

*В.М. Джура, к.т.н., доцент
П.А. Юрко, інженер*

Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка

УТОЧНЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ АПРОКСИМАЦІЇ ДІАГРАМИ СТИСНУТОГО БЕТОНУ У ВИГЛЯДІ ПОЛІНОМА 5-ГО СТЕПЕНЯ

Запропоновано уточнені значення коефіцієнтів полінома 5-го степеня апроксимації діаграми фізичного стану бетону, котрі можна застосувати в розрахунках міцності залізобетонних елементів.

Ключові слова: *поліном, функція, коефіцієнти, апроксимація.*

*В.Н. Джура, к.т.н., доцент
П.А. Юрко, інженер*

Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка

УТОЧНЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ АППРОКСИМАЦИИ ДИАГРАММЫ СЖАТОГО БЕТОНА В ВИДЕ ПОЛИНОМА 5-Й СТЕПЕНИ

Предложены уточненные значения коэффициентов полинома 5-й степени аппроксимации диаграммы физического состояния бетона, которые можно применить в расчетах прочности железобетонных элементов.

Ключевые слова: *полином, функция, коэффициенты, аппроксимация.*

*V.M. Jura, c.t.s. Assistant Professor
P.A. Yurko, engineer*

Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University

UPDATE FACTOR APPROXIMATION CURVES CRACKED CONCRETE AS A POLYNOMIAL OF DEGREE 5

The authors proposed revised values of the coefficients of the fifth degree of approximation diagrams physical condition of the concrete. These coefficients can be used in the calculation of the strength of reinforced concrete elements.

Keywords: *polynomial, function, coefficients, approximation.*

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими практичними завданнями. Розвиток теоретичних основ і накопичення даних експериментального характеру підштовхує до побудови аналітичної залежності напружено-деформованого стану стиснутого бетону в складі залізобетонного елемента (ЗБЕ). Еталоном вважається діаграма, в котрій початкові напруження зростають до максимальних, із граничним значенням міцності бетону на стиск f_c при відповідних деформаціях ε_{c1} , після чого спостерігається подальше поступове зниження напружень до залишкової міцності f_{cu} з відповідними граничними значеннями деформацій $\varepsilon_{cu,1}$.

Установлення функціональної залежності $\sigma_c - \varepsilon_c$ при короткочасному одноразовому завантаженні бетону в складі ЗБЕ на однорідний стиск є однією з важливіших задач.

Аналіз останніх досліджень і публікацій, у яких започатковано розв'язання проблеми. Останні 20 років як в Україні, так і за її межами ведуться дослідження в напрямі повних діаграм стиснутого бетону в складі ЗБЕ. Перші спроби дослідження з отримання повної діаграми бетону на стиск зроблені ще в 40 – 60 роках ХХ ст. [1, 2].

Однак під час виконання цих робіт науковці не отримали аналітичної залежності напружень від деформацій.

Пізніше було запропоновано функціональну апроксимацію таких залежностей у працях [3 – 8, 10]. На базі експериментального матеріалу у нормах [9, 11] залежність прийнято згідно з пропозиціями, наведеними в роботі [2]. Були враховані накопичені експериментальні дані щодо характерних точок $\sigma_c - \varepsilon_c$, що відповідають максимальним фізико-механічним характеристикам бетону: граничним деформаціям, напруженням, модулю пружності. Однією з функцій, котра б апроксимувала такі криві, прийнята дробово-раціональна, запропонована М. Сарджиним. Також застосовуються сплайн-функція [12 – 13] і поліном 5-го степеня [14 – 15]. Однак у наведених вище джерелах не вказано на чітке обмеження цієї залежності значенням $\varepsilon_{cu,1}$, отриманим із досліджень ЗБЕ.

У статтях [16, 17] запропоновано коефіцієнти полінома для апроксимації повної діаграми стиску бетону для різних класів та введено обмеження цих залежностей.

У роботі [17] наведено умови існування повної діаграми стиску бетону в складі ЗБЕ на основі використання поняття екстремального критерію міцності [18], що дозволило одержати значення коефіцієнтів функції апроксимації полінома 5-го степеня для різних класів бетону при характерному значенні рівня деформацій $\eta = \eta_u$. Граничне значення η_u отримане з параметричного рівняння діаграми стану елемента [18] в момент досягнення ЗБЕ максимального опору дії зовнішньому навантаженню.

Виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми, яким присвячується стаття. Різноманітність запропонованих функцій апроксимації діаграми стану бетону широко використовується на практиці. Після виділення серед них поліном 5-го степеня при моделюванні нелінійної залежності $\sigma_c - \varepsilon_c$ бетону стиснутої зони виникає питання про її обмеження.

У цій роботі ставиться за мету уточнити значення коефіцієнтів полінома-апроксимації діаграми фізичного стану бетону з умов досягнення в ЗБЕ фібровими волокнами бетону граничних деформацій $\varepsilon_{cu,1}$ згідно статті [16], викладених у роботі [15] для класів бетону В10, В30, В60.

Виклад основного матеріалу. У роботі [15] розглянуто значну кількість функцій апроксимації, діаграми стану бетону, але немає достатньо простої функції, котра була б вичерпаною до вимог експериментальних досліджень. У цій статті порівнюються коефіцієнти апроксимації повної діаграми стиску бетону у вигляді полінома 5-го степеня за методикою, наведеною у праці [16] з результатами, викладеними в роботі [15].

У загальному випадку залежність між напруженнями і деформаціями бетону в складі ЗБЕ при стисковій $\sigma_c = f(\varepsilon_c)$ наводиться математичною залежністю у вигляді

$$\sigma_c = f_c \sum_{i=1}^5 A_i \cdot \eta_u^i, \quad (1)$$

де f_c – розрахункова межа міцності бетону при однорідному стисковій; η_u – граничний рівень деформацій у найвіддаленішій фібрі бетону;

A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 – коефіцієнти, котрі характеризують міцнісні характеристики бетону, мають вигляд:

– згідно з відомостями, наведеними в праці [16],

$$A_1 = \frac{E_c \cdot \varepsilon_{cl}}{f_c} = K; \quad (2)$$

$$A_2 = -\frac{1}{2}(A_1 + 3A_3 + 4A_4 + 5A_5); \quad (3)$$

$$A_3 = -2 + A_1 - 2A_4 - 3A_5; \quad (4)$$

$$A_4 = \left(\frac{1}{1 + \eta_u} \right) \left[-y - \left(\frac{7}{3} \right) (\eta_u^2 + \eta_u + 1) A_5 \right]; \quad (5)$$

$$A_5 = \frac{3[(1 + \eta_u)(2 - A_1) + 2\eta_u y]}{(1 - 3\eta_u + 6\eta_u^2 - 4\eta_u^3)}, \quad (6)$$

де

$$y = \left(\frac{1}{1 - \eta_u} \right) \left[1 - \frac{\alpha}{\eta_u^2} + A_1 \left(\frac{1 - \eta_u}{\eta_u} \right) \right]; \quad \alpha = \frac{f_{cu}}{f_c}; \quad \eta_u = \frac{\varepsilon_{cu,1}}{\varepsilon_{c1}};$$

$$E_c = 1,1 \cdot 10^4 \cdot f_c^{0,3}; \quad \varepsilon_{c1} = 0,0007 \cdot f_c^{0,31};$$

– згідно з відомостями, наданими в роботі [15],

$$A_1 = 1,1 \frac{E_c \cdot \varepsilon_{c1}}{f_c}; \quad (7)$$

$$A_5 = \frac{F_1(\gamma - 1)^2 \gamma - F_2}{2\gamma^2 F_3}; \quad (8)$$

$$A_4 = \frac{F_1 - 2A_5(10\gamma^3 - 9\gamma + 2)}{2(6\gamma^2 - 6\gamma + 1)}; \quad (9)$$

$$A_3 = A_1 - 2A_4 - 3A_5 - 2; \quad (10)$$

$$A_2 = 1 - A_1 - A_3 - A_4 - A_5, \quad (11)$$

де

$$K_2 = 2,7 \left(\frac{\varepsilon_{cu,1}}{\varepsilon_{c1}} \right) - 6,1 - 0,05 / \left(\frac{\varepsilon_{cu,1}}{\varepsilon_{c1}} - 1 \right)^2;$$

$$F_1 = K_2 + 2A_1(2 - 3\gamma) + 12\gamma - 6;$$

$$F_2 = 2[\beta + A_1\gamma(2\gamma - \gamma^2 - 1) + \gamma^2(2\gamma - 3)](6\gamma^2 - 6\gamma + 1);$$

$$F_3 = (10\gamma^3 - 9\gamma + 2)(\gamma - 1)^2 - (\gamma^3 - 3\gamma + 2)(6\gamma^2 - 6\gamma + 1).$$

