

В.Н. Василев, к.т.н., І.М. Гаранжа

Донбаська національна академія будівництва та архітектури

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ НАПРУЖЕНО- ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ КОНСТРУКЦІЙ СТАЛЕВИХ БАГАТОГРАННИХ ГНУТЫХ СТІЙОК

У статті наведені визначення й аналіз можливих факторів впливу на напружено-деформований стан (НДС) конструкцій сталевих багатограних стійок. По двох групах граничних станів обрані досліджувані параметри НДС, які виражені у вигляді повного рівняння лінійної регресії й визначені коефіцієнти їхньої моделі. Отримано математичну модель і визначений основний фактор впливу на НДС конструкцій сталевих багатограних стійок.

***Ключові слова:** багатогранні гнуті стійки, напружено-деформований стан, математична модель, фактори впливу, рівняння лінійної регресії, коефіцієнти моделі, матриця планування, дисперсія відтворюваності.*

Постановка проблеми. Конструкции многогранных гнутых стоек (МГС), независимо от своего назначения в качестве строительных конструкций, являются новыми на территории Украины. Изучение действительной работы и напряжённно-деформируемого состояния МГС под нагрузкой несомненно является важным аспектом для их широкого распространения не только в нашей стране, но и за рубежом. Важно отметить, что результативная база, полученная при исследованиях работы данных конструкций, имеет большое значение при их проектировании. Поэтому вопрос об определении основных факторов влияния на НДС конструкций МГС является очень актуальным.

Выделение не решённых ранее частей общей проблемы и анализ последних исследований. МГС, особенно применимая к опорам воздушных линий (ВЛ), являются малоизученными листовыми металлическими конструкциями на стадиях изготовления, расчета и эксплуатации. Отсутствие нормативной документации по вышеупомянутым направлениям еще более подчеркивает значимость исследований по изучению НДС данных конструкций. В связи с этим возникает актуальный вопрос о создании необходимой нормативной базы для воплощения в жизнь проектов, связанных с применением МГС. НДС подобных конструкций стоек цилиндрического и коробчатого сечения, описывается в работах [2 – 6], а расчету фланцевых соединений стоек уделяется внимание в работах [2, 7 - 9].

Формулировка целей статьи. Целью данной работы ставится анализ возможных и определение основных факторов влияния на НДС конструкций МГС, путем изучения математической модели.

Изложение основного материала. Стальные многогранные стойки представляют собой конические трубы коробчатого многогранного сечения, изготавливаемые изгибом стального листа с последующим свариванием его краев на ребре или грани. Высота стойки h достигает 80м с толщиной стенки до 20мм, диаметр в комле стойки \varnothing_k варьируется в пределах 250...3000мм, диаметр верха стойки – в пределах 200...500мм [3].

В Украине многогранные опоры ещё не получили широкого распространения. Незначительный опыт имелся в строительстве многогранных опор с фланцевым

соединением секций и оттяжками для воздушных линий класса напряжения 110-330кВ, однако такая конструкция не имела перспектив широкого применения. Исключение в этом вопросе является Россия, где МГС широко применяются уже в течении нескольких лет.

Анализ конструктивной формы МГС и условия работы таких конструкций под нагрузкой показал, что основными факторами, влияющими на параметры напряженно-деформированного состояния конструкций стоек стальных многогранных опор, являются:

- толщина стенки стойки, δ_{cm} [17];
- диаметр в комле стойки, \varnothing_k ;
- точка (отметка) приложения нагрузки, h_{Np} .

Под параметрами НДС приняты значения внутренних меридиональных растягивающих напряжений $\sigma_y^{расм.}$, возникающих в приопорной зоне МГС, и перемещения верха стойки f_v .

Из всех возможных сочетаний параметров НДС стальных многогранных стоек с помощью методов планирования эксперимента [12, 13] можно выделить значимость параметров и выявить эффект их взаимодействия.

Так как расчет металлических конструкций выполняется по 2 группам предельных состояний, то при разработке математических моделей работы стойки в качестве отклика принимаем меридиональные растягивающие напряжения $\sigma_y^{расм.}$ (1-я группа предельных состояний) в приопорной зоне стойки и перемещения верха стойки, f (2-я группа предельных состояний). Функции откликов будут иметь вид:

$$\Sigma_y^{расм.} = f(\delta_{cm}, \varnothing_k, h_{Np}); \quad (1)$$

$$F_v = f(\delta_{cm}, \varnothing_k, h_{Np}), \quad (2)$$

где δ_{cm} – толщина стенки стойки (фактор X_1);

\varnothing_k – диаметр в комле стойки (фактор X_2);

h_{Np} - точка (отметка) приложения нагрузки (фактор X_3).

