УДК 624.131

А.Н. Богомолов, д.т.н., профессор
А.Н.Ушаков, докторант
Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ИНТЕНСИВНОСТИ НАГРУЗКИ ПО ВЕЛИЧИНЕ ОСАДКИ УЧАСТКА ГРУНТОВОГО МАССИВА. II. СЛУЧАЙ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ТРАПЕЦИЕВИДНОЙ НАГРУЗКИ

Установлена связь между величиной интенсивности произвольной наклонной трапециевидной нагрузки и перемещением заданного участка границы полуплоскости, позволяющая по величине нагрузки и физико-механическим свойствам среды получить значение величины перемещения участка границы в любой точке нижней полуплоскости, а также между величиной осадки и интенсивностью трапециевидной наклонной нагрузки, при помощи которой по значению величины осадки и физико-механическим свойствам среды можно получить величину интенсивности наклонной нагрузки, приложенной к некоторому заданному участку.

Ключевые слова: *трапециевидная нагрузка, осадка грунтового массива, полуплоскость.*

А.Н. Богомолов, д.т.н., професор
А.Н.Ушаков, докторант
Волгоградський державний архітектурно-будівельний університет

ПРО ВИЗНАЧЕННЯ ІНТЕНСИВНОСТІ НАВАНТАЖЕННЯ ЗА ВЕЛИЧИНОЮ ОСІДАННЯ ДІЛЯНКИ ҐРУНТОВОГО МАСИВУ. II. ВИПАДОК ДОВІЛЬНОГО ТРАПЕЦІЄПОДІБНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Установлено зв'язок між величиною інтенсивності довільного нахиленого трапецієподібного навантаження і переміщенням заданої ділянки межі напівплощини, що дозволяє за величиною навантаження і фізико-механічним властивостям середовища отримати значення величини переміщення ділянки межі в будь-якій точці нижньої напівплощини, а також між величиною осідання й інтенсивністю нахиленого трапецієподібного навантаження, за допомогою якої за значенням величини осідання і фізико-механічним властивостям середовища можливо отримати величину інтенсивності нахиленого навантаження, що прикладене до деякої заданої ділянки.

Ключові слова: *трапецієподібне навантаження, осідання ґрунтового масиву, напівплощина.*

A.N. Bogomolov, Prof., DrSc.
A.N. Ushakov, PhD.
Volgograd State University of Architecture and Civil Engineering

DETERMINATION OF THE INTENSITY OF THE LOAD LARGEST SETTLEMENT OF SITE OF GROUND MASS. II. THE CASE OF ARBITRARY TRAPEZOIDAL LOAD

The relation between the value of the intensity of an arbitrary sloping triangular load and displacement of a given part of the boundary half-plane, allowing the load on the physical and mechanical properties of the medium to get value of moving part of the

boundary at any point lower half-plane, as well as between the amount of rainfall and the intensity of the sloping trapezoidal load with which the value of the quantity on precipitation and physical and mechanical properties of the medium can obtain the value of the intensity of the sloping load applied to some given site.

Keywords: *trapezoidal load, settlement of ground mass, half-plane.*

Постановка проблемы в общем виде и ее связь с важными практическими заданиями. Задача исследования напряженно-деформированного состояния грунтовых массивов имеет важнейшее значение в связи с расчетом осадок и устойчивости оснований сооружений. Однако, очевидно, обратная задача, т.е. задача о нахождении закона нагружения по заданной величине смещения участка границы или по известной величине осадки также может представлять определенный интерес.

Анализ последних исследований и публикаций, в которых начато решение проблемы. В работе [1] в рамках линейно-деформируемой модели среды методом комплексных потенциалов [2] было получено решение задачи о напряженно-деформированном состоянии грунтового массива, к участку границы которого приложена трапециевидная наклонная нагрузка (рис. 1), а также формула осадки грунтового массива при принятом законе нагружения.

Выделение не решенных ранее частей общей проблемы, которым посвящается статья. Ниже на основании полученных авторами результатов в работе [1] рассматривается обратная задача для трапециевидной наклонной нагрузки, т.е. задача о нахождении закона нагружения по заданной величине осадки участка границы грунтового массива.

