

А.М. Павліков, д.т.н, професор, Д.Ф. Федоров, аспірант

Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка

## ШИРИНА РОЗКРИТТЯ НОРМАЛЬНИХ ТРІЩИН У ЗАЛІЗОБЕТОННИХ БАЛКАХ ПРИ КОСОМУ ЗГИНАННІ

*Запропонований алгоритм розрахунку ширини розкриття тріщин, нормальних до осі залізобетонної балки при її косому згинанні, що базується на нелінійній деформаційній моделі.*

**Ключові слова:** залізобетон, балка, тріщина, діаграми стану матеріалу.

**Постановка проблеми в загальному вигляді та її зв'язок із важливими практичними завданнями.** Розвиток галузі залізобетону супроводжується бажанням надавати об'єктам будівництва архітектурної та конструктивної індивідуальності, що пов'язано із вирішенням проблеми повного використання ресурсів матеріалу. Особливо вагомим це є для елементів та конструкцій, що працюють в умовах складних видів деформацій. Унаслідок цього в практиці проектування досить часто виникає задача розрахунку за граничними станами другої групи елементів, при їх косому згинанні: прогонів, укладених по фермах і скатних балках покриття, підкранових балок, ригелів перекриття крайніх рядів каркасних будівель, бортових елементів оболонки, косоурів та проступнів сходових маршів, елементів мостів і підземних споруд, опорних та балкових частин транспортних галерей, естакад і трубопроводів. Практично важливим параметром, що визначається при таких розрахунках є максимальна ширина розкриття тріщин, котра може реалізовуватися в залізобетонних елементах при їх експлуатації.

Процес утворення і розкриття тріщин у елементах, що зазнають косоного згинання, має свої особливості, котрими доволі часто нехтують. Це певною мірою спотворює дійсну картину роботи конструкцій та їх елементів, призводить до перевитрат матеріалів, а у деяких випадках – до переоцінки деформативних ресурсів конструкцій і незабезпечення необхідних умов експлуатації.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій, у яких започатковано розв'язання проблеми.** Дослідження тріщиностійкості залізобетонних елементів при косому їх згинанні проводилися на кафедрі залізобетонних і кам'яних конструкцій ПолтНТУ М.С. Торяником, П.Ф. Вахненком, Л.І. Сердюком [1], М.Л. Яровим [2], А.М. Павліковим [3], О.В. Семком [4] та ін. У цих дослідженнях розроблено метод розрахунку ширини розкриття тріщин, що базувався на передумовах чинних на той час нормативних документів та емпіричних коефіцієнтах нерівномірності напружень арматури  $\psi_s$  та бетону  $\psi_b$ .

У той же час у Європі [5] та США [6] теорія розрахунку розкриття тріщин для випадку плоского згину більшою мірою була спрямована на отримання аналітичних залежностей. Запропонована на її основі методика базується на ефекті збільшення жорсткості арматурного стержня на певну величину  $\Delta$  у залізобетонному елементі з тріщинами порівняно із вільним арматурним стержнем. Аналіз показує, що величини  $\psi_s$  і  $\Delta$  мають подібний фізичний зміст, хоча й отримані з різних передумов.

Теорія аналітичного визначення коефіцієнту  $\psi_s$  в Україні розвивається в працях В.М. Бондаренка і В.І. Колчунова [7].

**Виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми, яким присвячується стаття.** Уведення в дію нових національних нормативних документів [8, 9], які значною мірою базуються на нормах об'єднаної Європи [10], вимагає переглянути методики розрахунку залізобетонних елементів і конструкції як за першою, так і за дру-

гою групами граничних станів. Однак норми [8, 9, 10] обмежують застосування запропонованих у них формул лише випадком плоского (прямого) згинання.

Для випадку ж косоного згинання залізобетонних елементів нормативні залежності потребують дослідження з метою уточнення розрахункових параметрів.

**Викладення основного матеріалу.** Розглянемо залізобетонний елемент, завантажений зовнішнім згинальним моментом  $M_\beta$ , що діє в площині, нахиленій під кутом  $\beta$  до вертикальної осі симетрії нормального перерізу. При цьому, якщо

$$M_\beta > M_{crc}, \quad (1)$$

то елемент працює з нормальними тріщини у розтягнутій зоні.

Методика обчислення величини  $M_{crc}$  на основі нелінійної деформаційної моделі наведена у роботі [11].

