, \quad (23)$$

$$\mathbf{\Gamma}^{b_W} \cdot (1+\gamma_0 V_W)^{b_W} - \ln(1+\gamma_0 V_W)^{b_W - 1} - \ln(1+\gamma_0 V_W^2)^{1/2} = \ln\left(\frac{\omega_e \cdot T_{ef}}{\sqrt{2\pi}} \cdot b_W \cdot \mathbf{\Gamma}^{b_W} \right). \quad (24)$$

З іншого боку, у фундаментальній монографії [4]з'ясовується, що незалежно від закону розподілу ординат випадкового процесу його глобальний максимум слідує розподілу Гумбеля І типу за умови, що

$$\lim_{\gamma\to\infty} \frac{f'_{nR}(\gamma) \cdot [1 - F_{nR}(\gamma)]}{f_{nR}^2(\gamma)} = -1, \quad (25)$$

де $F_{nR}(\gamma)$ – інтегральна функція розподілу випадкового процесу $\tilde{\gamma}_R(t)$, яку для випадку використання закону Вейбулла можна представити як

$$F_{nR}(\gamma) = 1 - \exp[-g_2(\gamma)]. \quad (26)$$

Підставивши загальні вирази (12) та (26) у формулу (25), враховуючи, що $g_1(\gamma) = g'_2(\gamma)$, зможемо записати

$$\lim_{\gamma\to\infty} \frac{\left\{ g''_2(\gamma)\exp\left[-g_2(\gamma)\right] - g'^2_2(\gamma)\exp\left[-g_2(\gamma)\right] \right\} \exp\left[-g_2(\gamma)\right]}{\left\{ g'_2(\gamma)\exp\left[-g_2(\gamma)\right] \right\}^2} = \lim_{\gamma\to\infty}\left(\frac{g''_2(\gamma)}{g'^2_2(\gamma)} - 1 \right). \quad (27)$$

Поєднуючи умову (25) із граничною рівністю (27), можна записати наступну умову відповідності глобального максимуму процесу $\tilde{\gamma}_R(t)$ екстремальному розподілу Гумбеля І типу

$$\lim_{\gamma\to\infty}\left[g''_2(\gamma) / g'^2_2(\gamma) \right] = 0. \quad (28)$$

Слід зауважити, що приведена умова є достатньою для того, щоб функція розподілу $F_{nR}(\gamma)$ належала області тяжіння розподілу Гумбеля. При цьому вона справедлива не тільки по відношенню до процесу з розподілом Вейбулла, але й для будь-якого випадкового процесу, щіль-ність та функція розподілу якого представлені у вигляді формул (12),(26).

Очевидно, що для випадкового процесуз розподілом Вейбулла умова (28) виконується. Дійсно, знайшовши перші дві похідні функції $g_2(\gamma)$ і підставивши отриманий результат в формулу (28), будемо мати

$$\lim_{\gamma\to\infty}\left[\left(b_W-1\right)\Big/\left(\gamma+V_W^{-1}\right)\right]=0. \tag{29}$$

Таким чином, глобальний максимум процесу з розподілом ординати за законом Вейбулла слідує подвійному експоненціальному розподілу (до речі, з інших позицій раніше даний висновок був отриманий в роботі [7]).

На основі положень описаного підходу можна запропонувати відносно просту методику оцінювання функції надійності конструкцій. З викорис-таннямвиразів (15), (16) при детермінованому просторі якості, тобто $\Omega_{R,ef}\in\square$, очевидно, що $P(t)$ відповідатиме розподілу Гумбеля I типу

$$P(t)=\exp\left\{-\exp\left[-\lambda_0\cdot\left(\gamma-\gamma_0\right)\right]\right\}. \tag{30}$$

У випадку, коли $\tilde{\Omega}_{R,ef}\in\square$, для $P(t)$ маємо більш громіздкий вираз

$$P(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left[-\exp\left(-A_R\cdot\gamma_\varsigma+B_R\right)-\frac{\gamma_\varsigma^2}{2}\right]d\gamma_{\varsigma,ef}, \tag{31}$$

де A_R та B_R – безрозмірні коефіцієнти:

$$A_R=p_R\cdot\lambda_0, \qquad B_R=\lambda_0\cdot\left(\gamma_0-\frac{k_R-1}{V_R}\right). \tag{32}$$

