УДК 624.131+539.215

Ш. Алтынбеков, к.ф-м.н., доцент
Южно-Казахстанский государственный педагогический институт

ЗАДАЧИ ОБ УПРАВЛЕНИИ ПРОЦЕССОМ ОСЕДАНИЯ НЕФТЯНОГО ПЛАСТА И ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Предложена функция управления и решены задачи об управлении процессом оседания нефтеносного пласта и земной поверхности. Приведен предварительный анализ численных расчетов.

Ключевые слова: *механика, математика, управление.*

Ш. Алтинбеков, к.ф-м.н., доцент
Південно-Казахстанський державний педагогічний інститут

ЗАДАЧІ ПРО КЕРУВАННЯ ПРОЦЕСОМ ОСІДАННЯ НАФТОВОГО ПЛАСТА ТА ЗЕМНОЇ ПОВЕРХНІ

Запропоновано функцію керування та розв'язано задачі про керування процесом осідання нафтоносного пласта і земної поверхні. Приведено попередній аналіз числових розрахунків.

Ключові слова: *механіка, математика, керування.*

Sh. Altynbekov, c.ph-m.s., docent
South Kazakhstan State Pedagogical Institute

THE PROBLEM OF MANAGING THE PROCESS OF SETTLING THE OIL FORMATION AND SURFACE

Proposed management function and solve the problem of managing the process of settling the oil reservoir and the surface. An initial analysis of the numerical calculations.

Keywords: *mechanics, mathematics, management.*

Постановка проблемы в общем виде и ее связь с важными практическими заданиями. В настоящее время имеется немало работ по математической теории оптимального управления [1, 2, 3]. Теория оптимизации для систем с распределенными параметрами, описываемыми уравнениями с частными производными, стала разрабатываться уже после того, как были получены основные результаты в теории оптимизации для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Анализ последних исследований и публикаций, в которых положено начало решению данной проблемы. Теория, изложенная в работах Л.С. Понтрягина, В.Г. Болтянского, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко [1] и М.Р. Хестенса [2], посвящена изучению следующих вопросов:

– получение необходимых условия экстремума;

– изучение структуры и свойств уравнений, выражающих эти условия для случая, когда Λ, называемая «моделью» системы, представляет собой обыкновенный дифференциальный оператор.

Выделение не решенных ранее частей общей проблемы, которым посвящена статья. В многочисленных приложениях из-за сложности управляемых систем приходится отказаться от только что указанной математической модели и рассматривать в качестве Λ оператор с частными производными [3].

Целью работы и есть изучение этой математической модели.

Изложение основного материала исследований.

1. Задачи об управлении процессом оседания нефтеносного пласта. Задачи об управлении процессом оседания нефтеносного пласта и земной поверхности при откачке нефти тесно связаны с задачами об управлении давлением поровой жидкости.

Существуют многочисленные типы управления. В данной работе рассмотрим только два типа управления: управление на границе и управление внутри области. Последовательно рассмотрим эти типы управления.

1.1. Управление давлением на границе. Управление осуществляется так, чтобы давление $p(x,t)$ на границе Г области Ω не понижалось с течением времени (например, подача жидкости через стенку). Функция $p(x,t)$ (давление) соответствует внутри области $\Omega\times]0,T[$ уравнению уплотнения

$$\frac{\partial p}{\partial t} - C_v(x)\Delta p = f, \quad x\in\Omega, \quad t\in]0,T[, \tag{1}$$

или, в общем случае, уравнению

$$\frac{\partial p}{\partial t} + Ap = f, \tag{2}$$

где

$$A\varphi = -(a_{ij}(x)\varphi_{1j}), \tag{3}$$

а функции $a_{ij}(x)$ удовлетворяют условия:

$$a_{ij}(x)\in L^{\infty}(\Omega), \quad a_{ij}(x) = a_{ji}(x) \quad \forall_{i,j};$$
$$a_{ij}(x)\xi_i\xi_j \geq \alpha\xi_i\xi_i, \quad \alpha>0, \quad \forall\xi_i\in R. \tag{4}$$

Пусть, кроме того, при $q_1 = q_2$ задано начальное давление [4]

$$p(x,\tau_1) = p_0(r,t,\tau_1) = q_1 + \sum_{i=1}^{\infty} D_i(\tau_1)\mathrm{V}_0\left(\frac{\mu_i}{\sqrt{K_r}}r\right)\cdot ch\left(\frac{\mu_i}{\sqrt{K_z}}z\right). \tag{5}$$