Поэтому за **цель работы** принято установить связь между величиной интенсивности произвольной наклонной трапециевидной нагрузки и перемещением заданного участка границы полуплоскости.

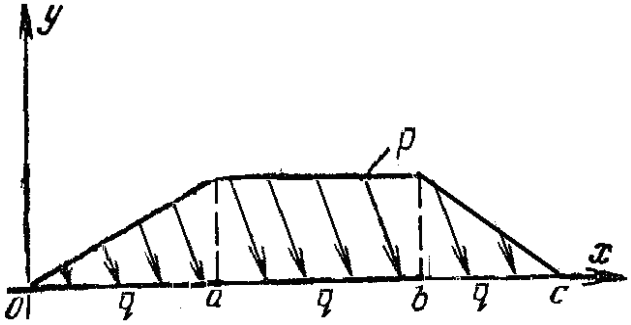

Рисунок 1 – Расчетная схема задачи

Изложение основного материала исследований. Пусть на отрезке $0 \le t \le c$ оси Ox задана наклонная трапециевидная полосовая нагрузка (рис.1). Определим напряженное состояние в нижней полуплоскости. Положим

$$N(t) = \begin{cases} -\dfrac{p}{a}t \quad при \quad 0 \le t \le a, \\ -p \quad при \quad a \le t \le b, \\ -\dfrac{p}{c-b}(c-t) \quad при \quad b \le t \le c, \\ 0 \quad при\ остальных\ t \end{cases} \tag{1}$$

и $T(t) = q$ на отрезке $0 \le t \le c$,

где p и q – действительные положительные числа, являющиеся величинами интенсивности вертикальной p и горизонтальной q трапециевидной нагрузки на заданном участке (рис. 1).

Формула осадки для данной трапециевидной нагрузки имеет вид

$$
\begin{aligned}
s = &-\frac{p(1-2\nu)x}{2\pi\mu a}\left(y\cdot arctg\left(\frac{a-x}{y}\right) + y\cdot arctg\left(\frac{x}{y}\right) + \frac{(a-x)}{2}\ln\left(\frac{(a-x)^2+y^2}{(a-x)^2}\right) + \right.\\
&\left. + \frac{x}{2}\ln\left(\frac{x^2+y^2}{x^2}\right)\right) + \frac{p\nu}{4\pi\mu a}\left((a-x)^2\ln\left(\frac{(a-x)^2+y^2}{(a-x)^2}\right) + y^2\ln\left(\frac{(a-x)^2+y^2}{x^2+y^2}\right) - \right.\\
&\left. - x^2\ln\left(\frac{x^2+y^2}{x^2}\right)\right) - \frac{p(a-x)}{4\pi\mu}\ln\left(\frac{(a-x)^2+y^2}{(a-x)^2}\right) - \frac{p(1-2\nu)}{2\pi\mu}\left(y\cdot arctg\left(\frac{b-x}{y}\right) + \right.\\
&\left. + y\cdot arctg\left(\frac{x-a}{y}\right) - \frac{p(1-\nu)}{2\pi\mu}\left((b-x)\ln\left(\frac{(b-x)^2+y^2}{(b-x)^2}\right) + (x-a)\ln\left(\frac{(x-a)^2+y^2}{(x-a)^2}\right)\right) + \right.\\
&+ \frac{p(1-2\nu)(x-c)}{2\pi\mu(c-b)}\left(y\cdot arctg\left(\frac{x-b}{y}\right) + y\cdot arctg\left(\frac{c-x}{y}\right) + \frac{(c-x)}{2}\ln\left(\frac{(c-x)^2+y^2}{(c-x)^2}\right) + \right.\\
&\left. + \frac{(x-b)}{2}\ln\left(\frac{(x-b)^2+y^2}{(x-b)^2}\right)\right) - \frac{p\nu}{4\pi(c-b)\mu}\left((c-x)^2\ln\left(\frac{(c-x)^2+y^2}{(c-x)^2}\right) + \right.\\
&\left. + y^2\ln\left(\frac{(c-x)^2+y^2}{(x-b)^2+y^2}\right) - (x-b)^2\ln\left(\frac{(x-b)^2+y^2}{(x-b)^2}\right)\right) - \frac{p(x-b)}{4\pi\mu}\ln\left(\frac{(x-b)^2+y^2}{(x-b)^2}\right) - \\
&- \frac{q(1-2\nu)}{2\pi\mu}\left((c-x)\cdot arctg\left(\frac{y}{c-x}\right) - x\cdot arctg\left(\frac{y}{x}\right)\right) + \frac{q\nu y}{2\pi\mu}\ln\left(\frac{(c-x)^2+y^2}{x^2+y^2}\right),
\end{aligned}
\tag{2}
$$