Інтеграл (31) не виражається через елементарні функції і потрібен визначатися чисельно. Проте його наближене рішення можна знайти керу-ючись наступними міркуваннями. Розкладемо першу експоненту підінтег-рального виразу у степеневий ряд, обмежуючись першими двома членами:

$$\begin{aligned}P(t)&=\frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot\int_{-\infty}^{\infty}\left[1-\exp\left(-A_R\cdot\gamma_R+B_R\right)\right]\cdot\exp\left(-0.5\cdot\gamma_R^2\right)d\gamma_R=\\&=\frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left(-0.5\gamma_R^2\right)d\gamma_R-\frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left(-A_R\gamma_R+B_R-0.5\gamma_R^2\right)d\gamma_R.\end{aligned} \tag{33}$$

Неважко впевнитися, що перший із двох інтегралів у формулі (33) тотожний одиниці, так як є відомим інтегралом Ейлера – Пуассона [2], а для обчислення другого достатньо доповнити показник ступеню до повно-го квадрату і після заміни змінної скористатися тим же інтегралом. В резу-льтаті після ряду алгебраїчних перетворень отримаємо:

$$P(t)=1-\exp\left(0.5\cdot A_R^2+B_R\right). \tag{34}$$

Може стати у нагоді інша форма запису виразу (34), яка має місце в силу простого співвідношення $1-\exp(-y)\approx\exp[-\exp(-y)]$, при $y>3$:

$$P(t)=\exp\left[-\exp\left(0.5\cdot A_R^2+B_R\right)\right]. \tag{35}$$

Висновки.Таким чином, безвідносно до випадкового процесу внутрішнього силового фактора функція надійності конструкції повністю визначатиметься в аналітичній формі, доволі зручній для інженерного використання на практиці. Неважко впевнитися, що формула (33) є інваріантною по відношенню до простору якості конструкції: детерміно-ваний$\Omega_{R,ef}\in\square$ чи випадковий $\tilde{\Omega}_{R,ef}\in\square$. Дійсно, при

$\Omega_{R,ef} \in \square$ відно-шення $p_R = 0$ відповідно $A_R = 0$ та вираз (33) стає тотожним виразу (30) при $\gamma = (k_R - 1) / V_R$. Очевидним також є і той факт, що для лінійних систем, до яких ми відносимо опори зв’язку, підвищення або зменшення надій-ності пов’язується тільки з параметрами k_R та p_R, котрі, у свою чергу, визначаються певною геометричною характеристикою перерізу. Це дозволяє задачі надійності різних конструкцій вирішувати з єдиних позицій.

Література

1. *Болотин, В.В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений / В.В. Болотин. – М.: Стройиздат, 1982. – 351 с.*
2. *Вентцель, Е.С. Теория случайных процессов и её инженерные приложения / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. − М.: Высш. шк., 2000. − 383 с.*
3. *Гумбель, Э. Статистика экстремальных значений / Э. Гумбель. − М.: Мир, 1965. − 450 с.*
4. *Лидбеттер, М. Экстремумы случайных последовательностей и процес-сов / М. Лидбеттер, Г. Линдгрен, Х. Ротсен. – М.: Мир, 1989. – 392 с.*
5. *Махінько А.В. Надійність елементів металоконструкцій під дією випадкових змінних навантажень: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.23.01 «Будівельніконструкції, будівлі та споруди» / А.В. Махінько. – Полтава: ПолтНТУ, 2006. – 24 с.*
6. *Перельмутер, А.В. Избранные проблемы надежности и безопасности строительных конструкций / А.В. Перельмутер. – 2-е изд., перераб. и доп. − К.: Изд-во УкрНИИПроектстальконструкция, 2000. – 216 с.*
7. *Пичугин, С.Ф. Надёжность стальных конструкций производственных зданий: монография / С.Ф. Пичугин. − Полтава: «АСМИ», 2009. − 452 с.*
8. *Пічугін, С.Ф. Рекомендаціїізрозрахункусталевихелементівконст-рукцій на діюснігового та вітровогонавантажень (До ДБН В.1.2-2:2006 «Навантаження і впливи») / С.Ф. Пічугін, А.В. Махінько, Н.О. Махінько. – Полтава : АСМІ, 2007. − 115 с.*

Надійшла до редакції 08.12. 2010

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА НАДЁЖНОСТИ КОНСТРУКЦИЙ

Предложена аналитическая методика оценки надёжности конструкций с учётом стохастической природы действующих нагрузок.

Ключевые слова: *надёжность конструкций, вероятность отказа, случайные нагрузки, случайный процесс, случайная величина.*

RELIABILITY CLOSED-FORM SOLUTION OF STRUCTURES

Analytical method of reliability estimation of structures is offered. Stochastic character of constant and short-term loads are considered.

Key words: *structure reliability, failure probability, stochastic loads, stochastic process, random variable.*