УДК 624.131

А.Н. Богомолов, д.т.н., профессор
А.Н.Ушаков, докторант
Волгоградский государственный архитектурно- строительный университет

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ИНТЕНСИВНОСТИ НАГРУЗКИ ПО ВЕЛИЧИНЕ ОСАДКИ УЧАСТКА ГРУНТОВОГО МАССИВА. I. СЛУЧАЙ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ТРЕУГОЛЬНОЙ НАГРУЗКИ

Установлена связь между величиной интенсивности произвольной наклонной треугольной нагрузки и перемещением заданного участка границы полуплоскости, позволяющая по величине нагрузки и физико-механическим свойствам среды получить значение величины перемещения участка границы в любой точке нижней полуплоскости, а также между величиной осадки и интенсивностью наклонной нагрузки, при помощи которой по значению величины осадки и физико-механическим свойствам среды можно получить величину интенсивности наклонной нагрузки, приложенной к некоторому заданному участку.

Ключевые слова: *треугольная нагрузка, осадка грунтового массива, полуплоскость.*

А.Н. Богомолов, д.т.н., професор
А.Н.Ушаков, докторант
Волгоградський державний архітектурно-будівельний університет

ПРО ВИЗНАЧЕННЯ ІНТЕНСИВНОСТІ НАВАНТАЖЕННЯ ЗА ВЕЛИЧИНОЮ ОСІДАННЯ ДІЛЯНКИ ҐРУНТОВОГО МАСИВУ. I. ВИПАДОК ДОВІЛЬНОГО ТРИКУТНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Установлено зв'язок між величиною інтенсивності довільного нахиленого трикутного навантаження і переміщенням заданої ділянки межі напівплощини, що дозволяє за величиною навантаження і фізико-механічним властивостям середовища отримати значення величини переміщення ділянки межі в будь-якій точці нижньої напівплощини, а також між величиною осідання й інтенсивністю нахиленого навантаження, за допомогою якої за значенням величини осідання і фізико-механічним властивостям середовища можливо отримати величину інтенсивності нахиленого навантаження, що прикладене до деякої заданої ділянки.

Ключові слова: *трикутне навантаження, осідання ґрунтового масиву, напівплощина.*

A.N. Bogomolov, Prof., DrSc.
A.N. Ushakov, PhD.
Volgograd State University of Architecture and Civil Engineering

DETERMINATION OF THE INTENSITY OF THE LOAD LARGEST SETTLEMENT OF SITE OF GROUND MASS. I. THE CASE OF ARBITRARY TRIANGULAR LOAD

The relation between the value of the intensity of an arbitrary sloping triangular load and displacement of a given part of the boundary half-plane, allowing the load on the physical and mechanical properties of the medium to get value of moving part of the boundary at any point lower half-plane, as well as between the amount of rainfall and the intensity of the sloping load with which the value of the quantity on precipitation and physical and mechanical properties of the medium can obtain the value of the intensity of the sloping load applied to some given site.

Keywords: *triangular load, settlement of ground mass, half-plane.*

Постановка проблемы в общем виде и ее связь с важными практическими заданиями. Задача исследования напряженно-деформированного состояния грунтовых массивов имеет важнейшее значение в связи с расчетом осадок и устойчивости оснований сооружений. Однако, очевидно, обратная задача, т.е. задача о нахождении закона нагружения по заданной величине смещения участка границы или по известной величине осадки также может представлять определенный интерес.

Анализ последних исследований и публикаций, в которых начато решение проблемы. В статье [1] методом комплексных потенциалов [2] было получено решение задачи о напряженно-деформированном состоянии грунтового массива, к участку границы которого приложена произвольная наклонная треугольная нагрузка, а также формула осадки грунтового массива при принятом законе нагружения.

Выделение не решенных ранее частей общей проблемы, которым посвящается статья. В данной работе на основании результатов, полученных в статье [1], рассматривается обратная задача для произвольной наклонной треугольной нагрузки, приложенной к некоторому заданному участку границы полуплоскости.

Поэтому за **цель работы** принято установить связь между величиной интенсивности произвольной наклонной треугольной нагрузки и перемещением заданного участка границы полуплоскости.