Все перечисленные факторы отвечают требованиям [6-8] к каждому в отдельности так и к их совокупности (сочетаниям):

- наличие области определения факторов ($\Phi \pm \Delta\Phi$);
- управляемость факторов;
- однозначность факторов;
- совместимость факторов;
- отсутствие корреляции между факторами (независимость факторов).

Анализ схем исследуемых конструкций МГС показал, что в процессе численного эксперимента регулирование уровня внутренних напряжений и перемещений можно выполнять за счет изменения факторов $\delta_{cm} \pm \Delta\delta$, $\varnothing_k \pm \Delta\varnothing$, $h_{Np} \pm \Delta h$, значимость влияния которых на конечный результат определяется при такой постановке.

Выражаем меридиональные растягивающие напряжения в приопорной зоне стойки и перемещения крайних верхних точек в виде полного уравнения линейной регрессии (алгебраического полинома первой степени):

$$\sigma_y^{расм.}(f_v) = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3,$$

где b_i – коэффициенты полинома (коэффициенты линейных моделей);

x_j – значения факторов в кодовом выражении [12-16].

Для факторов с непрерывной областью определения кодировка проводится при помощи преобразования:

$$X_j = \frac{X_j - X_{jo}}{I_j}, \quad (3)$$

где, X_j – кодированное значение фактора;
 X_j - натуральное значение фактора;
 X_{ji} - натуральное значение основного уровня;
 I_j – интервал варьирования;
 j – номер фактора.

Взаимосвязь анализируемых параметров прослежена на основе численных исследований конструкции восьмигранной стойки стальной осветительной опоры (рис. 1), условно жестко заземленной в основании и изготовленной из стали марки С235 [2, 11]. Расчетное усилие (изгибающий момент) в уровне заделки стойки $M_x = 130 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

По численному значению b_i (таблица 1, 2) определяют значимость факторов. Формулы для определения коэффициентов b_i [6, 7] имеют вид:

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N}, \quad (4)$$

$$b_i = \frac{\sum_{i=1}^N x_i \cdot y_i}{N}, \quad (5)$$

$$b_i = b_{uj} = \frac{\sum_{i=1}^N x_{ui} \cdot x_{ji} \cdot y_i}{N}, \quad (6)$$

где, $u, j = 1, 2, \dots, k$ – номера факторов ($u \neq j$);
 N – количество опытов;
 i – номера опытов.

Таблица 1 – Значения коэффициентов модели внутренних растягивающих напряжений в приопорной зоне осветительной восьмигранной опоры

b_0	b_1	b_2	b_3	b_{12}	b_{13}	b_{23}	b_{123}
222,3	-26,1	-4,413	0,138	2,138	-1,713	1,488	1,538

Таблица 2 – Значения коэффициентов модели перемещений крайних верхних точек осветительной восьмигранной опоры

b_0	b_1	b_2	b_3	b_{12}	b_{13}	b_{23}	b_{123}
242,5	-27,62	-10,913	3,386	1,386	-0,413	-0,163	0,038

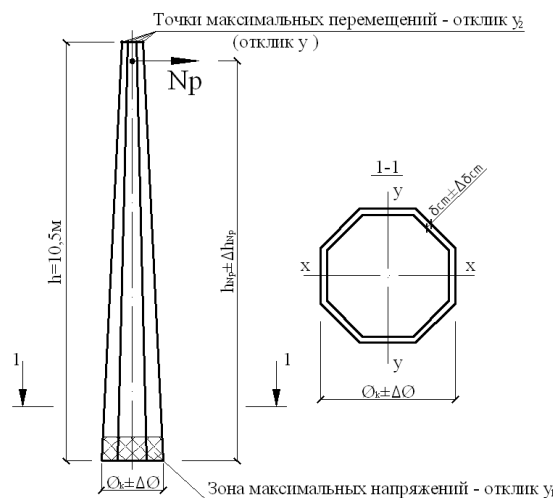


Рис. 1 – Схема исследуемых факторов стальной осветительной опоры

Интервалы варьирования факторов представлены в таблице 3.