У загальному випадку ширина розкриття утворених нормальних тріщин визначається за інтегральною залежністю

$$w_m = \int_{s_{rm}} (\varepsilon_s - \varepsilon_{ct}) dx, \quad (2)$$

де  $s_{rm}$  – середнє значення відстані між сусідніми тріщинами;

$\varepsilon_s$  – значення відносних деформацій арматури;

$\varepsilon_{ct}$  – значення відносних деформацій розтягнутого бетону на ділянці між тріщинами.

Замінивши дійсний нелінійний розподіл деформацій арматури на ділянці між тріщинами його серединною поверхнею, матимемо

$$w_m \approx \varepsilon_{sm} \cdot s_{rm}, \quad (3)$$

тут  $\varepsilon_{sm}$  – середні відносні деформації арматури на ділянці  $s_{rm}$  з урахуванням впливу на них деформацій бетону навколоарматурної зони. Їх значення можна обчислити за формулою, приведеною в [12]:

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_s \left[ 1 - \beta_1 \beta_2 \left( \frac{M_{crc}}{M_\beta} \right)^2 \right], \quad (3)$$

де  $\varepsilon_s$  – деформації найвіддаленішого від нейтральної лінії арматурного стержня у перерізі з тріщиною;

$\beta_1$  – коефіцієнт, що залежить від умов зчеплення бетону з арматурою, для арматури періодичного профілю близький 1,0; для гладкої арматури – 0,5;

$\beta_2$  – коефіцієнт, що враховує тривалість навантаження, рівний 1,0 при короткочасній його дії.

Величина відстані між тріщинами залежить у загальному випадку від рівня навантаження [7]. Для практичного оцінювання тріщиностійкості важливою є найбільша кінцева відстань  $s_{rm}$ . Для залізобетонних елементів при косому згинанні можливо визначати за ДСТУ [9]:

$$s_{rm} = 2c_{nom} + 0,125k_1 \varnothing_s \frac{A_{c,eff}}{A_s}, \quad (4)$$

де  $c_{nom}$  – товщина захисного шару бетону;

$\varnothing_s$  – діаметр арматурного стержня, найвіддаленішого від нейтральної лінії;

$A_s$  – площа розтягнутої арматури;

$A_{c,eff}$  – ефективна площа розтягнутого бетону навколоарматурної зони;

$k_1$  – коефіцієнт, що враховує вплив умов зчеплення бетону з арматурою, рівний 0,8 для стержнів періодичного профілю і 1,6 – для гладкої арматури.

Ефективна площа  $A_{c,eff}$  розтягнутого бетону навколоарматурної зони в перерізі елемента, що зазнає косоного згинання, приймається залежно від значення висоти

$$h_{c,eff} = \min [2,5H - d_\theta; (H - X)/3; H/2]. \quad (5)$$

де  $H = b \sin \theta + h \cos \theta$  – висота перерізу в напрямі перпендикулярному до нейтральної лінії;

$d_\theta$  – відстань від крайньої стиснутої фібри бетону до рівнодійної напружень арматури  $A_s$  в напрямі перпендикулярному до нейтральної лінії (рис. 1).

Якщо

$$h_{c,eff} \leq b \sin \theta, \quad \text{то} \quad A_{c,eff} = \frac{h_{c,eff}^2}{\sin 2\theta}. \quad (6)$$

Якщо ж

$$h_{c,eff} > b \sin \theta, \quad \text{то} \quad A_{c,eff} = \frac{b^2 \sin^2 \theta}{\sin 2\theta} \left( \frac{2h_{c,eff}}{b \sin \theta} - 1 \right). \quad (7)$$