где $\mu = E/(2(1+\nu))$ – модуль сдвига, E – модуль упругости (модуль Юнга) и ν – коэффициент Пуассона, который связан с коэффициентом бокового давления ξ_0 соотношением $\xi_0 = \nu(1-\nu)^{-1}$.

Пусть теперь участок $0 \le t \le c$ подвержен смещению

$$g(t) = \beta - i\gamma, \tag{3}$$

где β и γ – заданные положительные действительные числа, являющиеся величинами горизонтального β и вертикального γ перемещения данного участка границы полуплоскости; $g(t) = 0$ для всех точек, лежащих вне участка $0 \le t \le c$.

Формула осадки для (3), полученная в статье [1], имеет вид

$$
\begin{aligned}
s = &\frac{\beta c(2x-c)y^2}{\pi\aleph(x^2+y^2)((x-c)^2+y^2)} + \\
&+ \frac{\gamma}{\pi}\left(arctg\left(\frac{y}{c-x}\right) + arctg\left(\frac{y}{x}\right)\right) - \frac{\gamma c}{\pi\aleph}\left(\frac{y^3 - x(x-c)y}{(x^2+y^2)((x-c)^2+y^2)}\right),
\end{aligned}
\tag{4}
$$

где $\aleph = 3-4\nu$. Заметим, что при $x \to \pm\infty$ и $y \to -0$ $s \to 0$, а при $y \to -\infty$ $s \to -\gamma$.

Пусть при наклонной нагрузке (1) и перемещении (3) участка $0 \le t \le c$ в одних и тех же точках грунтового массива осадки принимают одни и те же значения. Тогда на основании (2) и (4) получаем

$$\gamma = -\frac{p}{2\mu} f(x,y,\nu), \quad \beta = \frac{q}{2\mu} g(x,y,\nu), \tag{5}$$

где

$$\frac{\frac{(1-2\nu)x}{a}\left(y\cdot arctg\left(\frac{a-x}{y}\right)+y\cdot arctg\left(\frac{x}{y}\right)+\frac{(a-x)}{2}\ln\left(\frac{(a-x)^2+y^2}{(a-x)^2}\right)+\right.}{\frac{cy}{\aleph}\left(\frac{y^2-x(x-c)}{((x^2+y^2)((c-x)^2+y^2)}\right)-arctg\left(\frac{y}{c-x}\right)-arctg\left(\frac{y}{x}\right)}$$

$$\frac{\left.+\frac{x}{2}\ln\left(\frac{x^2+y^2}{x^2}\right)\right)-\frac{\nu}{2a}\left((a-x)^2\ln\left(\frac{(a-x)^2+y^2}{(a-x)^2}\right)-x^2\ln\left(\frac{x^2+y^2}{x^2}\right)+\right.}{\frac{cy}{\aleph}\left(\frac{y^2-x(x-c)}{((x^2+y^2)((c-x)^2+y^2)}\right)-arctg\left(\frac{y}{c-x}\right)-arctg\left(\frac{y}{x}\right)}$$

$$\frac{\left.+y^2\ln\left(\frac{(a-x)^2+y^2}{x^2+y^2}\right)\right)+\frac{(a-x)}{2}\ln\left(\frac{(a-x)^2+y^2}{(a-x)^2}\right)-(1-2\nu)\left(y\cdot arctg\left(\frac{b-x}{y}\right)+\right.}{\frac{cy}{\aleph}\left(\frac{y^2-x(x-c)}{(x^2+y^2)((c-x)^2+y^2}\right)-arctg\left(\frac{y}{c-x}\right)-arctg\left(\frac{y}{x}\right)}$$