Наличие и тип управления сказываются на форме граничных условий. В подтверждение этому приводим результаты исследования автором данной работы [5, 6]. Деформация неоднородных земляных масс, обусловленных их консолидацией, сильно зависит от типа краевых условий. Так, например, при граничных условиях, когда на границах массива земляной среды происходит свободный водообмен с окружающей средой (рис.1), так как растекание напора в однородной среде двухстороннего характера и незначительно, чем в неоднородном, осадок неоднородных грунтовых оснований в начальные моменты времени больше, чем у однородного, а со временем он становится гораздо меньше (в 1,1 – 5 раза), в зависимости от их физико-механических свойств (рис. 2).

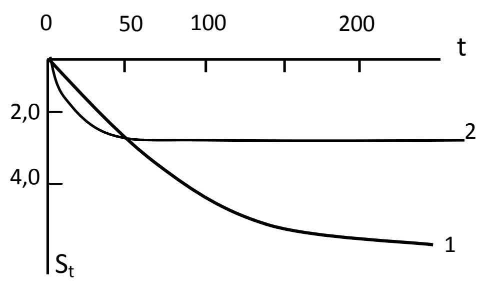


Рисунок 1 – Кривые изменения напора Н по x_3:1 – однородная среда;
2 – неоднородная среда

В случае граничных условий, когда грунтовая вода свободно удаляется с боковых поверхностей массива земляной среды, а на нижних и верхних границах его происходит свободный водообмен с окружающей средой, так как давление в верхних слоях неоднородной грунтовой массы ниже атмосферного, а в нижних слоях достаточно больше, в начальные моменты времени происходит обратный процесс уплотнения – набухание грунта, а со временем оно затухает и может возникнуть осадок незначительного характера (рис. 3).

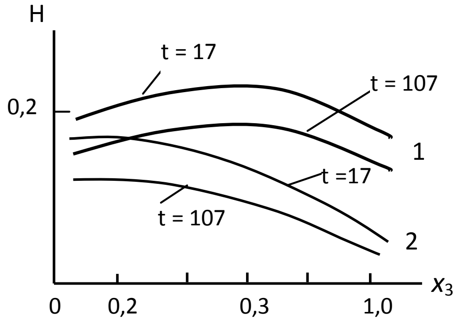


Рисунок 2 – Изменение осадки S_t (см) по t (сут) от нагрузки $q = 2$ кг/см^2 (условные обозначения те же, что и на рис. 1)

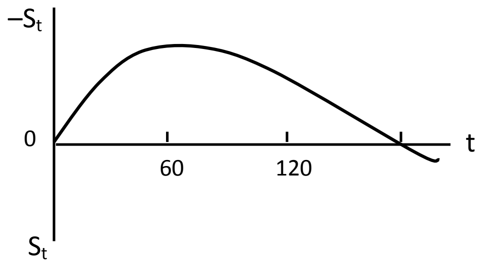


Рисунок 3 – Изменение осадки S_t от нагрузки $q = 2$ кг/см^2 при $\chi_1^{(1)} = \chi_2^{(1)}$

При граничных условиях с водоупором на глубине и водонепроницаемыми стенками, так как давление в нижних слоях неоднородной грунтовой массы ниже атмосферного, то за счет растекания давления осадок основания в начальные моменты времени больше осадка, соответствующего пределу времени, что вызывает после некоторого времени явление набухания (рис. 4).

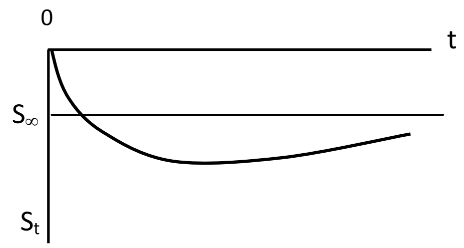


Рисунок 4 – Изменение осадки S_t (см) от нагрузки $q = 2$ кг/см^2 $\chi_2^{(1)} = \chi_2^{(2)}$

Исходя из вышеизложенного, можно прийти к выводу: искусственно создавая граничные условия, можно управлять процессом оседания нефтеносного пласта.