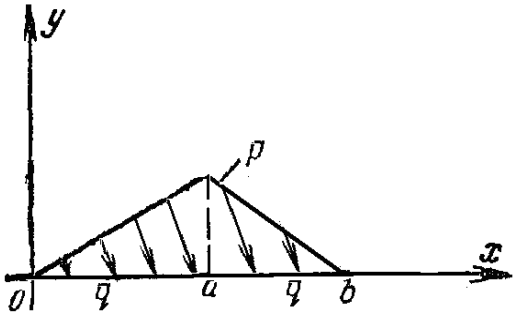

Рисунок 1 – Расчетная схема задачи

Изложение основного материала исследований. Пусть на отрезке $0 \le t \le b$ оси Ox задана треугольная нагрузка

$$N(t) + iT(t) = \begin{cases} -\dfrac{p}{a}t + iq \quad при \quad 0 \le t \le a, \\ -\dfrac{p}{a-b}(t-b) + iq \quad при \quad a \le t \le b, \\ 0 \quad при\ остальных\ t, \end{cases} \tag{1}$$

где p и q – действительные положительные числа, являющиеся величинами интенсивности вертикальной p и горизонтальной q треугольной нагрузки на заданном участке (рис. 1).

Формула осадки имеет вид

$$
\begin{aligned}
s = &-\frac{p(1-2\nu)x}{2\pi\mu a}\left(y\cdot arctg\left(\frac{a-x}{y}\right)+y\cdot arctg\left(\frac{x}{y}\right)+\frac{(a-x)}{2}\ln\left(\frac{(a-x)^2+y^2}{(a-x)^2}\right)+\right.\\
&\left.+\frac{x}{2}\ln\left(\frac{x^2+y^2}{x^2}\right)\right)+\frac{p(1-2\nu)(x-b)}{2\pi\mu(b-a)}\left(y\cdot arctg\left(\frac{x-a}{y}\right)+y\cdot arctg\left(\frac{b-x}{y}\right)+\right.\\
&\left.+\frac{(b-x)}{2}\ln\left(\frac{(b-x)^2+y^2}{(b-x)^2}\right)+\frac{(x-a)}{2}\ln\left(\frac{(x-a)^2+y^2}{(x-a)^2}\right)\right)+\frac{p\nu}{4\pi\mu a}\times\\
&\times\left((a-x)^2\ln\left(\frac{(a-x)^2+y^2}{(a-x)^2}\right)-x^2\ln\left(\frac{x^2+y^2}{x^2}\right)+y^2\ln\left(\frac{(a-x)^2+y^2}{x^2+y^2}\right)\right)-\\
&-\frac{p\nu}{4\pi\mu(b-a)}\left((b-x)^2\ln\left(\frac{(b-x)^2+y^2}{(b-x)^2}\right)-(x-a)^2\ln\left(\frac{(x-a)^2+y^2}{(x-a)^2}\right)+y^2\ln\left(\frac{(b-x)^2+y^2}{(x-a)^2+y^2}\right)\right)-\\
&-\frac{q(1-2\nu)}{2\pi\mu}\left((b-x)\cdot arctg\left(\frac{y}{b-x}\right)-x\cdot arctg\left(\frac{y}{x}\right)\right)+\frac{q\nu y}{2\pi\mu}\ln\left(\frac{(b-x)^2+y^2}{x^2+y^2}\right),
\end{aligned}
\tag{2}
$$

где $\mu = E/(2(1+\nu))$ – модуль сдвига, который выражается через E – модуль упругости (модуль Юнга) и ν – коэффициент Пуассона, связанный с коэффициентом бокового давления ξ_0 соотношением $\xi_0 = \nu(1-\nu)^{-1}$.

Пусть теперь участок $0 \le t \le b$ подвержен смещению

$$
g(t) = \beta - i\gamma, \tag{3}
$$

где β и γ – заданные положительные действительные числа, являющиеся величинами горизонтального β и вертикального γ перемещения данного участка границы полуплоскости; $g(t) = 0$ для всех точек, лежащих вне участка $0 \le t \le b$.

