

А.М. Павліков, д.т.н., професор, О.В. Бойко, к.т.н., М.О. Харченко, аспірант

Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка

МІЦНІСТЬ КОСОЗІГНУТИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ БАЛОК ТАВРОВОГО ПРОФІЛЮ ЗА УМОВИ ДВОЛІНІЙНОЇ РОБОТИ БЕТОНУ ТА АРМАТУРИ

Запропоновано метод розрахунку міцності косозігнутих залізобетонних балок таврового профілю з одиночним армуванням при трапецієподібній формі стиснутої зони бетону з використанням дволінійних залежностей між напруженнями та деформаціями в бетоні та арматурі.

***Ключові слова:** міцність, таврова балка, дволінійна діаграма, напруження, деформації.*

Постановка проблеми. Згинальні залізобетонні елементи таврового профілю мають широке застосування в практиці будівництва як несучі конструкції промислових і громадських будівель та інженерних споруд, наприклад ребристі плити, фундаментні й підкранові балки, балки перекриття тощо. Але розрахунок їх міцності з урахуванням косоного деформування з використанням реальних діаграм роботи бетону та арматури на сьогодні потребує вдосконалення.

Аналіз останніх досліджень і виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми, котрим присвячуються стаття. Аналіз робіт [1, 2, 3] показав, що подальше вдосконалення методу розрахунку міцності косозігнутих балкових елементів потребує використання моделей, котрі ґрунтуються на реальних діаграмах деформування матеріалів. У нових нормах проектування залізобетонних конструкцій [4] рекомендується в стиснутій зоні бетону приймати дійсний характер розподілення напружень, тобто криволінійний. Поряд із криволінійними діаграмами стану бетону й арматури з фізичною межею текучості допускається використовувати дволінійні діаграми, які суттєво спрощують розрахункові залежності.

Отже, основним завданням досліджень, результати яких наведено в статті, є вдосконалення методики розрахунку залізобетонних балок таврового перерізу з використанням деформаційної моделі, для описання котрої прийнято дволінійні діаграми залежностей між напруженнями та деформаціями в бетоні й арматурі.

Формулювання цілей статті. Метою роботи є розроблення методики розрахунку міцності нормального перерізу косозігнутих балкових елементів таврового профілю з використанням дволінійних діаграм залежностей між напруженнями та деформаціями в бетоні й арматурі при трапецієподібній формі стиснутої зони бетону.

Виклад основного матеріалу. Запропонований деформаційний розрахунок міцності косозігнутих залізобетонних елементів таврового профілю у нормальному перерізі базується на передумовах, викладених у нормах [5]:

- за розрахунковий приймається усереднений переріз, що відповідає середнім деформаціям бетону та арматури по довжині балок між тріщинами;
- деформації в арматурі однакові з оточуючим їх бетоном як при розтягу, так і при стиску;
- для розрахункового перерізу вважається справедливою гіпотеза про лінійний розподіл деформацій по його висоті;

– зв'язок між напруженнями та деформаціями стиснутого бетону приймається у вигляді дволінійної діаграми $\sigma_c = f(\epsilon_c)$ за [4]. Дволінійна діаграма стану бетону в розрахунках за граничними станами першої групи описується залежностями:

$$\text{при } 0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{c3,cd} \quad \sigma_c = E_{cd} \cdot \epsilon_c; \quad (1)$$

$$\text{при } \epsilon_{c3,cd} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu3,cd} \quad \sigma_c = f_{cd}, \quad (2)$$

де $\epsilon_{c3,cd} = f_{cd} / E_{cd}$ – значення відносних деформацій бетону на межі умовної пружної ділянки діаграми; f_{cd} – розрахункове значення міцності бетону на стиск; E_{cd} – розрахункове значення модуля пружності бетону; $\epsilon_{cu3,cd}$ – значення відносних граничних деформацій бетону при стиску;

– зв'язок між напруженнями та деформаціями арматури приймається у вигляді дволінійної діаграми $\sigma_s = f(\epsilon_s)$ за нормами [5]. Дволінійна діаграма стану арматури описується залежностями:

$$\text{при } 0 \leq \epsilon_s \leq \epsilon_{s0} \quad \sigma_s = E_s \cdot \epsilon_s; \quad (3)$$

$$\text{при } \epsilon_{s0} \leq \epsilon_s \leq \epsilon_{ud}, \quad \sigma_s = f_{yd}, \quad (4)$$

де $\epsilon_{s0} = f_{yd} / E_s$ – відносні деформації арматури на межі умовно пружної ділянки діаграми; f_{yd} – розрахункове значення міцності арматури на межі текучості; E_s – розрахункове значення модуля пружності арматури; ϵ_{ud} – значення відносних граничних деформацій видовження арматури;

– робота бетону розтягнутої зони не враховується, при $\epsilon_s \leq 0$ вважається $\sigma_s = 0$ (приймається таке правило знаків: для стиску «плюс», для розтягу «мінус»).

