

*А.В. Школа, д.т.н., профессор
Одесская государственная академия строительства и архитектуры
А.А. Анискин, ст. преподаватель
Солдо Божо, к.т.н., профессор
Политехнический университет, г. Вараждин, Хорватия*

БОКОВОЕ ДАВЛЕНИЕ АНИЗОТРОПНЫХ СЫПУЧИХ СРЕД НА БЛИЗКОРАСПОЛОЖЕННЫЕ КРУТЫЕ НАКЛОННЫЕ СТЕНКИ. РЕШЕНИЯ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ И ПЛОСКОЙ ЗАДАЧ

В работе разработаны основные модели дискретных сред и выведена функция бокового давления изотропного грунта для произвольно ориентированных близкорасположенных наклонных стенок.

Ключевые слова: боковое давление, анизотропия, дискретные среды, близкорасположенные наклонные стенки.

*О.В. Школа, д.т.н., профессор
Одеська державна академія будівництва та архітектури
О.А. Аніскін, ст. викладач
Солдо Божо, к.т.н., професор
Політехнічний університет, м. Вараждин, Хорватія*

БІЧНИЙ ТИСК АНІЗОТРОПНИХ СИПУЧИХ СЕРЕДОВИЩ НА БЛИЗКОРОЗТАШОВАНІ КРУТОПОХИЛЕНІ СТІНКИ. РІШЕННЯ ВІСЕСИМЕТРИЧНОЇ ТА ПЛОСКОЇ ЗАДАЧ

У роботі розроблено основні моделі дискретних середовищ і виведено функцію бічного тиску ізотропного ґрунту для довільно орієнтованих близькорозташованих похилих стінок.

Ключові слова: бічний тиск, анизотропія, дискретні середовища, близькорозташовані похилі стінки.

*A.V. Shkola, Doctor of Technical Sciences, Professor
Odessa State Academy of Construction and Architecture
A.A. Aniskin, ass. lect.
Soldo Bozo, PhD, Professor
Politechnic University, Varazdin, Croatia*

LATERAL PRESSURE OF ANISOTROPIC GRANULAR MEDIA ON NEARBY STEEP WALLS. AXISYMMETRIC AND PLANE PROBLEMS

In this paper are developed the basic models of discrete media and derived function of lateral pressure of isotropic soil for arbitrarily oriented closely spaced inclined walls.

Keywords: lateral pressure, anisotropy, discrete media, nearby spaced inclined walls

Постановка проблеми в общем виде и ее связь с важными научными и практическими задачами. Развитие портов – важнейший элемент экономики прибрежных стран, включая страны с развитыми внутренними путями. Водный транспорт, как свидетельствует практика, наименее энергоемкий на единицу расстояния транспортировки большинства грузов.

Грузооборот портов определен большим числом факторов – от природных до техногенных, включая оснащенность грузовых фронтов, достаточность глубин и плановых

габаритов гаваней для приема современных судов. Для судов значительных водоизмещений, балкеров, танкеров, контейнеровозов распространенными конструкциями грузовых фронтов являются отбойные, швартовные и отбойно-швартовные палы, которые подразделяются на сплошные, сквозные и смешанные конструкции.

Сплошные возводят из бетона монолитными или сборными кладкой курсами массивов, а также из железобетонных плит, из стального шпунта погружаемого замкнутым контуром, заполняемые камнем, песком, местным грунтом, отходами и пр. Эти палы выделяют в группу заполняемых. Как правило, грунтозаполняемые палы рассматриваются как распорные конструкции с близкорасположенными стенками, идентичными силосам для зерна. Они наиболее распространены в морском транспортном гидростроительстве (рис. 1).

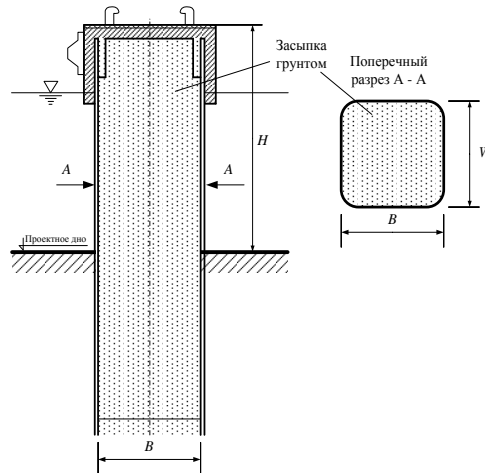


Рисунок 1 – Схематические разрезы грунтозаполняемого пала морского грузового терминала

Обзор последних источников исследований и публикаций. При проектировании палов используют расчетные схемы, полагая среду заполнения однородной и изотропной.