Формула осадки для (3) была получена в статье [1] и имеет вид

$$
\begin{aligned}
s = &\frac{\beta b(2x-b)y^2}{\pi\aleph(x^2+y^2)((x-b)^2+y^2)}+\\
&+\frac{\gamma}{\pi}\left(arctg\left(\frac{y}{b-x}\right)+arctg\left(\frac{y}{x}\right)\right)-\frac{\gamma a}{\pi\aleph}\left(\frac{y^3-x(x-b)y}{(x^2+y^2)((x-b)^2+y^2)}\right),
\end{aligned}
\tag{4}
$$

где $\aleph = 3-4\nu$. Ясно, что при $x \to \infty$ и $y \to 0$ $s \to 0$, а при $y \to -\infty$ $s \to -\gamma$.

Теперь предположим, что при наклонной нагрузке (1) и перемещении (3) участка $0 \le t \le b$ в одних и тех же точках грунтового массива получаются осадки равных величин. Тогда из (2) и (4) имеем

$$
\gamma = -\frac{p}{2\mu} f(x,y,\nu), \quad \beta = \frac{q}{2\mu} g(x,y,\nu), \tag{5}
$$

где

$$
\frac{\dfrac{(1-2\nu)x}{a}\left(y\cdot arctg\left(\dfrac{a-x}{y}\right)+y\cdot arctg\left(\dfrac{x}{y}\right)+\dfrac{(a-x)}{2}\ln\left(\dfrac{(a-x)^2+y^2}{(a-x)^2}\right)+\right.}{\dfrac{by}{\aleph}\left(\dfrac{y^2-x(x-b)}{((x^2+y^2)((b-x)^2+y^2)}\right)-arctg\left(\dfrac{y}{b-x}\right)-arctg\left(\dfrac{y}{x}\right)}
$$

$$
\frac{\left.+\dfrac{x}{2}\ln\left(\dfrac{x^2+y^2}{x^2}\right)\right)-\dfrac{(1-2\nu)(x-b)}{(b-a)}\left(y\cdot arctg\left(\dfrac{x-a}{y}\right)+y\cdot arctg\left(\dfrac{b-x}{y}\right)+\right.}{\dfrac{by}{\aleph}\left(\dfrac{y^2-x(x-b)}{((x^2+y^2)((b-x)^2+y^2)}\right)-arctg\left(\dfrac{y}{b-x}\right)-arctg\left(\dfrac{y}{x}\right)}
$$

$$
\frac{\left.+\dfrac{(b-x)}{2}\ln\left(\dfrac{(b-x)^2+y^2}{(b-x)^2}\right)+\dfrac{(x-a)}{2}\ln\left(\dfrac{(a-x)^2+y^2}{(a-x)^2}\right)\right)-}{\dfrac{by}{\aleph}\left(\dfrac{y^2-x(x-b)}{((x^2+y^2)((b-x)^2+y^2)}\right)-arctg\left(\dfrac{y}{b-x}\right)-arctg\left(\dfrac{y}{x}\right)}
$$

$$
\frac{-\dfrac{\nu}{2a}\left((a-x)^2\ln\left(\dfrac{(a-x)^2+y^2}{(a-x)^2}\right)-x^2\ln\left(\dfrac{x^2+y^2}{x^2}\right)+y^2\ln\left(\dfrac{(a-x)^2+y^2}{x^2+y^2}\right)\right)+}{\dfrac{by}{\aleph}\left(\dfrac{y^2-x(x-b)}{((x^2+y^2)((b-x)^2+y^2)}\right)-arctg\left(\dfrac{y}{b-x}\right)-arctg\left(\dfrac{y}{x}\right)}
$$

$$
\frac{+\dfrac{\nu}{2(b-a)}\left((b-x)^2\ln\left(\dfrac{(b-x)^2+y^2}{(b-x)^2}\right)-(x-a)^2\ln\left(\dfrac{(x-a)^2+y^2}{(x-a)^2}\right)+\right.}{\dfrac{by}{\aleph}\left(\dfrac{y^2-x(x-b)}{((x^2+y^2)((b-x)^2+y^2)}\right)-arctg\left(\dfrac{y}{b-x}\right)-arctg\left(\dfrac{y}{x}\right)} \tag{6}
$$

$$
\frac{\left.+y^2\ln\left(\dfrac{(b-x)^2+y^2}{(x-a)^2+y^2}\right)\right)}{\dfrac{by}{\aleph}\left(\dfrac{y^2-x(x-b)}{((x^2+y^2)((b-x)^2+y^2)}\right)-arctg\left(\dfrac{y}{b-x}\right)-arctg\left(\dfrac{y}{x}\right)},
$$

$$
\begin{aligned}
&g(x,y,\nu)=\aleph(x^2+y^2)((b-x)^2+y^2)\times\\
&\times\frac{\nu y\ln\left(\dfrac{(b-x)^2+y^2}{x^2+y^2}\right)-(1-2\nu)\left((b-x)\cdot arctg\left(\dfrac{y}{b-x}\right)-x\cdot arctg\left(\dfrac{y}{x}\right)\right)}{(2x-b)by^2}.
\end{aligned} \tag{7}
$$