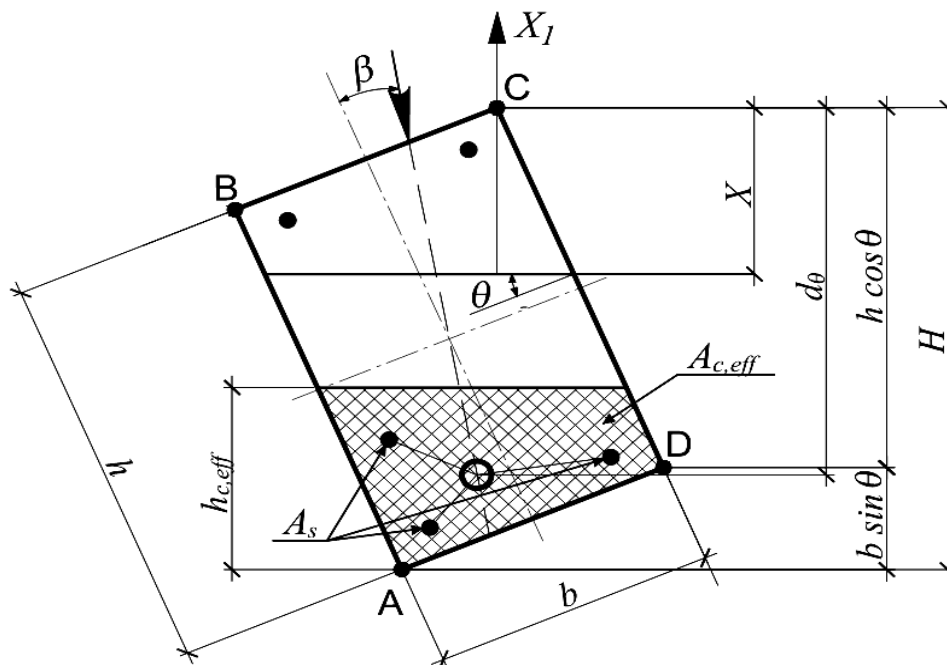


Рисунок 1 – Ефективна розтягнута зона бетону

Підставивши (4) та (3) у (2) матимемо

$$w_m = \varepsilon_s \left[ 1 - \beta_1 \beta_2 \left( \frac{M_{crc}}{M_\beta} \right)^2 \right] \cdot \left[ 2c_{nom} + 0,125k_1 \varnothing_s \frac{A_{c,eff}}{A_s} \right]. \quad (8)$$

Таким чином, розрахунок ширини розкриття нормальних тріщин у залізобетонному елементі, що зазнає косоного згинання, можна звести до задачі визначення параметрів напружено-деформованого стану елемента в нормальному перерізі: деформацій  $\varepsilon_s$  найбільш розтягнутого арматурного стержня; кута  $\theta$  нахилу повороту нейтральної лінії та висоти стиснутої зони  $X$ .

Для розв'язання поставленої задачі були удосконалені практично можливі розрахункові моделі напружено-деформованого стану косозігнутої залізобетонної балки у нормальному перерізі з тріщиною (рисунок 2). Вони базуються на передумовах нелінійної деформаційної моделі за ДБН [8]. Відомими при цьому вважають розміри поперечного перерізу  $b \times h$ , площу  $A_{si}$  і координати розміщення  $(x_{1si}; y_{1si})$  арматурних стержнів, величину зовнішнього моменту  $M_\beta$  та кут  $\beta$  нахилу до вертикальної осі симетрії перерізу площини його дії, міцнісні та деформативні характеристики матеріалів  $f_c, E_c, K, f_y, E_s$ .

Невідомими слід вважати: деформації бетону  $\varepsilon_{c(l)}$  у крайній стиснутій фібрі, кут  $\theta$  повороту нейтральної лінії, висоту стиснутої зони бетону  $X$ , деформації  $\varepsilon_{si}$  і напруження  $\sigma_{si}$  у арматурних стержнях, величину напружень  $\sigma_c$  стиснутої зони бетону, їх рівнодійну  $N_c$  та координати її прикладання  $(x_{1c}; y_{1c})$ .