1.2. Управление давлением внутри области. Управление осуществляется так, чтобы давление $p(x,t)$ в области Ω не понижалась с течением времени (например, введением в Ω потока жидкости $q_в$). Количество жидкости $q_в$, поступающей к нефтяной залежи из законтурной области пласта, по условию управления должно быть приблизительно равным количеству отбираемой нефти q_1 из месторождения, т.е. $q_в \approx q_1$. Тогда задача об управлении процессом осадки нефтеносного пласта, согласно работе [4], может быть сведена к следующему виду:

$$\frac{\partial p}{\partial t}=C_v(z)\left(K_z\frac{\partial^2 p}{\partial z^2}+K_r\left(\frac{\partial^2 p}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r}\right)\right)+\Phi(z,r,t), \tag{6}$$

$$p(z,r,t)=p_0(z,r) \text{ при } t=\tau_1, \tag{7}$$

$$p(z,r,t)=æ(t)\, p_0(z,r) \text{ при } \tau_1<t<\infty, \tag{8}$$

$$p(z,r_0,t)=q_1, \quad p(z,R,t)=q_1, \tag{9}$$

$$\left.\frac{\partial p}{\partial z}\right|_{z=h}=0, \quad \left.\frac{\partial p}{\partial z}\right|_{z=0}=0, \tag{10}$$

где $C_v(z)$ и $\Phi(z,r,t)$ – известные функции [4].

В этой задаче определению подлежит функция (давления) $p(z,r,t)$ и функция æ(t). Функция æ(t) в рассматриваемом интервале времени $]\tau_1,\infty[$ непрерывна, положительна и ограничена снизу и сверху. Нас интересует те значения этой функции, которые лежат внутри полусегмента]0,1], т.е. $0<$æ$(t)\le 1$.

Для решения поставленной задачи (6) – (10) вначале определим функцию давления $P(z,r,t)$, удовлетворяющую уравнение (6), начальное условие (7) и граничные условия (9) и (10) [4]:

$$P(z,r,t)=q_1+\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{\infty}T_{ij}(t)V_0\left(\frac{\mu_i}{\sqrt{K_r}}r\right)\cdot V_{\nu_i}\left(\frac{2\lambda_{ij}}{\alpha_7\sqrt{K_z}}e^{-\frac{\alpha_7}{2}z}\right), \tag{11}$$

$$T_{ij}(t)=\left(\int\Phi_{1ij}(t)e^{C_{v0}\lambda_{ij}^2 t}dt+D_{ij}\right)\cdot e^{-C_{v0}\lambda_{ij}^2 t}.$$

Затем удовлетворив условие (8), т.е. (5) и (11) подставив в (8), находим функцию æ(t):

$$æ(t)=\frac{q_1D_{1ij}+D_{2ij}e^{-\alpha_q t}+D_{3ij}e^{-C_{v0}\lambda_{ij}^2 t}+\frac{q_в}{C_{v0}}D_{4ij}}{q_1D_{1ij}+\frac{q_0}{R}\left(A_q-B_q e^{-\alpha_q t}\right)D_{5ij}+D_{6ij}}. \tag{12}$$

Здесь $D_{1ij}, D_{2ij}, D_{3ij}, D_{4ij}, D_{5ij}$ и D_{6ij} – известные коэффициенты, определяемые в ходе решения задачи, а λ_{ij} – положительные корни уравнения, составленного из комбинации функции Бесселя первого и второго рода.

Нетрудно заметить, функция вида (12) в рассматриваемой задаче является функцией управления. Действительно, управление давлением внутри области Ω, управление процессом оседания нефтеносного пласта и земной поверхности на территории нефтедобывающих комплексов в конечном счете можно осуществить только с помощью функции æ(t), введением в Ω потока жидкости $q_в$, регулируемой посредством полупроницаемой перегородки или некоторым сервомеханизмом, согласно правилу (h – поле заданных давлений):

$$p>h\Rightarrow q_в=0,$$

$$p=h\Rightarrow q_в\ge 0$$

или

$$p>h\Rightarrow q_в=0,$$

$$p \le h \Rightarrow q_в = k(h-p).$$

где k (положительный скаляр) – мера проводимости стенки.

При $t \to \infty$ из (12) имеем

$$æ_\infty = \frac{q_1 D_{1ij} + \frac{q_в}{C_{v0}} D_{4ij}}{q_1 D_{1ij} + \frac{q_0}{R} A_q D_{5ij} + D_{6ij}},$$

откуда при $q_в = \frac{(q_0 A_q D_{5ij} + RD_{6ij})C_{v0}}{RD_{4ij}}$ $æ_\infty = 1$.