Заметим, что при $y\to -0$

$$
f(x,y,\nu)\to f(x,0,\nu)=\begin{cases}\dfrac{\pi\aleph x^2(b-x)}{2ab} & при \quad 0\le x\le a,\\[2ex] \dfrac{\pi\aleph x(b-x)^2}{2b(b-a)} & при \quad a\le x\le b,\end{cases}
$$

причем при $x\to 0$ и $x\to b$ $f(x,0,\nu)\to 0,$ а при $x\to a\pm 0$

$$
f(x,0,\nu)\to f(a,0,\nu)=\frac{\pi\aleph a(b-a)}{2b}.
$$

Далее, при $0<x<b$ $y\to -0$ $g(x,y,\nu)\to g(x,0,\nu)\to +\infty$, при $x\to b/2$

$$
g(x,y,\nu)\to\frac{\aleph(b^2/4+y^2)^2\left(2(1-2\nu)\cdot arctg(2y/b)-by/(b^2/4+y^2)\right)}{2by^2}
$$

и при $x\to b$

$$g(x,y,\nu) \to \aleph(b^2+y^2)\frac{\nu y \ln\left(\frac{y^2}{b^2+y^2}\right)+(1-2\nu)b\cdot arctg\left(\frac{y}{b}\right)}{b^2}.$$

Представляя (6) и (7) в безразмерном виде, имеем

$$f_b(x_b,y_b,\nu)=\frac{\frac{(1-2\nu)x_b}{a_b}\left(y_b arctg\left(\frac{a_b-x_b}{y_b}\right)+y_b arctg\left(\frac{x_b}{y_b}\right)+\frac{(a_b-x_b)}{2}\ln\left(\frac{(a_b-x_b)^2+y_b^2}{(a_b-x_b)^2}\right)\right)}{\frac{y_b}{\aleph}\left(\frac{y_b^2-x_b(x_b-1)}{((x_b^2+y_b^2)((1-x_b)^2+y_b^2)}\right)-arctg\left(\frac{y_b}{1-x_b}\right)-arctg\left(\frac{y_b}{x_b}\right)}+$$

$$\frac{+\frac{x_b}{2}\ln\left(\frac{x_b^2+y_b^2}{x_b^2}\right)\Bigg)-\frac{(1-2\nu)(x_b-1)}{(1-a_b)}\left(y_b arctg\left(\frac{x_b-a_b}{y_b}\right)+y_b arctg\left(\frac{1-x_b}{y_b}\right)+\right.}{\frac{y_b}{\aleph}\left(\frac{y_b^2-x_b(x_b-1)}{((x_b^2+y_b^2)((1-x_b)^2+y_b^2)}\right)-arctg\left(\frac{y_b}{1-x_b}\right)-arctg\left(\frac{y_b}{x_b}\right)}$$

$$\frac{+\frac{(1-x_b)}{2}\ln\left(\frac{(1-x_b)^2+y_b^2}{(1-x_b)^2}\right)+\frac{(x_b-a_b)}{2}\ln\left(\frac{(a_b-x_b)^2+y_b^2}{(a_b-x_b)^2}\right)\Bigg)-}{\frac{y_b}{\aleph}\left(\frac{y_b^2-x_b(x_b-1)}{((x_b^2+y_b^2)((1-x_b)^2+y_b^2)}\right)-arctg\left(\frac{y_b}{1-x_b}\right)-arctg\left(\frac{y_b}{x_b}\right)}$$

$$\frac{-\frac{\nu}{2a_b}\left((a_b-x_b)^2\ln\left(\frac{(a_b-x_b)^2+y_b^2}{(a_b-x_b)^2}\right)-x_b^2\ln\left(\frac{x_b^2+y_b^2}{x_b^2}\right)+\right.}{\frac{y_b}{\aleph}\left(\frac{y_b^2-x_b(x_b-1)}{(x_b^2+y_b^2)((1-x_b)^2+y_b^2}\right)-arctg\left(\frac{y_b}{1-x_b}\right)-arctg\left(\frac{y_b}{x_b}\right)}$$