Критерієм вичерпання міцності балки в нормальному перерізі вважається руйнування стиснутого бетону при досягненні фібровими деформаціями граничних значень $\epsilon_{cu3,cd}$ або розрив усіх розтягнутих стержнів унаслідок досягнення в них граничних деформацій ϵ_{ud} .

При розв'язанні поставленої задачі за розрахунковий приймається нормальний переріз косозігнутої залізобетонної балки таврового профілю з одиночним армуванням, в якому нейтральна лінія проходить у межах полочки, а форма стиснутої зони бетону має вигляд трапеції (рис. 1).

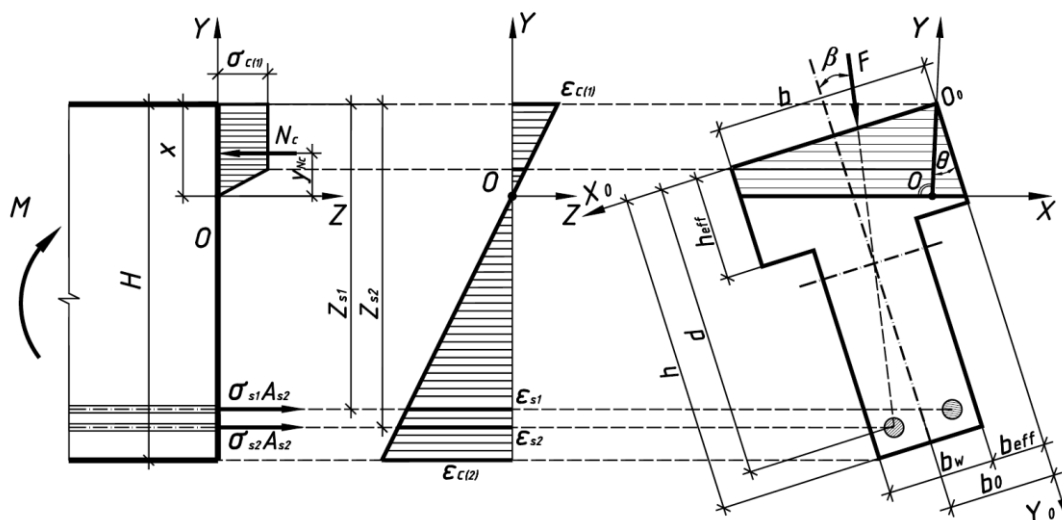


Рисунок 1 – Розрахункова схема перерізу в розрахунках за міцністю при трапецієподібній формі стиснутої зони

Вихідними величинами приймаються: розміри нормального перерізу елемента; площа поперечного перерізу арматури A_s ; характеристики арматури: f_{yd} , E_s , ε_{s0} , ε_{ud} ; характеристики бетону: f_{cd} , E_{cd} , $\varepsilon_{c3,cd}$, $\varepsilon_{cu3,cd}$; кут β нахилу зовнішньої силової площини до вертикальної осі симетрії перерізу.

До невідомих величин відносяться: значення деформацій $\varepsilon_{c(1)}$ в стиснутому бетоні на рівні найвіддаленішої від нейтральної лінії фібри і відповідні їм значення напружень у бетоні $\sigma_{c(1)}$, значення осереднених деформацій $\varepsilon_{c(2)}$ в розтягнутому бетоні на рівні найвіддаленішої від нейтральної лінії фібри; значення деформацій в арматурі ε_s та значення напружень σ_s , кут θ нахилу нейтральної лінії до горизонтальної осі перерізу, максимальне значення моменту M при згинанні.

Рівняння рівноваги зовнішніх і внутрішніх сил у нормальному перерізі залізобетонного елемента на основі прийнятої розрахункової схеми (рис. 1) записуються таким чином:

$$\sum Z = 0: N_c + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} = 0; \quad (5)$$

$$\sum M_0 = 0: N_c y_{N_c} + \sigma_s A_s (x - z_s) - M = 0, \quad (6)$$

де N_c – рівнодійна зусиль у бетоні стиснутої зони; $\sigma_{si} A_{si}$ – зусилля в i -тому арматурному стержні; y_{N_c} – відстань від нейтральної лінії до точки прикладання N_c ; x – висота стиснутої зони бетону; z_{si} – відстань від центра ваги i -того арматурного стержня до найбільш стиснутої грані перерізу; M – максимальний момент у площині осі Y .