Для расчетов нагрузок от грунта на близкорасположенные замкнутые в плане боковые стенки применяются результаты теории Янсена [1].

Предпосылки теории Янсена. Сыпучая среда заполнения палов однородна и изотропна – основная предпосылка теории, которая была проверена им в зерновой среде (кукуруза). Кроме того, Янсен сформулировал следующие допущения и предпосылки:

- близкорасположенные стенки вертикальны;
- поверхность засыпки горизонтальна;
- вертикальные напряжения y_z в произвольной горизонтальной плоскости среды заполнения с горизонтальной кровлей засыпки равномерны, касательные напряжения отсутствуют;

- трение среды заполнения о стенки определяется коэффициентом трения $k_m = tg\delta$, где δ – угол трения среды о материал стенки;

- боковое давление y_x по периметру поперечного сечения на отметке z определено коэффициентом бокового давления λ и зависимостью $y_x = y_z \cdot \lambda$.

Искусственные засыпки из камня, грунтов, сред, в частности грунтов-отходов дноуглубительных работ, на акваториях и водных подходах резко неоднородны и анизотропны [2] по природным условиям осадконакопления и литификации.

Кроме того, оба фактора (неоднородность и анизотропия) в значительной мере зависят от строительной технологии образования засыпки – характера и последова-

тельности создания грунтового массива. В практике это подтверждается практической невозможностью создания идеально однородного и изотропного грунтового массива.

Выделение не решенных ранее частей общей проблемы, которым посвящена статья. При учете этих факторов следует исходить из наиболее неблагоприятных условий при производстве строительных работ. Идеально однородный изотропный грунт представляется идеальными шарами с центрами в узлах регулярной пространственной сетки [3].

Реальная грунтовая среда несомненно не является таковой, поэтому теория Янсена нуждается в развитии для учета неоднородности и анизотропии.

В связи с вышеизложенным **целью работы** является разработка основных моделей дискретных сред и выведение функции бокового давления изотропного грунта для произвольно ориентированных близкорасположенных наклонных стенок.

Основной материал и результаты. Предлагаемая классификация дискретных сред представлена в табл. 1.

Таблица 1 – Модели дискретных сред полостей грунтозаполняемых палов

№	Модель	Характеристика модели
1	Однородная, изотропная	Гранулометрический состав среды представлен одной фракцией, прочностные и деформативные свойства в пространстве неизменны. По направлениям изотропности пространства тождественны
2	Однородная, статистически изотропная	Прочностные и деформативные свойства по пространству тождественны. По направлениям изотропностей каждая тождественна и подчинена каждой своему закону распределения вероятностей
3	Однородная, функционально изотропная	Прочностные и деформативные свойства по пространству тождественны. По направлениям изотропности тождественны и по пространству функционально определены
4	Однородная, анизотропная	Прочностные и деформативные свойства по пространству тождественны. По направлениям анизотропности пространства тождественны
5	Однородная, статистически анизотропная	Прочностные и деформативные свойства по пространству тождественны. По направлениям анизотропности в пространстве тождественны и подчинены каждой своему закону распределения вероятностей
6	Однородная, функционально анизотропная	Прочностные и деформативные свойства по пространству тождественны. По направлениям анизотропности тождественны и по пространству функционально определены
7	Статистически однородная, изотропная	Прочностные и деформативные свойства по пространству тождественны и подчинены каждое своему закону распределения вероятностей. По направлениям изотропности пространства тождественны
8	Статистически однородная, статистически изотропная	Прочностные и деформативные свойства по пространству тождественны и подчинены каждое своему закону распределения вероятностей. По направлениям изотропностей каждая тождественна и подчинена каждой своему закону распределения вероятностей