$$\frac{+y_b^2\ln\left(\frac{(a_b-x_b)^2+y_b^2}{x_b^2+y_b^2}\right)+\frac{\nu}{2(1-a_b)}\left((1-x_b)^2\ln\left(\frac{(1-x_b)^2+y_b^2}{(1-x_b)^2}\right)-\right.}{\frac{y_b}{\aleph}\left(\frac{y_b^2-x_b(x_b-1)}{((x_b^2+y_b^2)((1-x_b)^2+y_b^2)}\right)-arctg\left(\frac{y_b}{1-x_b}\right)-arctg\left(\frac{y_b}{x_b}\right)} \qquad (6')$$

$$\frac{-(x_b-a_b)^2\ln\left(\frac{(x_b-a_b)^2+y_b^2}{(x_b-a_b)^2}\right)+y_b^2\ln\left(\frac{(1-x_b)^2+y_b^2}{(x_b-a_b)^2+y_b^2}\right)}{\frac{y_b}{\aleph}\left(\frac{y_b^2-x_b(x_b-1)}{((x_b^2+y_b^2)((1-x_b)^2+y_b^2)}\right)-arctg\left(\frac{y_b}{1-x_b}\right)-arctg\left(\frac{y_b}{x_b}\right)},$$

$$g_b(x_b,y_b,\nu)=\aleph(x_b^2+y_b^2)((1-x_b)^2+y_b^2)\times$$

$$\times\frac{\nu y_b\ln\left(\frac{(1-x_b)^2+y_b^2}{x_b^2+y_b^2}\right)-(1-2\nu)\left((1-x_b)arctg\left(\frac{y_b}{1-x_b}\right)-x_b arctg\left(\frac{y_b}{x_b}\right)\right)}{(2x_b-1)y_b^2}, \qquad (7')$$

где $f_b(x_b,y_b,\nu)=f(x,y,\nu)/b,\ g_b(x_b,y_b,\nu)=g(x,y,\nu)/b,\ x_b=x/b,\ y_b=y/b,\ a_b=a/b.$

Заметим, что величина $a_b<1$ и интенсивность нагрузки p полностью определяют вид треугольной нагрузки. В частности, полагая, что $a_b=0{,}5$, получим нагрузку, распределенную по закону равнобедренного треугольника.

Используя формулы (6′) и (7′), построим таблицы безразмерных значений функции $f_b(x_b,y_b,\nu)$ и $g_b(x_b,y_b,\nu)$ при $a_b=0{,}5$ и $\nu=0{,}3$ (песчаный грунт).

Таблица 1 – **Значения** $f_b(x_b, y_b, \nu)$

y/b	x/b										
	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0,0	0,000	0,051	0,181	0,356	0,543	0,707	0,543	0,356	0,181	0,051	0,000
0,1	-0,003	0,041	0,181	0,386	0,615	0,790	0,615	0,386	0,181	0,041	-0,003
0,2	-0,002	0,050	0,185	0,392	0,622	0,767	0,622	0,392	0,185	0,050	-0,002
0,3	0,005	0,069	0,201	0,395	0,602	0,722	0,602	0,395	0,201	0,069	0,005
0,5	0,033	0,115	0,245	0,408	0,567	0,651	0,567	0,408	0,245	0,115	0,033
0,7	0,069	0,160	0,286	0,426	0,553	0,617	0,553	0,426	0,286	0,160	0,069
1,0	0,122	0,217	0,333	0,453	0,554	0,604	0,554	0,453	0,333	0,217	0,122

Таблица 2 – **Значения** $g_b(x_b, y_b, \nu)$

y/b	x/b										
	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0,1	0,292	0,380	0,724	1,061	1,296	1,379	1,296	1,061	0,724	0,380	0,179
0,2	0,445	0,324	0,400	0,596	0,694	0,729	0,694	0,596	0,400	0,324	0,218
0,3	0,557	0,297	0,377	0,450	0,502	0,520	0,502	0,450	0,377	0,297	0,212
0,5	0,729	0,206	0,262	0,302	0,326	0,335	0,326	0,302	0,262	0,206	0,126
0,7	0,871	0,059	0,119	0,157	0,179	0,187	0,179	0,157	0,119	0,059	-0,03
1,0	1,063	-0,28	-0,206	-0,157	-0,130	-0,120	-0,130	-0,157	-0,206	-0,28	-0,38