Одержання виразів для визначення рівнодійної N_c та відстані y_{N_c} виконується шляхом інтегрування функції $\sigma_c = f(y)$ розподілення напружень у стиснутій зоні бетону в площині YOZ .

На основі гіпотези про лінійний розподіл деформацій по перерізу

$$\frac{\varepsilon_{c(1)} - \varepsilon_{c(2)}}{H} = \frac{\varepsilon_c}{y} = \aleph, \quad (7)$$

де $H = h \cos \theta + b \sin \theta$ – висота нормального перерізу в площині YOZ ; θ – кут нахилу нейтральної лінії до горизонтальної осі перерізу; ε_c – відносна деформація волокна бетону стиснутої зони, що має координату y в площині YOZ ; \aleph – кривизна вигнутої осі балки в перерізі.

Отже, при застосуванні аналітичної залежності діаграми стану бетону у вигляді рівнянь (1) – (2) та за допомогою співвідношення (7) виконується перехід від системи координат $\sigma_c - \varepsilon_c$ до системи координат XYZ та отримується закон $\sigma_c = f(y)$ розподілення напружень по стиснутій зоні бетону в площині YOZ :

$$\text{при } 0 \leq y \leq \varepsilon_{c3,cd} / \aleph \quad \sigma_c = E_{cd} \aleph y; \quad (8)$$

$$\text{при } \varepsilon_{c3,cd} / \aleph < y \leq \varepsilon_{cu3,cd} / \aleph \quad \sigma_b = f_{cd}. \quad (9)$$

Шукані вирази, після здійснення інтегрування функції (8) – (9) для трапецієподібної форми стиснутої зони перерізу (рис.1) записуються у такому вигляді:

$$N_c = \iint_{A_c} \sigma_c dx dy = \frac{b f_{cd}}{2 \aleph \cos \theta} (2 \varepsilon_{c(1)} - \varepsilon_{c3,cd} - \aleph b \sin \theta); \quad (10)$$

$$S_x = \iint_{A_c} \sigma_c y dx dy = \frac{b f_{cd}}{6 \aleph^2 \cos \theta} (3 \varepsilon_{c(1)}^2 - \varepsilon_{c3,cd}^2 - \aleph b \sin \theta (3 \varepsilon_{c(1)} - \aleph b \sin \theta)); \quad (11)$$

$$y_{N_c} = \frac{S_x}{N_c} = \frac{3\varepsilon_{c(1)}^2 - \varepsilon_{c3,cd}^2 - \aleph b \sin \theta (3\varepsilon_{c(1)} - \aleph b \sin \theta)}{3\aleph (2\varepsilon_{c(1)} - \varepsilon_{c3,cd} - \aleph b \sin \theta)}, \quad (12)$$

де A_c – площа поперечного перерізу стиснутого бетону.

Напруження σ_{si} в i -му арматурному стержні встановлюються згідно з діаграмою деформування арматури за формулами (3) – (4) залежно від деформацій ε_{si} , котрі на основі гіпотези плоских перерізів визначаються за формулою:

$$\varepsilon_{si} = \aleph (x - z_{si}) = \varepsilon_{c(1)} - \aleph z_{si}. \quad (13)$$

Після підстановки рівнянь (10) – (13) в формули (5) – (6) для трапецієподібної форми стиснутої зони рівняння рівноваги набувають вигляду:

$$\frac{bf_{cd}}{2 \cos \theta} \left(\frac{(2\varepsilon_{c(1)} - \varepsilon_{c3,cd})}{\aleph} - b \sin \theta \right) + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} = 0; \quad (14)$$

$$\frac{bf_{cd}}{6\aleph^2 \cos \theta} \left((3\varepsilon_{c(1)}^2 + \varepsilon_{c3,cd}^2) - b\aleph \sin \theta (3\varepsilon_{c(1)} - b \sin \theta) \right) + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} \left(\frac{\varepsilon_{c(1)} - z_{si} \aleph}{\aleph} \right) - M = 0. \quad (15)$$

З рівняння (14) на основі критерію вичерпання міцності при $\varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_{cu3,cd}$ визначається кривизна \aleph за умови, що деформації в i -му арматурному стержні не перевищують граничних $\varepsilon_{si} \leq \varepsilon_{ud}$.