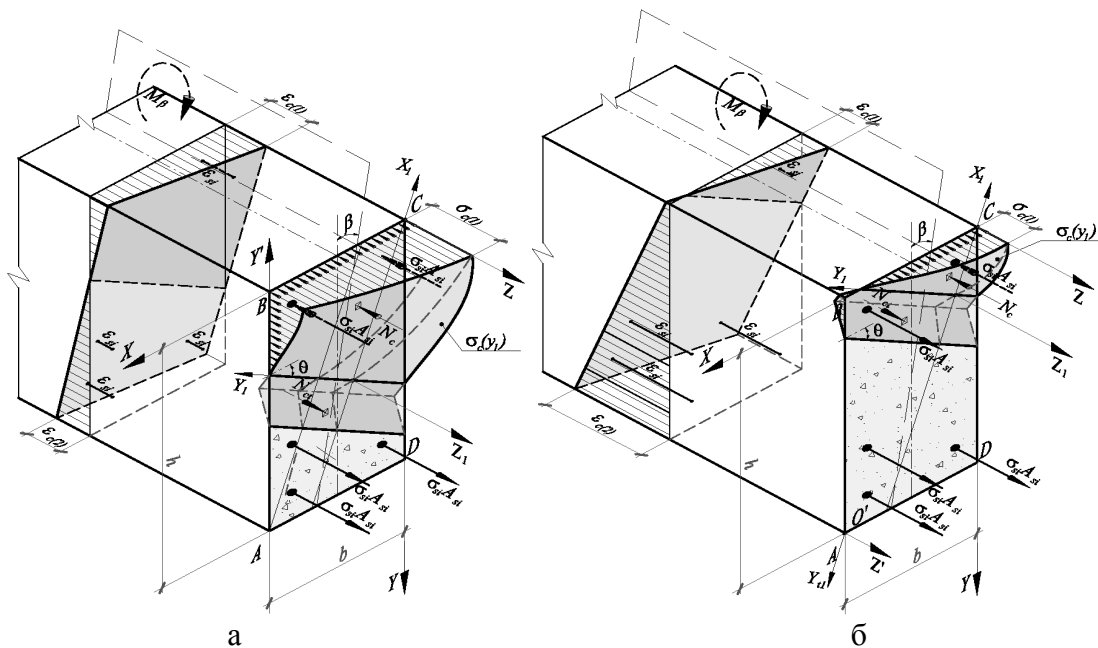


Рисунок 2 – Розрахункові моделі напружено-деформованого стану косозігнутої залізобетонної балки у нормальному перерізі в стадії II при а) трапецієподібній формі стиснутої зони; б) трикутній формі стиснутої зони

Система рівнянь, котра дозволяє вирішити поставлену задачу включає – рівняння рівноваги нормального перерізу

$$\sum Z_1 = N_c + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} = 0; \quad (9)$$

$$\sum M_{X1} = N_c y_{1c} + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} y_{1si} - M_\beta \sin(\beta - \theta) = 0; \quad (10)$$

$$\sum M_{Y1} = N_c x_c + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} x_{1si} - M_\beta \cos(\beta - \theta) = 0, \quad (11)$$

– інтегральні залежності параметрів бетону стиснутої зони

$$N_c = \int_{A_c} \sigma_c(x_1; y_1) dx_1 dy_1; \quad (12)$$

$$x_{1c} = \int_{A_c} \sigma_c(x_1; y_1) x_1 dx_1 dy_1 / N_c; \quad (13)$$

$$y_{1c} = \int_{A_c} \sigma_c(x_1; y_1) y_1 dx_1 dy_1 / N_c, \quad (14)$$

– геометричне співвідношення, що відображає гіпотезу плоских перерізів

$$\frac{\varepsilon_{si}}{x_{1si} - X} = \frac{\varepsilon_c}{x_1} = \frac{\varepsilon_{c(1)}}{X}, \quad (15)$$

– залежність між напруженнями і деформаціями у арматурі

$$\sigma_{si} = \begin{cases} E_s \varepsilon_{si}; \\ f_y \cdot \text{sign}(\varepsilon_{si}), \end{cases} \quad (16)$$

– залежність між напруженнями і деформаціями у бетоні, котру приймають на основі апроксимації діаграми стану стиснутого бетону дробово-раціональною функцією за ДБН [8]:

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = f_c \frac{K \varepsilon_c / \varepsilon_{c1} - (\varepsilon_c / \varepsilon_{c1})^2}{1 + (K - 2)(\varepsilon_c / \varepsilon_{c1})}. \quad (17)$$

Таким чином, отримана нелінійна система дев'яти рівнянь із дев'ятьма невідомими. Аналітичне її вирішення в загальному випадку не виражається у класі елементарних функцій. Отримати рішення цієї системи можливо за допомогою комп'ютерних програм, що реалізують чисельні методи пошуку коренів рівнянь (Maple, Mathematica, MathCAD, MS Excel та інші).

**Висновки.** Формула (8) та рівняння (9) – (17) дозволяють обчислити середнє значення ширини розкриття тріщини в залізобетонному елементі, що зазнає косоного згинання. Характеристичне значення  $w_k$  величини, котре визначається у практичних розрахунках становитиме (прийнявши рівень забезпеченості 0,95)

$$w_k = w_m (1 + 1,64 \cdot V_{w_m}) \approx 1,8 w_m, \quad (18)$$

де  $V_{w_m}$  – коефіцієнт варіації ширини розкриття тріщин.