Рассмотрим пример. Пусть на участке $0 \le t \le 50$, т.е. ширины 50 м, при среднем давлении (за вычетом давления от собственного веса) приложена наклонная нагрузка, распределенная по закону равнобедренного треугольника с вертикальной составляющей интенсивности p=300 кПа и горизонтальной составляющей интенсивности q=100 кПа. Грунт – мелкий песок, μ=11,5 МПа, ν=0,3. Найти величины смещения β и γ для данного участка в точке x=20 м, y=-5 м и величину осадки в этой точке.

По первой из формул (5) с использованием таблицы 1 в точке x=20 м, y=-5 м имеем γ=-0,400 м; осадка в данной точке, вычисленная по формуле (4), дает значение s_γ=-0,024 м. По второй из формул (5) с использованием таблицы 2 в этой точке получим β=-0,281 м; осадка будет равна s_β=-0,016 м. Осадка, вызванная вычисленными вертикальным γ и горизонтальным β перемещениями рассматриваемого участка границы, равна сумме полученных значений $s=s_\gamma+s_\beta$=-0,0256 м.

Заметим, что те же значения осадок в данных точках получаются по формуле (2) при действии наклонной нагрузки заданной интенсивности по вертикали p=300 кПа и горизонтали q=100 кПа. Ясно, что в случае лишь вертикальной нагрузки p=300 кПа, приложенной к участку, $0 \le t \le 50$, границы полуплоскости осадка в заданной точке $s=s_\gamma$.

Если интенсивность горизонтальной нагрузки $q = 0$, то $\beta = 0$ и значит, что формулой связи будет первая из формул (5).

Из формул (5) имеем

$$p = -\frac{2\mu\gamma}{f(x, y, \nu)}, \quad q = \frac{2\mu\beta}{g(x, y, \nu)}, \tag{5´}$$

т.е. по заданным величинам смещения участка границы с использованием табл. 1 и 2 можно получить величину интенсивности наклонной нагрузки, приложенной к данному участку.

Теперь установим связь между интенсивностью наклонной треугольной нагрузки и величиной осадки грунтового массива. Соотношение (2) принимает вид

$$s = -\frac{p}{2\pi\mu} r(x, y, \nu) + \frac{q}{2\pi\mu} h(x, y, \nu), \tag{8}$$

где

$$r(x,y,\nu)=\frac{(1-2\nu)x}{a}\left(y\cdot arctg\left(\frac{a-x}{y}\right)+y\cdot arctg\left(\frac{x}{y}\right)+\frac{(a-x)}{2}\ln\left(\frac{(a-x)^2+y^2}{(a-x)^2}\right)+\right.$$
$$\left.+\frac{x}{2}\ln\left(\frac{x^2+y^2}{x^2}\right)\right)-\frac{(1-2\nu)(x-b)}{(b-a)}\left(y\cdot arctg\left(\frac{x-a}{y}\right)+y\cdot arctg\left(\frac{b-x}{y}\right)+\right.$$
$$\left.+\frac{(b-x)}{2}\ln\left(\frac{(b-x)^2+y^2}{(b-x)^2}\right)+\frac{(x-a)}{2}\ln\left(\frac{(a-x)^2+y^2}{(a-x)^2}\right)\right)- \tag{9}$$
$$-\frac{\nu}{2a}\left((a-x)^2\ln\left(\frac{(a-x)^2+y^2}{(a-x)^2}\right)-x^2\ln\left(\frac{x^2+y^2}{x^2}\right)+y^2\ln\left(\frac{(a-x)^2+y^2}{x^2+y^2}\right)\right)+$$
$$+\frac{\nu}{2(b-a)}\left((b-x)^2\ln\left(\frac{(b-x)^2+y^2}{(b-x)^2}\right)-(x-a)^2\ln\left(\frac{(x-a)^2+y^2}{(x-a)^2}\right)+y^2\ln\left(\frac{(b-x)^2+y^2}{(x-a)^2+y^2}\right)\right),$$

$$h(x,y,\nu)=\nu y\ln\left(\frac{(b-x)^2+y^2}{x^2+y^2}\right)-(1-2\nu)\left((b-x)\cdot arctg\left(\frac{y}{b-x}\right)-x\cdot arctg\left(\frac{y}{x}\right)\right). \tag{10}$$