При $\varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_{cu3,cd}$, $\varepsilon_{si} > \varepsilon_{ud}$, що свідчить про розрив арматури, за умови $\varepsilon_{si} = \varepsilon_{ud}$ з рівняння (14) визначають відповідні деформації бетону $\varepsilon_{c(1)}$ та \aleph .

Обчислення кута θ нахилу нейтральної лінії при $\varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_{cu3,cd}$ запропоновано виконувати на основі такої формули, отриманої в роботі [3] на основі передумови про розташування рівнодійних зусиль у стиснутій і розтягнутій зонах нормального перерізу в площині, що паралельна площині дії зовнішніх сил,

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\operatorname{ctg} \beta}{(3\psi - 2)} \left(-d/b + \sqrt{1 + 24X_0 (3\psi - 2) \operatorname{tg} \beta (Z_0 \operatorname{tg} \beta - Y_0) / b^2} \right), \quad (16)$$

де $d = 6x_0(\psi - 1)\operatorname{tg} \beta + b$; $x_0 = f_{yd} A_s / f_{cd} b$; $Z_0 = h_0 - 0,5x_0 t$; $Y_0 = b_0 - 0,5bt$; t , ψ – коефіцієнти за роботою [3], що залежать від класу бетону.

Визначення міцності залізобетонної балки таврового профілю у нормальному перерізі запропоновано виконувати з рівняння (15), підставивши в нього отримані з формули (14) значення деформацій $\varepsilon_{c(1)}$ та \aleph .

Висновки. Застосування загальних розрахункових передумов нового нормативного документа з проектування залізобетонних конструкцій ДБН В.2.6-98:2009 дозволило отримати аналітичні формули для визначення міцності косозігнутих залізобетонних балок таврового профілю. Одержані на основі дволінійних діаграм деформування бетону та арматури формули для обчислення M при трапецієподібній формі стиснутої зони бетону дозволяють виконувати розрахунок без використання ітераційних методів.

Література

1. Павліков, А.М. Нелінійна модель напружено-деформованого стану в косо завантажених залізобетонних елементах у закритичній стадії: монографія / А.М. Павліков. – Полтава: ПолтНТУ, 2007. – 259 с.
2. Бабич, Є.М. Визначення напружено-деформованого стану та розрахунок згинальних залізобетонних елементів таврового перерізу / Є.М. Бабич, П.С. Гомон //

Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. – Рівне: НУВГП, 2011. – Вип.21. – С. 80–87.

3. Бойко, О.В. Оцінка міцності навскісно зігнутих балок на основі дволінійних діаграм деформування бетону та арматури: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.32.01 «Будівельні конструкції, будівлі та споруди» / О.В. Бойко. – Полтава, 2010. – 22 с.

4. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. ДБН В.2.6-98:2009 / М-во регіонального розвитку та буд-ва України. – К., 2011. – 71 с.

5. Конструкції будинків та споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування. ДСТУ Б В.2.6-156:2010 / М-во регіонального розвитку та буд-ва України. – К., 2011. – 118 с.

Надійшла до редакції 07.12. 2011

© А.М. Павліков, О.В. Бойко, М.О. Харченко

А.Н. Павликов, д.т.н., профессор, О.В. Бойко, к.т.н., М.О. Харченко, аспирант

Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка

ПРОЧНОСТЬ КОСОИЗГИБАЕМЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК ТАВРОВОГО ПРОФИЛЯ ПРИ УСЛОВИИ ДВУХЛИНЕЙНОЙ РАБОТЫ БЕТОНА И АРМАТУРЫ

Предложен метод расчёта прочности косоизгибаемых железобетонных балок таврового профиля с одиночным армированием при трапециевидной форме сжатой зоны бетона с использованием двухлинейных зависимостей между напряжениями и деформациями в бетоне и арматуре.

Ключевые слова: прочность, тавровая балка, двухлинейная диаграмма, напряжения, деформации.

A.M. Pavlikov, D.Sc. in engineering, O.V. Boiko, k.t.s., M.O. Kharchenko, post graduate student

Poltava National Technical University named after Yuri Kondratyuk

STRENGTH OF REINFORCED CONCRETE T-BEAMS OF THE BIAXIAL BENDING WITH USE OF TWO-LINEAR STRESS-STRAIN RELATION IN CONCRETE AND REINFORCEMENT

The method for account of strength of reinforced concrete T-beams of the biaxial bending with single reinforcement is offered at the trapezoid form of the compressed zone of concrete with use of two-linear stress-strain relation in concrete and reinforcement.

Key words: strength, T- beam, two-linear diagram, stress, strain.