$$\frac{\left.+y\cdot arctg\left(\frac{x-a}{y}\right)\right)+(1-\nu)\left((b-x)\ln\left(\frac{(b-x)^2+y^2}{(b-x)^2}\right)+(x-a)\ln\left(\frac{(x-a)^2+y^2}{(x-a)^2}\right)\right)}{\frac{cy}{\aleph}\left(\frac{y^2-x(x-c)}{(x^2+y^2)((c-x)^2+y^2)}\right)-arctg\left(\frac{y}{c-x}\right)-arctg\left(\frac{y}{x}\right)}$$

$$\frac{-\frac{(1-2\nu)(x-c)}{(c-b)}\left(y\cdot arctg\left(\frac{x-b}{y}\right)+y\cdot arctg\left(\frac{c-x}{y}\right)+\frac{(c-x)}{2}\ln\left(\frac{(c-x)^2+y^2}{(c-x)^2}\right)-\right.}{\frac{by}{\aleph}\left(\frac{y^2-x(x-c)}{(x^2+y^2)((c-x)^2+y^2)}\right)-arctg\left(\frac{y}{c-x}\right)-arctg\left(\frac{y}{x}\right)}$$

$$\frac{\left.+\frac{(x-b)}{2}\ln\left(\frac{(x-b)^2+y^2}{(x-b)^2}\right)\right)+\frac{\nu}{2(c-b)}\left((c-x)^2\ln\left(\frac{(c-x)^2+y^2}{(c-x)^2}\right)+y^2\ln\left(\frac{(c-x)^2+y^2}{(b-x)^2+y^2}\right)-\right.}{\frac{by}{\aleph}\left(\frac{y^2-x(x-c)}{((x^2+y^2)((c-x)^2+y^2)}\right)-arctg\left(\frac{y}{c-x}\right)-arctg\left(\frac{y}{x}\right)}$$

$$\frac{-(x-b)^2y^2\ln\left(\frac{(b-x)^2+y^2}{(b-x)^2+y^2}\right)\Bigg)+\frac{(x-b)}{2}\ln\left(\frac{(x-b)^2+y^2}{(x-b)^2}\right)}{\frac{cy}{\aleph}\left(\frac{y^2-x(x-c)}{(x^2+y^2)((c-x)^2+y^2}\right)-arctg\left(\frac{y}{c-x}\right)-arctg\left(\frac{y}{x}\right)}, \qquad (6)$$

$$g(x,y,\nu)=\aleph(x^2+y^2)((c-x)^2+y^2)\times$$

$$\times\frac{\nu y\ln\left(\frac{(c-x)^2+y^2}{x^2+y^2}\right)-(1-2\nu)\left((c-x)\cdot arctg\left(\frac{y}{c-x}\right)-x\cdot arctg\left(\frac{y}{x}\right)\right)}{(2x-c)cy^2}. \qquad (7)$$

При $y\to -0$

$$f(x,y,\nu)\to\begin{cases}\frac{\pi\aleph x^2(c-x)}{2ac} & при \quad 0\le x\le a,\\ \frac{\pi\aleph x(c-x)}{2c} & при \quad a\le x\le b,\\ \frac{\pi\aleph x(c-x)^2}{2c(c-b)} & при \quad b\le x\le c,\end{cases}$$

причем при $x \to 0$ и $x \to c$ $f(x,0,\nu) \to 0$, при $x \to a \pm 0$ $f(x,0,\nu) \to \dfrac{\pi \aleph a(c-a)}{2c}$, а при $x \to b \pm 0$ $f(x,0,\nu) \to \dfrac{\pi \aleph b(c-b)}{2c}$.