Пусть в некоторых заданных точках (x_1,y_1) и (x_2,y_2) грунтового массива значения полных осадок равны, соответственно, s_1 и s_2. Тогда интенсивность треугольной наклонной нагрузки определяется из системы линейных уравнений

$$\begin{cases} s_1=-\dfrac{p}{2\pi\mu}r_1+\dfrac{q}{2\pi\mu}h_1, \\ s_2=-\dfrac{p}{2\pi\mu}r_2+\dfrac{q}{2\pi\mu}h_2, \end{cases} \tag{11}$$

где $r_i=r(x_i,y_i,\nu),\ h_i=h(x_i,y_i,\nu),\ i=1,2-$значения функций (9) и (10) в точках (x_1,y_1) и (x_2,y_2). Решая систему уравнений (11), получаем

$$p=2\pi\mu\frac{s_1h_2-s_2h_1}{r_2h_1-r_1h_2},\ q=2\pi\mu\frac{s_1r_2-s_2r_1}{r_2h_1-r_1h_2}. \tag{12}$$

Согласно (9) и (10), $r=r(x,y,\nu)$ и $h=h(x,y,\nu)$ обращаются в нуль при $y=0$, поэтому точки, лежащие на границе полуплоскости, включая начало координат, не могут быть использованы для нахождения интенсивностей вертикальной и горизонтальной нагрузок. Кроме того, для выражения $r=r(x,y,\nu)$ необходимо исключить из рассмотрения все точки, лежащие на оси ординат и прямых $x=a$ и $x=b$, а для выражения $h=h(x,y,\nu)$ необходимо исключить из рассмотрения точки, лежащие на оси $x=b/2$, поскольку $h=h(x,y,\nu)=0$ при $x=b/2$ и любом значении ординаты.

Представляя функции (9) и (10) в безразмерном виде и используя полученные формулы, построим таблицы значений функции $r_b(x_b,y_b,\nu)$ и $h_b(x_b,y_b,\nu)$ при $a_b=0{,}5$ и $\nu=0{,}3$ (песчаный грунт).

Таблица 3 – **Значения** $r_b(x_b,y_b,\nu)$

y/b	x/b										
	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,1	-0,004	0,023	0,054	0,085	0,116	0,143	0,116	0,085	0,054	0,023	-0,004
0,2	-0,003	0,050	0,115	0,181	0,247	0,290	0,247	0,181	0,115	0,050	-0,003
0,3	0,008	0,085	0,181	0,281	0,372	0,427	0,372	0,281	0,181	0,085	0,008
0,5	0,059	0,177	0,321	0,467	0,593	0,661	0,593	0,467	0,321	0,177	0,059
0,7	0,132	0,279	0,454	0,628	0,774	0,848	0,774	0,628	0,454	0,279	0,132
1,0	0,253	0,428	0,631	0,827	0,988	1,068	0,988	0,827	0,631	0,428	0,253

Таблица 4 – **Значения** $h_b(x_b,y_b,\nu)$

y/b	x/b										
	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,1	-0,098	-0,103	-0,074	-0,047	-0,023	0,000	0,023	0,047	0,074	0,103	0,099
0,2	-0,116	-0,136	-0,112	-0,077	-0,039	0,000	0,039	0,077	0,112	0,136	0,116
0,3	-0,107	-0,132	-0,119	-0,086	-0,045	0,000	0,045	0,086	0,119	0,132	0,108
0,5	-0,056	-0,083	-0,085	-0,067	-0,036	0,000	0,036	0,067	0,085	0,083	0,056
0,7	0,011	-0,020	-0,032	-0,030	-0,018	0,000	0,018	0,030	0,032	0,020	-0,011
1,0	0,106	0,068	0,040	0,022	0,009	0,000	-0,009	-0,022	-0,040	-0,068	-0,106

Если к участку границы приложена только вертикальная нагрузка или только горизонтальная, то их интенсивности определяются по формуле (8). Имеем

$$p = -2\pi\mu \frac{s}{r(x, y, \nu)}, \tag{13}$$

где $y \neq 0,\ s < 0$,

$$q = 2\pi\mu \frac{s}{h(x, y, \nu)}, \tag{14}$$

где $x \neq 0{,}5, y \neq 0,\ s > 0$.