Таблица 3 – Значения факторов на среднем уровне варьирования и интервалы варьирования факторов*

Наименование исследуемой конструкции	$X_1, мм$	$\Delta X_1, мм$	$X_2, мм$	$\Delta X_2, мм$	$X_3, мм$	$\Delta X_3, мм$
8-мигранная стальная стойка из стали С235	6	0,6	350	5	7000	50

* $\Delta X_1 = \Delta \delta_{cm}$ – интервал варьирования толщины стенки стойки опоры;
 $\Delta X_2 = \Delta \varnothing_k$ – интервал варьирования диаметра в комле стойки опоры;
 $\Delta X_3 = \Delta h_{Np}$ – интервал варьирования отметки приложения нагрузки.

Данный численный эксперимент является «полным факторным экспериментом», т.к. в нём реализуются все возможные сочетания уровней факторов.

Число опытов (численных расчетов), необходимых для реализации всех возможных сочетаний факторов, определяется по формуле:

$$N = m^k, \quad (7)$$

где, $m = 2$ – число уровней варьирования факторов;

$k = 3$ – число факторов.

Таким образом, $N = 2^3 = 8$.

С целью определения значимости найденных коэффициентов b_i находим их доверительный интервал. Значимыми коэффициентами уравнений будут только те, которые превышают доверительный интервал, определяемые по формуле [12-14, 16]:

$$\Delta b_i = \pm f \sqrt{\frac{S_\sigma^2}{N}}, \quad (8)$$

где, $N = 8$ – число опытов (вариантов расчета);

f – табличное значение коэффициента Стьюдента для 5% уровня значимости ($P = 0,95$);

S_σ^2 – дисперсия воспроизводимости.

На дисперсию воспроизводимости влияют дисперсии следующих величин:

- внутренних растягивающих напряжений S_σ^2 ;
- перемещений крайних верхних точек конструкции S_f^2 ;
- толщины стенки стойки S_δ^2 ;
- диаметра в комле стойки S_\varnothing^2 ;
- отметки приложения нагрузки S_h^2 .

Матрицы планирования эксперимента по двум группам предельных состояний (максимальные растягивающие напряжения и перемещения крайних верхних точек конструкции) приведены в таблице 4

Таблица 4 – План (матрица планирования) и результаты численного эксперимента на конструкции восьмигранной осветительной опоры из стали марки С 235 (1-я группа предельных состояний)*

№ опыта	X_0	X_1	X_2	X_3	X_1X_2	X_1X_3	X_2X_3	$X_1X_2X_3$	$\sigma_y^{расч.}, МПа$	$f_\theta, мм$
1	+	+	-	-	-	-	+	+	203,1	221,3
2	+	-	+	-	-	+	-	+	240,1	254,2
3	+	-	-	+	+	-	-	+	256,9	286,4
4	+	+	+	+	+	+	+	+	195,4	208,2
5	+	-	-	-	+	+	+	-	253,1	278,4
6	+	+	+	-	+	-	-	-	192,5	202,5
7	+	+	-	+	-	+	-	-	193,9	227,9
8	+	-	+	+	-	-	+	-	243,7	261,4

* - «+» - верхний уровень варьирования факторов;
«-» - нижний уровень варьирования факторов.

Правильность составления матрицы планирования эксперимента определяется соблюдением следующих условий для полного факторного эксперимента 2³:

- симметричность относительно центра эксперимента, т.е. $\sum_{i=1}^N \tilde{\delta}_{ji} = 0$,

где, $j = 1, 2, \dots, k$ – номер фактора; N - число опытов.

- условие нормировки, т.е. $\sum_{i=1}^N \tilde{\delta}_{ji}^2 = N$;

- ортогональность матрицы планирования, т.е. $\sum_{i=1}^N \tilde{\delta}_{ji} \tilde{\delta}_{ui} = 0$, где $j, u = 1, 2, \dots, k; j \neq u$.

Дисперсии факторов эксперимента определяем по формуле:

$$S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}, \quad (9)$$

где, $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$ - среднее арифметическое результатов измерений значений

факторов; n – количество измерений.

Дисперсии факторов определены из следующих рядов величин, полученных путем многократных измерений толщин листового проката и диаметров в комле готовых конструкций опор на основе МГС и представленных в таблицах 5-7.