Механический смысл этого числа означает: конечное давление в поровой жидкости равно начальному давлению; осадок нефтеносного пласта и оседания земной поверхности практически равны нулю.

1.3. Управление процессом оседания нефтеносного пласта. Управление процессом оседания нефтеносного пласта, вызванного весом земляного массива, расположенного над нефтеносным пластом $q(t,r)$ [7]:

$$q(t,r) = \frac{q_0}{R}(R - \beta_q r)\left(A_q - B_q e^{-\alpha_q t}\right),$$

$$0 < \beta_q \le 1, \quad \beta_q r \le R, \quad 0 < A_q \le 1, \quad B_q \le A_q, \quad \alpha_q > 0, \quad r_0 \le r \le R,$$

можно осуществлять с помощью функции управления $æ(t)$ по формуле

$$s(r,t) = \frac{3a_0(\alpha_1 + \alpha_2)}{(1+\varepsilon_0)(1+2\xi_0)}(1 - æ(t)) \times$$

$$\times \int_0^h e^{\alpha_5 z}\left\{q_1 + \frac{q_0(A_q - B_q e^{-\alpha_q t})}{R} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} B_{1i} \mathrm{V}_0\left(\frac{\mu_i}{\sqrt{K_r}} r\right) \cdot \mathrm{ch}\left(\frac{\mu_i}{\sqrt{K_z}} z\right)\right\} dz. \quad (13)$$

Отсюда при $t \to \infty$

$$s_\infty(r) = \frac{3a_0(\alpha_1 + \alpha_2)}{(1+\varepsilon_0)(1+2\xi_0)}(1 - æ_\infty) \int_0^h e^{\alpha_5 z}\left\{q_1 + \frac{q_0 A_q}{R} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} B_{1i} \mathrm{V}_0\left(\frac{\mu_i}{\sqrt{K_r}} r\right) \cdot \mathrm{ch}\left(\frac{\mu_i}{\sqrt{K_z}} z\right)\right\} dz, \quad (14)$$

и при $q_в = \frac{(q_0 A_q D_{5ij} + RD_{6ij})C_{v0}}{RD_{4ij}}$ оседание нефтеносного пласта равно нулю, т.е. $s_\infty(r) = 0$, так как в этом случае $æ_\infty = 1$.

Нетрудно заметить, из формул (13) и (14), что при æ(t) >1, происходит негативное явление – набухание нефтеносного пласта, что нежелательно в практике. А при æ(t)→∞ (т.е. при $q_в \to \infty$) можно ожидать катастрофическое явление. Сила набухания нефтеносного пласта такова, что она даже может разрушить земную поверхность на территории нефтедобывающих комплексов.

2. Управление процессом оседания земной поверхности. В основу данного управления положены функция управления æ(t) и два уравнения:

$$\frac{1}{2(1-\mu_0^2)r_0} \frac{d^2}{dr^2}\left[EJ(r)\frac{d^2 y}{dr^2}\right] = q(r) - p(r); \quad (15)$$

$$s(r) = C\int_{r_0}^{R_0} p(\eta)e^{-m|r-\eta|}d\eta \qquad (16)$$

и закон распределения реактивного давления $p(r)$, удовлетворяющего два основные условия:

– прогибы полосы всюду по ее подошве должны совпадать с просадкой поверхности нефтеносного пласта полосой (рис. 5), т.е.

$$y(r) = s(r); \qquad (17)$$

– реактивные давления и внешняя нагрузка на полосу должны удовлетворять условиям равновесия статики:

$$\sum Y = \int_{r_0}^{R_0} p(\eta)d\eta = Y_0; \qquad (18)$$

$$M = \int_{r_0}^{R_0} \eta p(\eta)d\eta = M_0, \qquad (19)$$

где $s(r)$ в формулах (16) и (17) определены одной из формул (13), (14); Y_0 и M_0 – сумма вертикальных сил и сумма моментов всех внешних нагрузок относительно начального сечения полосы (рис. 5).

Далее, присоединяя к приведенным формулам (15) – (19) систему алгебраических линейных уравнений [4]

$$a_0 f_{0k} + a_1 f_{1k} + \ldots + a_{n-2} f_{n-2,0} = \bar{y}_{0k} + \Phi_k \quad (k = 0,1,2,\ldots,n-2)$$

и решая ее, определены необходимые параметры управления процессом оседания земной поверхности.