9	Статистически однородная, функционально изотропная	Прочностные и деформативные свойства по пространству тождественны и подчинены каждому своему закону распределения вероятностей. По направлениям изотропности тождественны и по пространству функционально определены
10	Статистически однородная, анизотропная	Прочностные и деформативные свойства по пространству тождественны и подчинены каждому своему закону распределения вероятностей. По направлениям анизотропности пространства тождественны
11	Статистически однородная, статистически анизотропная	Прочностные и деформативные свойства по пространству тождественны и подчинены каждому своему закону распределения вероятностей. По направлениям анизотропности в пространстве тождественны и подчинены каждая своему закону распределения вероятностей
12	Статистически однородная, функционально анизотропная	Прочностные и деформативные свойства по пространству тождественны и подчинены каждому своему закону распределения вероятностей. По направлениям анизотропности тождественны и по пространству функционально определены
13	Неоднородная, изотропная	Прочностные и деформативные свойства по пространству различны. По направлениям изотропности пространства тождественны
14	Неоднородная, статистически изотропная	Прочностные и деформативные свойства по пространству различны. По направлениям изотропностей каждая тождественна и подчинена каждая своему закону распределения вероятностей
15	Неоднородная, функционально изотропная	Прочностные и деформативные свойства по пространству различны. По направлениям изотропности тождественны и по пространству функционально определены
16	Неоднородная, анизотропная	Прочностные и деформативные свойства по пространству различны. По направлениям анизотропности пространства тождественны
17	Неоднородная, статистически анизотропная	Прочностные и деформативные свойства по пространству различны. По направлениям анизотропности в пространстве тождественны и подчинены каждая своему закону распределения вероятностей
18	Неоднородная, функционально анизотропная	Прочностные и деформативные свойства по пространству различны. По направлениям анизотропности тождественны и по пространству функционально определены
19	Статистически неоднородная, изотропная	Прочностные и деформативные свойства в пространстве различны и не подчинены каждому своему закону распределения вероятностей. По направлениям изотропности пространства тождественны
20	Статистически неоднородная, статистически изотропная	Прочностные и деформативные свойства в пространстве различны и не подчинены каждому своему закону распределения вероятностей. По направлениям изотропностей каждая тождественна и подчинена каждая своему закону распределения вероятностей.

21	Статистически неоднородная, функционально изотропная	Прочностные и деформативные свойства в пространстве различны и не подчинены каждому своему закону распределения вероятностей. По направлениям изотропности тождественны и по пространству функционально определены
22	Статистически неоднородная, анизотропная	Прочностные и деформативные свойства в пространстве различны и не подчинены каждому своему закону распределения вероятностей. По направлениям анизотропности пространства тождественны
23	Статистически неоднородная, статистически анизотропная	Прочностные и деформативные свойства в пространстве различны и не подчинены каждому своему закону распределения вероятностей. По направлениям анизотропности в пространстве тождественны и подчинены каждой своему закону распределения вероятностей
24	Статистически неоднородная, функционально анизотропная	Прочностные и деформативные свойства в пространстве различны и не подчинены каждому своему закону распределения вероятностей. По направлениям анизотропности тождественны и по пространству функционально определены

Классификация подлежит дальнейшему развитию.

Рассмотрим определение бокового давления на сходящиеся наклонные подпорные стенки (плоская задача). Расчетную схему представим в виде рис. 2. Рассмотрим давление изотропного грунта.

Основные предпосылки решения:

- поверхность заполнения горизонтальна;
- вертикальное напряжение σ_z в произвольной горизонтальной плоскости среды заполнения распределено равномерно;
- касательные напряжения на этой плоскости отсутствуют;
- трение заполнения о стенки пала в каждой точке определяется коэффициентом трения $k_m = \operatorname{tg}$, где угол трения среды о материал стенки;
- нормальное давление на стенки σ_α в поперечном сечении на отметке z определено

$$\text{коэффициентом бокового давления } \lambda_\alpha: \sigma_\alpha = \sigma_z \cdot \lambda_\alpha.$$

Далее составим дифференциальное уравнение элементарного объема.

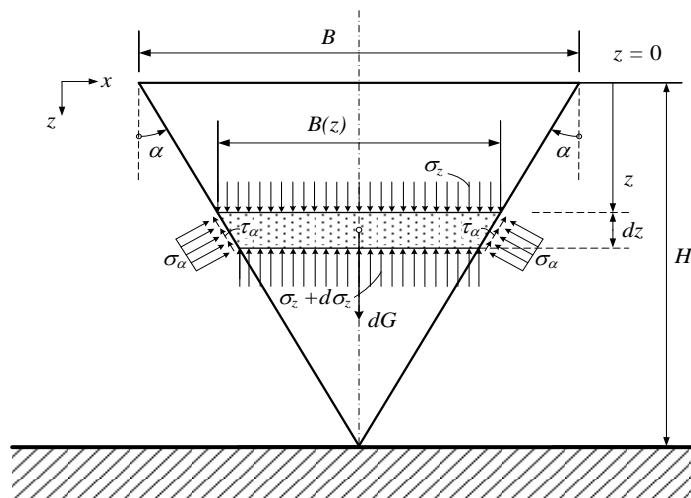


Рисунок 2 – Расчетная схема давления грунта на близкорасположенные наклонные стенки