Таблица 5 – Величины толщин стенки стальных восьмигранных стоек для определения дисперсии фактора X₁

№ измерения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
δ_{cm} , мм	5,7	5,5	6,6	5,4	6,4	6,4	5,9	6,2	6,6	5,6

Таблица 6 – Величины диаметра в комле стальных восьмигранных стоек для определения дисперсии фактора X₂

№ измерения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
\varnothing_k , мм	353	354	351	346	355	346	353	345	355	347

Таблица 7 – Отметок приложения нагрузки к стальной восьмигранной опоре для определения дисперсии фактора X₃

№ измерения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h_{Np} , мм	6950	6960	6970	6980	6990	7010	7020	7030	7040	7050

Дисперсия S_h^2 определялась на основании линейки возможных отметок приложения нагрузки N_p к опоре.

Получены дисперсии факторов: $S_\delta^2=0,4529$; $S_\varnothing^2=25,2$; $S_h^2=1571,4$.

Для определения дисперсии воспроизводимости дисперсии факторов переведены в размерность откликов, приняв допущение о незначимости коэффициентов модели при взаимодействиях факторов, а затем суммированы. Уравнения регрессии после расшифровки значений факторов принимают вид:

$$\Sigma_y^{расч.} = 222,3 - 43,5 \delta_{cm} - 0,88 \varnothing_k + 0,0028 h_{Np}; \quad (10)$$

$$f_\sigma = 242,5 - 46 \delta_{cm} - 2,18 \varnothing_k + 0,068 h_{Np}. \quad (11)$$

Воспользовавшись свойствами дисперсии, выражение дисперсий воспроизводимости запишется в виде:

$$S_{(\sigma_f)}^2 = (43,5 \cdot S_\delta)^2 + (0,88 \cdot S_\varnothing)^2 + (0,0028 \cdot S_h)^2; \quad (12)$$

$$S_{\{f\}}^2 = (46 \cdot S_{\delta})^2 + (2,18 \cdot S_{\theta})^2 + (0,068 \cdot S_h)^2 \quad (13)$$

Определив необходимые значения дисперсий воспроизводимости, равные:

$$S_{\{\sigma\}}^2 = (43,5 \cdot \sqrt{0,453})^2 + (0,88 \cdot \sqrt{25,2})^2 + (0,0028 \cdot \sqrt{1571,4})^2 = 857,1 + 19,5 + 0,11 = 876,71;$$

$$S_{\{f\}}^2 = (46 \cdot \sqrt{0,453})^2 + (2,18 \cdot \sqrt{25,2})^2 + (0,068 \cdot \sqrt{1571,4})^2 = 958,6 + 119,8 + 7,3 = 1085,7,$$

а также значение $f = 2,3646$ [12, 13] критерия воспроизводимости, принятое как среднее их трех величин, определенных для степеней свободы $N - 1 = 7$ каждой из дисперсий толщины стенки, диаметра в комле и отметки приложения нагрузки, определяем доверительный интервал коэффициентов регрессии $\Delta b_{\sigma} = \pm 24,75$ и $\Delta b_{\theta} = \pm 27,55$.

Сравнивая доверительный интервал с коэффициентами b_i (табл. 1, 2) выделяем значимые коэффициенты $b_1^{\sigma} = -26,1$ и $b_2^{\theta} = 27,62$. Коэффициенты взаимодействия факторов X_1X_2 , X_1X_3 , X_2X_3 и $X_1X_2X_3$ являются незначимыми, так как они меньше Δb . Окончательно математические модели напряженно-деформированного состояния стальной восьмигранной осветительной опоры высотой $h = 10,5$ м из стали С235 принимают вид:

$$\sigma_y^{расч.} = 222,3 - 43,5 \delta_{ст}; \quad (14)$$

$$f_{\theta} = 242,5 - 46 \delta_{ст}. \quad (15)$$

Необходимо отметить факторы X_2 и X_3 , у которых коэффициенты оказались незначимыми как для напряжений так и для перемещений, т.е. напряженно-деформированное состояние стальных многогранных стоек не зависит от изменения диаметра в комле стоек и отметки приложения нагрузки (в рассматриваемом диапазоне).

Выводы. В результате работы при помощи математического моделирования определен основной фактор влияния на НДС конструкций МГС – толщина стенки стойки $\delta_{ст}$, что говорит о необходимости тщательного контроля этого параметра при изготовлении МГС.