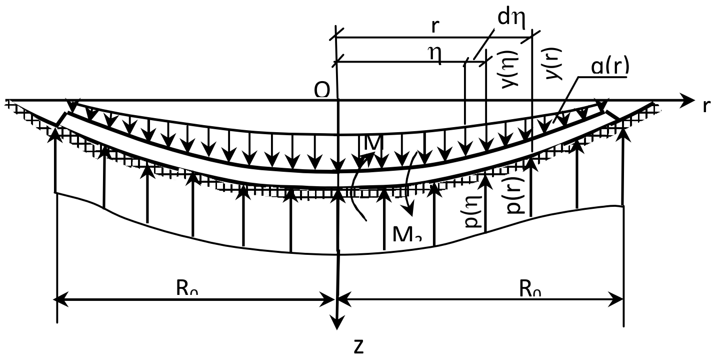
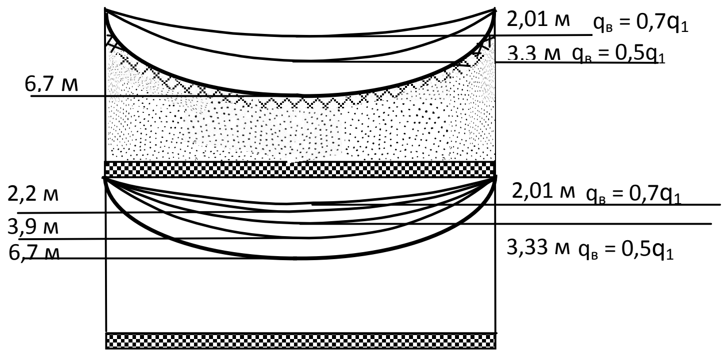


Рисунок 5 – Расчетная схема метода убывающей функции

3. Результаты предварительных расчетов. Согласно функции управления æ(t) и по полученным результатам составлена программа для прогноза оседания нефтеносного пласта и земной поверхности на территории нефтедобывающего комплекса. Проведены предварительные расчеты на ПЭВМ. При расчете использованы те же исходные данные, что и в работе [4].

Выводы. Анализ результатов расчетов показал, что снижение оседания нефтеносного пласта и земной поверхности по сравнению с приведенным в [4] на 50 – 70%, зависит от введенного в Ω потока жидкости $q_в$ (рис. 6).



1. $A_q = 0.227$ *;* $\beta_q = 0.525$*;* *2.* $A_q = 0.339$ *;* $\beta_q = 0.307$*; 3.* $A_q = 0.417$ *;* $\beta_q = 0.209$ *;*

Рисунок 6 – Оседание нефтеносного пласта и земной поверхности в зависимости от A_q, β_q *и qв*

Этот показатель можно улучшить, решив специальные задачи для принятия экономически эффективных и конструктивных решений, согласующих с задаваемой функцией стоимости.

Литература

1. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко – М.: Наука, 1969.

2. Hestenes, M.R. Calculus of variations and optimal control theory / Hestenes M.R. – Wiley, 1966.

3. Лионс, Ж.-Л. Оптимальное управление системами описываемыми уравнениями с частными производными / Лионс Ж.-Л. – М.: Мир, 1972.

4. Алтынбеков, Ш. К прогнозу осадки нефтеносного пласта и оседаний земной поверхности при откачке нефти из залежей / Алтынбеков Ш. // Тр. Всерос. конф., посв. 80-летию академика Е.И. Шемякина, «Геодинамика и напряженное состояние недр Земли». –Новосибирск, 2010.

5. Алтынбеков, Ш. О консолидации неоднородных грунтов / Алтынбеков Ш. // Проблемы механики. – Т., 1995.– №3-4. – С. 17 – 21.

6. Алтынбеков, Ш. Влияние краевых условий на характер осадки грунтовых оснований / Алтынбеков Ш., Джаманкараева М.А., Бекболатова С. // Тез. докл. межд. конф. по дифференциальным уравнениям и динамическим системам. – М.: МИАН, 2010. – С. 23 – 28.

7. Алтынбеков, Ш. Прогнозирование деформации территории нефтедобывающих комплексов / Алтынбеков Ш. // Вестник международного казахско-турецкого университета им. Х.А. Ясави. – Туркестан, – 1998. – №2. – С. 30 – 34.

Надійшла до редакції 21.09.2012