Далее, при $0 < x < c$ $y \to -0$ $g(x,y,\nu) \to +\infty$, при $x \to c/2$

$$g(x,y,\nu) \to \frac{\aleph(c^2/4+y^2)^2\left(2(1-2\nu)\cdot arctg(2y/c) - cy/(c^2/4+y^2)\right)}{2cy^2}$$

и при $x \to c$

$$g(x,y,\nu) \to \aleph(c^2+y^2)\frac{\nu y \ln\left(\dfrac{y^2}{c^2+y^2}\right) + (1-2\nu)c\cdot arctg\left(\dfrac{y}{c}\right)}{c^2}.$$

Полагая $f_c(x_c, y_c, \nu) = f(x,y,\nu)/c$, $g_c(x_c, y_c, \nu) = g(x,y,\nu)/c$, $x_c = x/c$, $y_c = y/c$, $a_c = a/c$, $b_c = b/c$ и представляя (6) и (7) в безразмерном виде, построим таблицы значений функций $f_c(x_c, y_c, \nu)$ и $g_c(x_c, y_c, \nu)$ при $a_c = 1/3$, $b_c = 2/3$ и $\nu = 0{,}3$ (песчаный грунт).

Таблица 1 – **Значения** $f_c(x_c, y_c, \nu)$

y/c	x/c										
	0,0	0,1	0,2	1/3	0,4	0,5	2/3	0,7	0,8	0,9	1,0
0,0	0,000	0,076	0,272	0,628	0,679	0,707	0,628	0,534	0,272	0,076	0,000
0,1	-0,004	0,065	0,279	0,686	0,763	0,793	0,686	0,591	0,279	0,065	-0,004
0,2	-0,002	0,079	0,282	0,668	0,769	0,816	0,668	0,577	0,282	0,079	-0,002
0,3	0,009	0,106	0,301	0,646	0,748	0,801	0,646	0,565	0,301	0,106	0,009
0,5	0,049	0,169	0,353	0,629	0,712	0,757	0,629	0,566	0,353	0,169	0,049
0,7	0,098	0,228	0,402	0,634	0,701	0,736	0,634	0,584	0,402	0,228	0,098
1,0	0,169	0,302	0,462	0,656	0,708	0,735	0,656	0,615	0,462	0,302	0,169

Таблица 2 – **Значения** $g_c(x_c, y_c, \nu)$

y/c	x/c										
	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0,1	0,292	0,380	0,724	1,061	1,296	1,379	1,296	1,061	0,724	0,380	0,179
0,2	0,445	0,324	0,400	0,596	0,694	0,729	0,694	0,596	0,400	0,324	0,218
0,3	0,557	0,297	0,377	0,450	0,502	0,520	0,502	0,450	0,377	0,297	0,212
0,5	0,729	0,206	0,262	0,302	0,326	0,335	0,326	0,302	0,262	0,206	0,126
0,7	0,871	0,059	0,119	0,157	0,179	0,187	0,179	0,157	0,119	0,059	-0,03
1,0	1,063	-0,28	-0,206	-0,157	-0,130	-0,120	-0,130	-0,157	-0,206	-0,28	-0,38

Заметим, что величины $a_c < 1, b_c < 1$ и интенсивность нагрузки p полностью определяют вид трапециевидной нагрузки. В частности, при $a_c = 1/3$, $b_c = 2/3$ нагрузка представляет собой равнобочную трапецию.

Рассмотрим пример. Пусть на участке $0 \le t \le 60$, т.е. ширины 60 м, при среднем давлении (за вычетом давления от собственного веса) приложена равнобочная трапециевидная наклонная нагрузка с вертикальной составляющей интенсивности p=300 кПа и горизонтальной составляющей интенсивности q=100 кПа. Грунт – мелкий песок, μ=11,5 МПа, ν=0,3. Найти величины смещения β и γ для данного участка в точке x=24 м, y=-6 м и величину осадки в этой точке.

По первой из формул (5) с использованием таблицы 1 в точке x=20 м, y=-5 м имеем γ=-0,595 м; осадка в данной точке, вычисленная по формуле (4), дает значение s_γ=-0,036 м. По второй из формул (5) с использованием таблицы 2 в этой точке получим β=-0,337 м; осадка будет равна s_β=-0,0017 м. Осадка, вызванная вычисленными вертикальным γ и горизонтальным β перемещениями рассматриваемого участка границы, равна сумме полученных значений $s=s_\gamma+s_\beta$=-0,0377 м.