Рассмотрим пример. Пусть на участке $0 \le t \le 50$, т.е. ширины 50 м, при среднем давлении (за вычетом давления от собственного веса) приложена некоторая наклонная нагрузка, распределенная по закону равнобедренного треугольника. Грунт – мелкий песок, μ=11,5 МПа, ν=0,3. Найти интенсивность приложенной нагрузки, если в точке x=20 м, y=-5 м величина осадки s=-0,0163 м, а в точке x=40 м, y=-10 м величина осадки s=-0,0104 м.

Пользуясь табл. 3 и 4 для значений $x_b = 0{,}4,\ y_b = -0{,}1$ и $x_b = 0{,}8,\ y_b = -0{,}2$, по формулам (12) получаем p=200 кПа и q=50 кПа.

Пусть теперь на том же участке грунтового массива с теми же физико-механическими свойствами приложена некоторая вертикальная треугольная нагрузка. Найти интенсивность приложенной нагрузки, если в точке x=40 м, y=-5 м величина осадки s=-0,009 м.

По формуле (13) с использованием таблицы 3 для значения $x_b = 0{,}8,\ y_b = -0{,}1$ получаем p=250 кПа.

В работе [3] показано, что при $b \to a$ и $a \to 0$ компоненты напряжения произвольной треугольной наклонной нагрузки (рис. 1) переходят в компоненты напряжения треугольных нагрузок, изображенных на рис. 2, *а* и *б*.

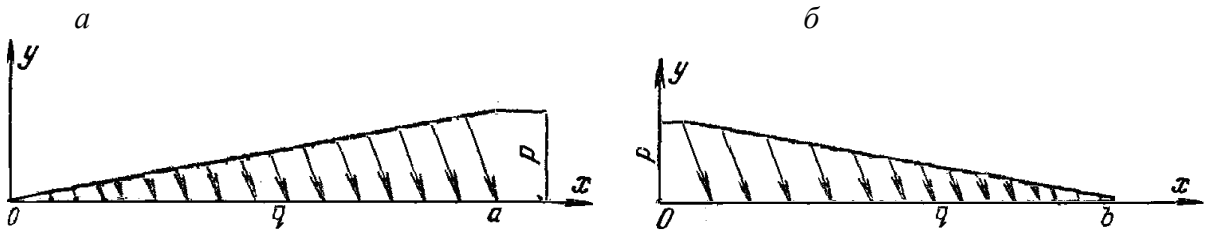

Рисунок 2 – Расчетная схема задачи

В статье [4] рассмотрена обратная задача для треугольной наклонной нагрузки, изображенной на рис. 2, *а*.

Выводы. Таким образом, в рамках модели линейно-деформируемой среды по заданным значениям перемещения или осадки участка грунтового массива, нагруженного произвольной треугольной наклонной нагрузкой, можно определить величину интенсивности нагрузки, приложенной к заданному участку.

Литература

1. *Богомолов, А.Н. О вычислении осадки упругого основания при нагрузке, меняющейся по линейно-кусочному закону / А.Н.Богомолов, А.Н.Ушаков // Вестник гражданских инженеров. – С.-Петербург, 2012. – № 3(32). – С. 143–159.*
2. *Мусхелишвили, Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости / Н.И. Мусхелишвили. – М.: Наука, 1966. – 708 с.*
3. *Ушаков, А.Н. Напряженно-деформированное состояние упругого основания при нагрузке, меняющейся по линейно-кусочному закону / А.Н. Ушаков, А.Н. Богомолов // Вестник ВолГАСУ: Стр-во и архит., 2011. – Вып.23 (42). – С. 17–34.*
4. *Богомолов, А.Н. О связи между интенсивностью наклонной треугольной нагрузки, осадкой и величиной перемещения участка границы грунтового массива / А.Н. Богомолов, А.Н. Ушаков // Тр. Международ. конф. «Наука и образование: архитектура, градостроительство и строительство». – 2012. – С. 12-20.*

Надійшла до редакції 15.09.2012

© А.Н. Богомолов, А.Н.Ушаков