Відповідно до формули (1) з використанням рівнянь (2)–(6) та (7)–(11) для відповідних класів бетону отримано значення коефіцієнтів та наведено у табл. 1.

Таблиця 1 – Коефіцієнти полінома (1) для апроксимації діаграми $\sigma_c - \varepsilon_c$ стану бетону при відповідних класах за рівняннями (2) – (6) та (7) – (11)

Коефіцієнти за (I) та (II)	Клас бетону	f_c , МПа	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
(I)	10	9,6	3,1844	-4,1723	2,9701	-1,1609	0,1787
(II)			3,234306	-4,004429	2,378694	-0,681325	0,0072753
(I)	30	28,3	2,0874	-1,0987	-0,1136	0,1737	-0,0488
(II)			2,300699	-1,454267	-0,058886	0,277776	-0,065322
(I)	60	55,2	1,613	-1,4074	2,7078	-2,6454	0,732
(II)			1,684400	0,1089	-1,6188	1,1731	-0,34766

Графічне порівняння полінома (1) з обчисленими коефіцієнтами за (I) і (II) представлені на рис.1.

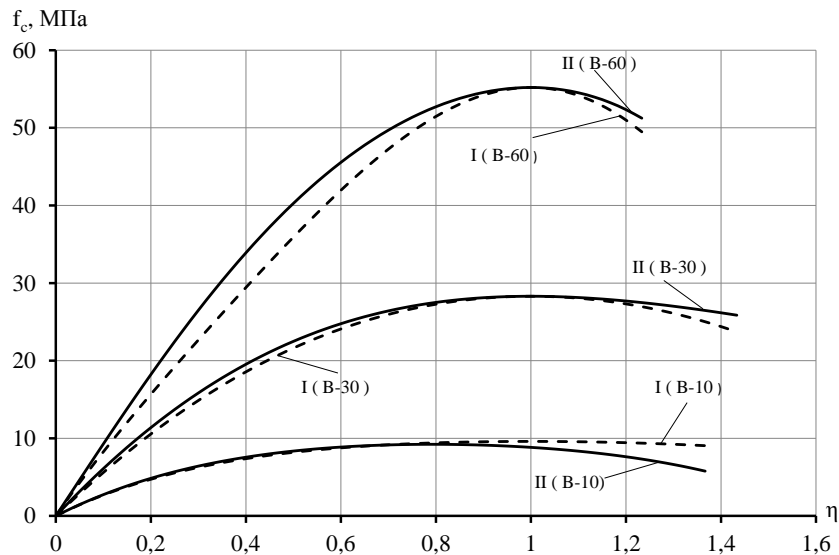


Рисунок 1 – Графіки функцій діаграм фізичного стану бетону на стиск
I – за коефіцієнтами (2) – (6); II – за коефіцієнтами (7) – (11)

Висновок. На рис.1 видно, що для класу бетону В10 збіжність коефіцієнтів функції-полінома добре узгоджується між собою на першій ділянці – висхідній гілці, але на другій (спадній гілці) – точність коефіцієнтів більша, ніж у роботі [16]. Для класів В30, В60 зі збільшенням модуля пружності робота бетону на першій ділянці лінійна, на відміну від статті [15]. На спадній ділянці збіжність дещо краща, ніж у роботі [15].

Таким чином, при використанні коефіцієнтів з джерела [16] для класів бетону В20, В30 за рахунок зменшення повноти епюри обтиснення бетону з'являється запас міцності.