Заметим, что те же значения осадок в данных точках получаются по формуле (2) при действии наклонной нагрузки заданной интенсивности по вертикали p=300 кПа и горизонтали q=100 кПа. Ясно, что в случае лишь вертикальной нагрузки p=300 кПа, приложенной к участку $0 \le t \le 50$ границы полуплоскости осадка в заданной точке $s=s_\gamma$.

Полагая в формуле (5) $q=0$, а значит и $\beta=0$, получим формулу связи между величиной интенсивности вертикальной нагрузки и смещением заданного участка границы в виде первой из формул (5).

Из формул (5) имеем

$$p=-\frac{2\mu\gamma}{f(x,y,\nu)},\quad q=\frac{2\mu\beta}{g(x,y,\nu)}, \tag{5'}$$

т.е. по заданным величинам смещения участка границы с использованием таблиц 1 и 2 можно получить величину интенсивности наклонной нагрузки, приложенной к данному участку.

Теперь установим связь между интенсивностью трапециевидной наклонной нагрузки и величиной осадки грунтового массива. Соотношение (2) принимает вид

$$s=-\frac{p}{2\pi\mu}r(x,y,\nu)+\frac{q}{2\pi\mu}h(x,y,\nu), \tag{8}$$

где

$$\begin{aligned}
r(x,y,\nu)=&\frac{(1-2\nu)x}{a}\left(y\cdot arctg\left(\frac{a-x}{y}\right)+y\cdot arctg\left(\frac{x}{y}\right)+\frac{(a-x)}{2}\ln\left(\frac{(a-x)^2+y^2}{(a-x)^2}\right)+\right.\\
&\left.+\frac{x}{2}\ln\left(\frac{x^2+y^2}{x^2}\right)\right)-\frac{\nu}{2a}\left((a-x)^2\ln\left(\frac{(a-x)^2+y^2}{(a-x)^2}\right)-x^2\ln\left(\frac{x^2+y^2}{x^2}\right)+\right.\\
&\left.+y^2\ln\left(\frac{(a-x)^2+y^2}{x^2+y^2}\right)\right)+\frac{(a-x)}{2}\ln\left(\frac{(a-x)^2+y^2}{(a-x)^2}\right)+(1-2\nu)\left(y\cdot arctg\left(\frac{b-x}{y}\right)+\right.\\
&\left.+y\cdot arctg\left(\frac{x-a}{y}\right)\right)+(1-\nu)\left((b-x)\ln\left(\frac{(b-x)^2+y^2}{(b-x)^2}\right)+(x-a)\ln\left(\frac{(x-a)^2+y^2}{(x-a)^2}\right)\right)-\\
&-\frac{(1-2\nu)(x-c)}{(c-b)}\left(y\cdot arctg\left(\frac{x-b}{y}\right)+y\cdot arctg\left(\frac{c-x}{y}\right)+\frac{(c-x)}{2}\ln\left(\frac{(c-x)^2+y^2}{(c-x)^2}\right)+\right.\\
&\left.+\frac{(x-b)}{2}\ln\left(\frac{(x-b)^2+y^2}{(x-b)^2}\right)\right)+\frac{\nu}{2(c-b)}\left((c-x)^2\ln\left(\frac{(c-x)^2+y^2}{(c-x)^2}\right)+y^2\ln\left(\frac{(c-x)^2+y^2}{(b-x)^2+y^2}\right)-\right.\\
&\left.(x-b)^2\ln\left(\frac{(x-b)^2+y^2}{(x-b)^2}\right)\right)+\frac{(x-b)}{2}\ln\left(\frac{(x-b)^2+y^2}{(x-b)^2}\right),
\end{aligned} \tag{9}$$

$$h(x,y,\nu)=\nu y\ln\left(\frac{(c-x)^2+y^2}{x^2+y^2}\right)-(1-2\nu)\left((c-x)\cdot arctg\left(\frac{y}{c-x}\right)-x\cdot arctg\left(\frac{y}{x}\right)\right). \tag{10}$$