Из условия равновесия инфинитезимального элемента объема (рис. 3) по оси z получаем неоднородное линейное дифференциальное уравнение первого порядка

$$\frac{d\sigma_z}{dz} + \frac{\lambda_\alpha \operatorname{tg} \delta + \lambda_\alpha \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha \cdot (H - z)} \cdot \sigma_z = \gamma. \quad (1)$$

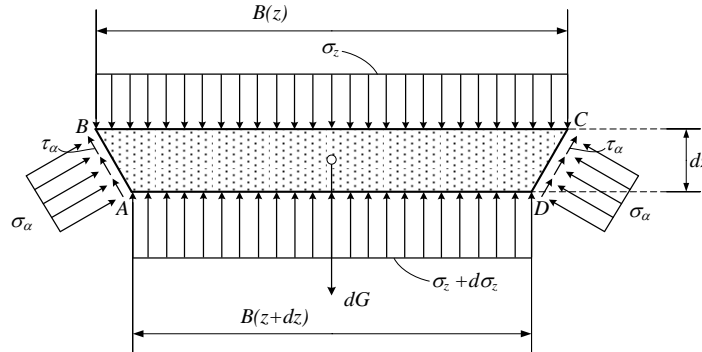


Рисунок 3 – Инфинитезимальный элемент изотропного грунта и воздействия

Или в упрощенном виде

$$\frac{d\sigma_z}{dz} + \frac{A}{(H - z)} \cdot \sigma_z = \gamma, \quad (2)$$

где $A = \lambda_\alpha \left(\frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \alpha} + 1 \right) - 1$.

Определим давление изотропного грунта на произвольно ориентированную крутую стенку. Интеграл уравнения (2) найдем, исходя из общего решения соответствующего однородного уравнения по методу Лагранжа, варьируя произвольную постоянную, или по методу Бернулли. Полученное решение можно написать в следующем виде

$$\sigma_z = \gamma \cdot \frac{(H - z)}{A - 1} + (H - z)^A \cdot C, \quad (3)$$

где C – постоянная, которую выясним из начальных условий задачи.

Решением задачи Коши для начальных условий $z = 0, \sigma_z = 0$ получаем

$$\sigma_z = \frac{\gamma}{A - 1} \left(H - z - H \left(1 - \frac{z}{H} \right)^A \right). \quad (4)$$

Или, выразив через переменную угла наклона стенки α ,

$$\sigma_{z,\alpha} = \frac{\gamma}{\lambda_\alpha \operatorname{tg} \delta + \lambda_\alpha \operatorname{tg} \alpha - 2 \operatorname{tg} \alpha} \left(\frac{B}{2} - z \operatorname{tg} \alpha - \frac{B}{2} \left(1 - \frac{2z}{B} \cdot \operatorname{tg} \alpha \right)^{\lambda_\alpha \left(\frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \alpha} + 1 \right) - 1} \right). \quad (5)$$

Произведение (5) на коэффициент бокового давления λ_α дает функцию бокового давления

$$\sigma_{h,\alpha} = \frac{\lambda_\alpha \gamma}{\lambda_\alpha \operatorname{tg} \delta + \lambda_\alpha \operatorname{tg} \alpha - 2 \operatorname{tg} \alpha} \left(\frac{B}{2} - z \operatorname{tg} \alpha - \frac{B}{2} \left(1 - \frac{2z}{B} \cdot \operatorname{tg} \alpha \right)^{\lambda_\alpha \left(\frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \alpha} + 1 \right) - 1} \right). \quad (6)$$

Решение обобщает решение Янсена на наклонные стенки α . Покажем это следующим образом:

$$\text{при } \lim_{\alpha \rightarrow 0} \sigma_z \text{ получаем } \sigma_h = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \sigma_{h,\alpha} = \frac{\gamma B}{2 \operatorname{tg} \delta} \left(1 - e^{-\frac{2 \lambda \operatorname{tg} \delta}{B} z} \right). \quad (7)$$

Отметим, что при $\alpha \rightarrow 0$, $\lambda_\alpha \rightarrow \lambda$ – коэффициент бокового давления по Ш. Кулону. Таким образом, уравнение (6) является решением для плоской задачи и наклонных стенок.