Для випадку плоского згинання  $V_{w_m}$  складає 0,4 [5, 6, 12]. Для випадку ж косоного згинання залізобетонних елементів, його значення набувають більших значень. Так, за даними експериментальних досліджень [4] косозігнутих залізобетонних балок для експлуатаційних рівнів завантаження (0,6...1,0  $M_R$ )  $V_{w_m} = 0,5$ , що й пропонується приймати в розрахунках.

#### Література

1. Расчет железобетонных конструкций при сложных видах деформаций / [Торяник М. С., Вахненко П. Ф., Фалеев Л. В. и др.]; под ред. М. С. Торяника. – М.: Стройиздат, 1974. – 297 с.
2. Яровой, М. Л. Экспериментально-теоретические исследования трещинообразования и деформативности косоизгибаемых предварительно напряженных элементов прямоугольного сечения: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / М. Л. Яровой – Полтава, 1966. – 269 с.
3. Павликов, А. Н. Экспериментально-теоретические исследования прочности, деформативности, образования и раскрытия трещин по сечениям, нормальным к про-

дольной оси косоизгибаемых керамзитобетонных элементов: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / А.Н. Павликов – Полтава, 1979. – 226 с.

4. Семко, А.В. Образование и раскрытие трещин, нормальных к продольной оси косоизгибаемых железобетонных элементов таврового и Г-образного сечения: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / А. В. Семко – Полтава, 1988. – 184 с.

5. Borges, J.F. Formation of Cracks in Beams with Low Percentage of Reinforcement / J.F. Borges, J. Arga e Lima // RILEM-Symposium on Bond and Crack Formation in Reinforced Concrete – Stockholm: 1957 – Vol. II – P. 461 – 472.

6. Nawy, E. G. Serviceability Behavior of Post-Tensioned Beams / E.G. Nawy, J.Y. Chiang // PCI Journal. – 1980. – January-February. – P. 74 – 95.

7. Бондаренко В. М. Расчетные модели силового сопротивления железобетона. / В. М. Бондаренко, В. И. Колчунов. – М.: АСВ, 2004. – 472 с.

8. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення : ДБН В.2.6-98:2009. – [Чинні від 2011-07-01]. – К.: Мінрегіобуд України, 2011. – 71 с. – (Державні будівельні норми України).

9. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування: ДСТУ Б В.2.6-156:2011 – [Чинний від 2011-06-01]. – К.: Мінрегіобуд України, 2011. – 118 с. – (Національний стандарт України).

10. Design of concrete structures: EN 1992-1-1. Eurocode 2. – Part 1: General rules and rules for buildings. – Brussels, 2002. – 230 p.

11. Павліков А. М. Дослідження впливу нелінійних властивостей бетону на величину пружно-пластичного моменту опору в балкових елементах при косому деформуванні / А.М. Павліков, Д.Ф. Федоров // Науково-технічні проблеми сучасного залізобетону: зб. наук. праць 6-ї Всеукраїнської науково-технічної конференції НДІБК. – К.: ДП НДІБК, 2011. – Вип. 74. – Книга 1. – С. 210 – 216.

12. Железобетонные конструкции. Основы теории, расчета и конструирования : уч. пособ. / [Н.П. Блещик, Д.Д. Жуков, Д.Н. Лазовский и др.]; под ред. Т.М. Пецольда и В.В. Тура. – Брест: БГТУ, 2003. – 380 с.

Надійшла до редакції 19.11.12

© А. М. Павліков, Д. Ф. Федоров

**А.М. Павліков, д.т.н, професор, Д.Ф. Федоров, аспірант**

**Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка**

## **ШИРИНА РАСКРЫТИЯ НОРМАЛЬНЫХ ТРЕЩИН В ЖЕЛЕЗОБЕ- ТОННЫХ БАЛКАХ ПРИ КОСОМ ИЗГИБЕ**

*Предложен алгоритм расчета ширины раскрытия трещин, нормальных к оси железобетонной балки при косом ее изгибе, которая основывается на нелинейной деформационной модели.*

**Ключові слова:** железобетон, балка, трещина, диаграммы состояния материалов.

**A.M. Pavlikov, Doctor of Technical Sciences, Professor, D.F. Fedorov, Post-graduate**

**Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University**

## **NORMAL CRACKS WIDTH OF SKEW BENDED REINFORCED CONCRETE BEAMS**

*The algorithm of normal crack width analysis of skew bended reinforced concrete beams based on nonlinear deformation model is proposed.*

**Keywords:** reinforced concrete, beam, cracks, constitutive diagram of material.