Пусть s_1 и s_2 – значения полных осадок в некоторых заданных точках (x_1,y_1) и (x_2,y_2) грунтового массива. Тогда интенсивность трапециевидной наклонной нагрузки определяется из системы линейных уравнений

$$\begin{cases} s_1 = -\dfrac{p}{2\pi\mu} r_1 + \dfrac{q}{2\pi\mu} h_1; \\ s_2 = -\dfrac{p}{2\pi\mu} r_2 + \dfrac{q}{2\pi\mu} h_2, \end{cases} \tag{11}$$

где $r_i = r(x_i, y_i, \nu), h_i = h(x_i, y_i, \nu), i = 1,2$ – значения функций (9) и (10) в точках (x_1, y_1) и (x_2, y_2). Решая систему уравнений (11), получаем

$$p = 2\pi\mu \frac{s_1 h_2 - s_2 h_1}{r_2 h_1 - r_1 h_2}, \; q = 2\pi\mu \frac{s_1 r_2 - s_2 r_1}{r_2 h_1 - r_1 h_2}. \tag{12}$$

Согласно (9) и (10), $r = r(x, y, \nu)$ и $h = h(x, y, \nu)$ обращаются в нуль при $y = 0$, поэтому точки, лежащие на границе полуплоскости, включая начало координат, не могут быть использованы для нахождения интенсивностей вертикальной и горизонтальной нагрузок. Кроме того, для выражения $r = r(x, y, \nu)$ необходимо исключить из рассмотрения все точки, лежащие на оси ординат и прямых $x = a$ и $x = b$, а для выражения $h = h(x, y, \nu)$ необходимо исключить из рассмотрения точки, лежащие на оси $x = c/2$, поскольку $h = h(x, y, \nu) = 0$ при $x = c/2$ и любом значении ординаты.

Представляя функции (9) и (10) в безразмерном виде и используя полученные формулы, построим таблицы значений функции $r_c(x_c, y_c, \nu)$ и $h_c(x_c, y_c, \nu)$ при $a_c = 1/3$, $b_c = 2/3$ и $\nu = 0{,}3$ (песчаный грунт).

Таблица 3 – **Значения** $r_c(x_c, y_c, \nu)$

y/c	x/c										
	0,0	0,1	0,2	1/3	0,4	0,5	2/3	0,7	0,8	0,9	1,0
0,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,1	-0,006	0,036	0,083	0,141	0,144	0,144	0,141	0,129	0,083	0,036	-0,006
0,2	-0,003	0,078	0,175	0,290	0,305	0,308	0,290	0,267	0,175	0,078	-0,003
0,3	0,016	0,131	0,271	0,434	0,463	0,473	0,434	0,401	0,271	0,131	0,016
0,5	0,089	0,259	0,461	0,694	0,745	0,769	0,694	0,647	0,461	0,259	0,089
0,7	0,189	0,397	0,639	0,915	0,481	1,012	0,915	0,859	0,639	0,397	0,189
1,0	0,352	0,597	0,873	1,186	1,263	1,301	1,186	1,122	0,873	0,597	0,352

Таблица 4 – **Значения** $h_c(x_c, y_c, \nu)$

y/c	x/c										
	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,1	-0,098	-0,103	-0,074	-0,047	-0,023	0,000	0,023	0,047	0,074	0,103	0,099
0,2	-0,116	-0,136	-0,112	-0,077	-0,039	0,000	0,039	0,077	0,112	0,136	0,116
0,3	-0,107	-0,132	-0,119	-0,086	-0,045	0,000	0,045	0,086	0,119	0,132	0,108
0,5	-0,056	-0,083	-0,085	-0,067	-0,036	0,000	0,036	0,067	0,085	0,083	0,056
0,7	0,011	-0,020	-0,032	-0,030	-0,018	0,000	0,018	0,030	0,032	0,020	-0,011
1,0	0,106	0,068	0,040	0,022	0,009	0,000	-0,009	-0,022	-0,040	-0,068	-0,106

Если к участку границы приложена только вертикальная нагрузка или только горизонтальная, то их интенсивности определяются по формуле (8). Имеем

$$p = -2\pi\mu \frac{s}{r(x, y, \nu)}, \tag{13}$$

где $y \neq 0, \; s < 0$,

$$q = 2\pi\mu \frac{s}{h(x, y, \nu)}, \qquad (14)$$

где $x \neq 0{,}5$, $y \neq 0$, $s > 0$.