Литература

1. СНиП II-23-81*. *Нормы проектирования*. - М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1991. - 96с.
2. Перельмутер А.В. *Расчетные модели сооружений и возможность их анализа* / Перельмутер А.В., Сливкер В.И. – К.: «Сталь», 2005. – 618с.
3. *Материалы I и IV международных конференций «Многогранные гнуты стойки»*. – Кременец (Николаевка) 2006-09. - 370с.
4. Лессиг Е.Н. *Листовые металлических конструкции* / Лессиг Е.Н., Лилеева А.Ф., Соколов А.Г. – Москва: Издательство литературы по строительству, 1970. – 488с.
5. *Металлические конструкции. Специальные конструкции и сооружения* / [Аржаков В.Г., Бабкин В.И. и др.]; под редакцией В.В. Горева. – [2-е издание]. – М.: Высшая школа, 2002. – 544с.
6. *Пособие по проектированию стальных конструкций опор воздушных линий (ВЛ) электропередачи и открытых распределительных устройств (ОРУ) подстанций напряжением выше 1кВ (к СНиП II-23-81*)*. – М.: Энергосетьпроект Минэнерго СССР, 1989. – 72с.
7. Бирбер И.А. *Резьбовые и фланцевые соединения* / Бирбер И.А., Иосилевич Г.Б. – М.: Машиностроение, 1990. – 367с.
8. Зинкевич О. *Метод конечных элементов в технике* / Зинкевич О. – М.: Мир, 1975. – 539с.
9. Иосилевич Г.Б. *Общий метод расчета фланцевый соединений* / Иосилевич Г.Б., Ковган С.Т., Лукацук Ю.В. // *Вестник машиностроения*, М.: 1980. -
10. Гунгер Ю.Р. *Разработка новых конструкций опор ВЛ из гнутых металлических профилей нетрадиционных форм* / Гунгер Ю.Р., Пивчик И.Р. // *Электрические станции*. – М.: 2003. - №3. - с.48-50.

11. Васылев В.Н. Особенности построения расчетной конечно-элементной модели многогранных гнутых стоек в программно-вычислительном комплексе SCAD Office / Васылев В.Н., Гаранжа И.М. // Металлические конструкции. – М.: 2009. – Т.15, №2. – с. 18-29.

12. Адлер Ю.П. Введение в планирование эксперимента / Адлер Ю.П., - М.: «Металлургия», 1969. – 114 с.

13. Адлер Ю.П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В. – Москва: «Наука», 1976. – 279 с.

14. Федоров В.В. Теория оптимального эксперимента / Федоров В.В. – К.: «Наука», 1971. – 246 с.

15. Яноши Л. Теория и практика обработки результатов измерений / Яноши Л. – М.: «Мир», 1968. – 202 с.

16. Нейман Ю. Вводный курс теории вероятностей и математической статистики / Нейман Ю. – М.: «Наука», 1968. – 164 с.

17. Прокат листовой горячекатаный. Сортамент : ГОСТ 19903-74. – М.: ИПК Издательство стандартов, 1974. – 18 с. – (Межгосударственный стандарт).

Надійшла до редакції 09.12. 2011

© В.Н. Василев, .М. Гаранжа

В.Н. Васылев, к.т.н., И.М. Гаранжа

Донбасская национальная академия строительства и архитектуры

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАПРЯЖЕННО - ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ КОНСТРУКЦИЙ СТАЛЬНЫХ МНОГОГРАННЫХ ГНУТЫХ СТОЕК

В статье приведены определение и анализ возможных факторов влияния на напряженно-деформированное состояние (НДС) конструкций стальных многогранных стоек. По двум группам предельных состояний выбраны исследуемые параметры НДС, которые выражены в виде полного уравнения линейной регрессии и определены коэффициенты их модели. Получена математическая модель и определен основной фактор влияния на НДС конструкций стальных многогранных стоек.

Ключевые слова: многогранные гнутые стойки, напряженно-деформированное состояние, математическая модель, факторы влияния, уравнения линейной регрессии, коэффициенты модели, матрица планирования, дисперсия воспроизводимости.

V.N. Vasylev, PhD., I.M. Garanzha

Donbas National Academy of cCivil Engineering and Architecture

MATHEMATICAL MODEL OF STRESSED-DEFORMED STATE OF MANY-SIDED BENT RACK STRUCTURES

In article definition and the analysis of possible factors of influence on the is stressed-deformed state (SDS) of designs of steel many-sided racks are resulted. On two groups of limiting conditions investigated parameters of the SDS which are expressed in the form of the full equation of linear regress are selected and factors of their model are defined. The mathematical model is received and the major factor of influence on the SDS of designs of steel many-sided racks is defined.

Keywords: many-sided bent racks, intense-deformed condition, mathematical model, factors of influence, equation of linear regress, model factors, mapping out negative mould, reproducibility dispersion.