Поверху расстояние между стенками взято относительным и равным $B (z = 0) = 1$, а характеристики модельного грунта – $\gamma = 20 \text{ кН/м}^3$, $\varphi = 30^\circ$, $c = 0$.

Полученное уравнение также преобразуется в решение Кулона при $\sigma_h = \lim_{\substack{\alpha \rightarrow 0 \\ B \rightarrow \infty}} \sigma_{h,\alpha} = \lambda \cdot \gamma \cdot z$.

Это также подтверждается графиками (6) при вариациях α и B .

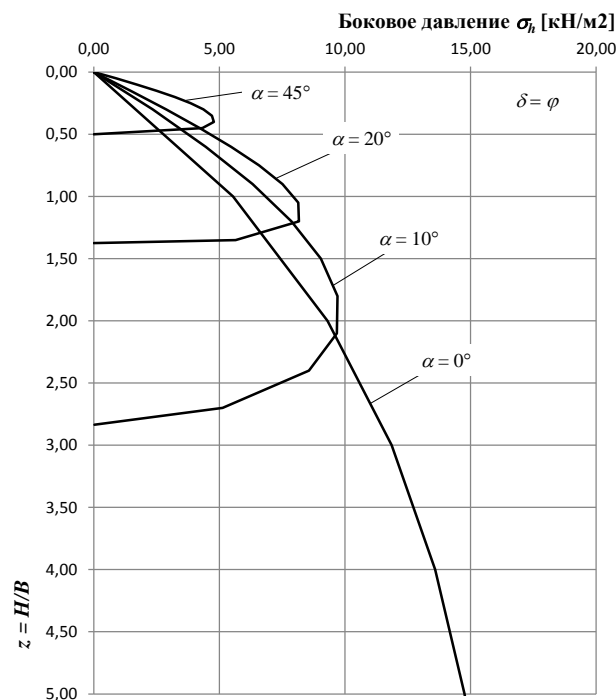


Рисунок 4 – К логичности полученного решения (на графике показано давление до $5B$ глубины)

Выводы. Получена общая функция бокового давления изотропного грунта в плоской задаче для подпорных стен с крутыми наклонными стенками. Угол наклона стенок меняется в интервале $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, а частными случаями этой функции являются формула Янсена ($\alpha \rightarrow 0$) и Кулона ($\alpha \rightarrow 0, B \rightarrow \infty$).

Литература

1. Школа, А.В. Основные предпосылки решения задачи учета анизотропии при определении давления сыпучих сред на близкорасположенные стены / А.В. Школа, А.А. Анискин, Б. Солдо // Вестник Одесской государственной академии строительства и архитектуры. – 2012. – № 48.
2. Janssen, H.A. Getreidedruck in Silozellen / H.A. Janssen // Z. Ver. Dt. Ing. 39, 1895. – P. 1045 – 1049.
3. Sperl, M. Experiments on Corn Pressure in Silo Cells – Translation and Comment of Janssen's Paper from 1895 / M. Sperl // Granular Matter. – 2006. – № 8. – P. 59 – 65.

4. Школа, А.В. Диагностика портовых сооружений / А.В. Школа. – Одесса: Астропринт, 2010. – 592 с.
5. Кандауров, И.И. Механика зернистых сред и ее применение в строительстве / И.И. Кандауров. – М.: Стройиздат, 1966. – 319 с.
6. Bulk Solids Handling: Equipment Selection and Operation / L. Bates, J.W. Carson, A. Cowell and others // Edited by Don McGlinchey. – Oxford: Blackwell Publishing Ltd., 2008. – 290 p.
7. Schulze, D. Untersuchungen zur gegenseitigen Beeinflussung von Silo und Austragorgan: Dissertation, PhD / D. Schulze. – 1991. – 212 s.
8. Цытович, Н. А. Механика грунтов / Н.А. Цытович. – 4-е изд. перераб. и доп. – М., Гостройиздат, 1963. – 636 с.
9. Клейн, Г.К. Строительная механика сыпучих тел: 2-е изд. перераб. и доп. / Г.К. Клейн. – М.: Стройиздат, 1977. – 256 с.
10. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах / П.Е. Данко, А.Г. Попов; Ч. II. 2-е изд. – М.: Высшая школа, 1974. – 464 с.
11. Chang-Yu, Ou. Deep Excavation: Theory and Practice / Chang-Yu, Ou – Taipei: Taylor & Francis Group, 2006. – 532 p.

Надійшла до редакції 03.10.2012
© А.В. Школа, А.А. Анискин, Солдо Божо