Рассмотрим пример. Пусть на участке $0 \leq t \leq 60$, т.е. ширины 60 м, при среднем давлении (за вычетом давления от собственного веса) приложена некоторая равнобочная трапециевидная наклонная нагрузка. Грунт – мелкий песок, μ=11,5 МПа, ν=0,3. Найти интенсивность приложенной нагрузки, если в точке x=24 м, y=-6 м величина осадки s=-0,031 м, а в точке x=48 м, y=-12 м величина осадки s=-0,032 м.

Пользуясь таблицами 3 и 4 для значений $x_c = 0{,}4$, $y_c = -0{,}1$ и $x_c = 0{,}8$, $y_c = -0{,}2$, по формулам (12) получаем p=250 кПа, q=50 кПа.

Пусть теперь на том же участке грунтового массива с теми же физико-механическими свойствами приложена некоторая вертикальная нагрузка, распределенная по закону равнобочной трапеции. Найти интенсивность приложенной нагрузки, если в точке x=24 м, y=-12 м величина осадки s=-0,05 м.

По формуле (13) с использованием таблицы 3 для значения $x_c = 0{,}4$, $y_c = -0{,}2$, получаем p=200 кПа.

В работе [3] показано, что при $a \to 0$ и $c \to b$ компоненты напряжения произвольной трапециевидной наклонной нагрузки (рис. 1) переходят в компоненты напряжения трапециевидных нагрузок, изображенных на рис. 2.

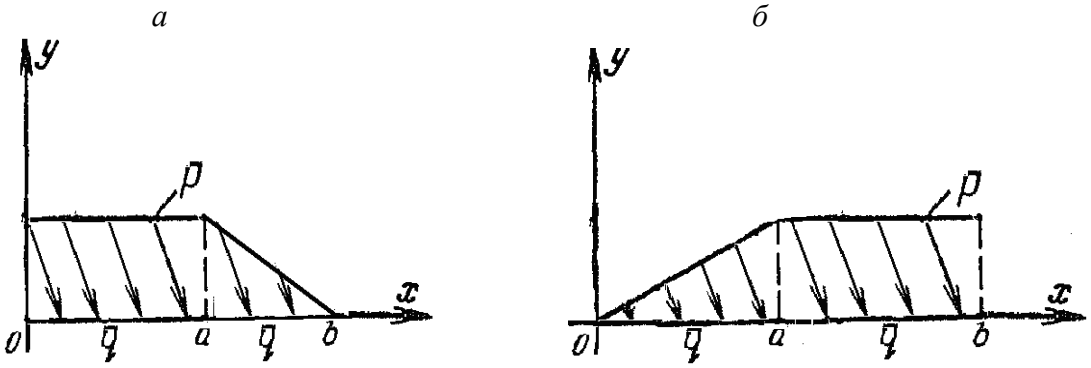

Рисунок 2 – Расчетная схема задачи

Ясно, что задача, аналогичная рассматриваемой в данной работе, может быть решена и для трапециевидных наклонных нагрузок, приведенных на рис. 2.

Выводы. На основе установленной связи между величиной перемещения или осадки участка грунтового массива, нагруженного произвольной трапециевидной наклонной нагрузкой, в рамках модели линейно-деформируемой среды можно определить величину интенсивности нагрузки, приложенной к заданному участку.

Литература

1. Богомолов, А.Н. О вычислении осадки упругого основания при нагрузке, меняющейся по линейно-кусочному закону / А.Н. Богомолов, А.Н. Ушаков // Вестник гражданских инженеров – С.-Петербург, 2012. – № 3(32). – С. 143–159.

2. Мусхелишвили, Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости / Н.И. Мусхелишвили. – М.: Наука, 1966. – 708 с.

3. Ушаков, А.Н. Напряженно-деформированное состояние упругого основания при нагрузке, меняющейся по линейно-кусочному закону / А.Н. Ушаков, А.Н. Богомолов // Вестник ВолГАСУ: Стр-во и архит. – 2011. – Вып. 23 (42). – С. 17–34.

Надійшла до редакції 15.09.2012
© А.Н. Богомолов, А.Н.Ушаков