Література

1. Кудрявцев, И.Н. Косой изгиб в области пластических деформаций / И.Н. Кудрявцев. – М.: ВИА им. Куйбышева, 1940. – 97 с.
2. Рюш, Г. Исследование работы изгибаемых элементов с учетом упругопластических деформаций / Г. Рюш // Международное совещание по расчету строительных конструкций. – М.: Госстройиздат, 1961. – С. 183 – 189.
3. Everard, M. Ultimate strength design service – ability a unified method for reinforced concrete bridge design / M. Everard // ACI Journal. Pub. SP – 23:– 1967. – № 4. – P. 10 – 19.
4. Бабич, В.И. Расчет элементов железобетонных конструкций деформационным методом / И.В. Бабич, Д.В. Кочкарев // Бетон и железобетон. – 2004. – № 2. – С.12 – 16.
5. Новое о прочности железобетона / А.А. Гвоздев, С.А. Дмитриев, С.М. Крылов, А.В. Яшин и др.; под ред. К. В. Михайлова. – М.: Стройиздат, 1977. – 272 с.
6. Ромашко, В.М. Деякі особливості діаграми деформування бетону / В.М. Ромашко // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць Національного університету водного господарства та природокористування. – Рівне, 2006. – Вип.14. – С. 294 – 301.
7. Холмянский, М.М. К механизму деформирования и разрушения бетона при сжатии и растяжении / М.М. Холмянский // Бетон и железобетон. – 1989. – № 9. – С. 25 – 26.
8. Яшин, А.В. Некоторые данные о деформациях и структурных изменениях бетона при осевом сжатии / А.В. Яшин // Новое о прочности железобетона: под ред. К. В. Михайлова. – М.: Стройиздат, 1977. – С. 17 – 30.
9. EN 1992-1: (Final draft, October 2001). Eurokode 2 : Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings. – Brussels, 2002. – 230 p.

10. Popovics, S.A. Review of stress-strain relationships for concrete / S.A. Popovics // *ACI Journal*. – 1970. – V. 67, № 3. – P. 9 – 26.
11. Кодекс-образец ЕКБ-ФИП для норм по железобетонным конструкциям. Том II. – М.: НИИЖБ, 1984. – 284 с.
12. Вахненко, П.Ф. Сучасні методи розрахунку залізобетонних конструкцій на складні види деформацій / П.Ф. Вахненко. – К.: Будівельник, 1992. – 112 с.
13. Роговой, С. И. Нелинейное деформирование в теории железобетона и расчет прочности нормальных сечений / С.И. Роговой. – Полтава, 2002. – 183 с.
14. Байков, В.Н. Расчет изгибаемых элементов с учетом экспериментальных зависимостей между напряжениями и деформациями для бетона и высокопрочной арматуры / В.Н. Байков // *Изв. вузов. Стр-во и архит.* – 1981. – № 5. – С. 26 – 32.
15. Бамбура, А.М. Експериментальні основи прикладної деформаційної теорії залізобетону: автореф. дис. д-ра техн. наук / А.М. Бамбура; ХДТУБА.–Х., 2006. – 39 с.
16. Павліков, А.М. Методика визначення коефіцієнтів полінома-апроксимації діаграми фізичного стану бетону / А.М. Павліков, П.А. Юрко // *Збірник наукових праць (галузеве машинобуд., буд-во) / Полтав. нац. техн. ун-т ім. Юрія Кондратюка.* – Полтава: ПолтНТУ, 2010. – Вип. 2 (27). – С. 23 – 26.
17. Митрофанов, В.П. Екстремальний критерій міцності залізобетонних елементів у деформаційній моделі / В.П. Митрофанов, А.М. Павліков // *Будівельні конструкції: зб. наук. праць.* – К.: НДІБК, 2005. – Вип. 62. – Т.1. – С. 205 – 213.
18. Павліков, А.М. Розрахунок граничних значень деформацій бетону стиснутої зони нормального перерізу косозігнутих залізобетонних елементів / А.М. Павліков // *Збірник наукових праць (галузеве машинобуд., буд-во) / Полтав. нац. техн. ун-т ім. Юрія Кондратюка.* – Полтава: ПолтНТУ, 2005. – Вип. 15. – С. 36-42.

Надійшла до редакції 19.09.2012
© В.М. Джюра, П.А. Юрко