

*О.А. Маковецкий, к.т.н., доцент
Д.К. Серебренникова, магистрант
Пермский национальный политехнический университет*

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНЫХ ДЕФОРМАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ГЕОМАССИВА

Построена адекватная математическая модель, отражающая улучшенные физико-механические свойства основания, после создания геомассива.

Ключевые слова: *математическая модель, геомассив, мониторинг.*

*О.О. Маковецкий, к.т.н., доцент
Д.К. Серебренникова, магистрант
Пермский национальный политехнический университет*

ОЦІНКА ЕФЕКТИВНИХ ДЕФОРМАЦІЙНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ГЕОМАСИВУ

Побудовано адекватну математичну модель, що відображає поліпшені фізико-механічні властивості основи, після створення геомасиву.

Ключові слова: *математична модель, геомасив, моніторинг.*

*О.А. Makovetskiy, Dr. Sn. (Tech), Ass. Prof.
D.K. Serebrennikova, undergraduate
Perm National Technical University*

EVALUATING THE EFFECTIVENESS OF THE DEFORMATION CHARACTERISTICS OF GEOMASSIV

The aim is to construct an adequate mathematical model reflecting the improved physical and mechanical properties of the base, after the creation of geomassiv.

Keywords: *mathematical model, geomassiv, monitoring.*

Введение. Вельма часто реконструкция зданий и сооружений предусматривает восстановление надземных конструкций, фасадов и не обращается внимание на геотехнические проблемы, накопленные за время эксплуатации. После завершения работ по реконструкции здание продолжает получать деформации, а как следствие, происходит развитие трещин в надземных конструкциях. Решение геотехнических проблем с разработкой надежных мероприятий по сохранению прочности оснований, ограничению осадок до допустимых значений позволит избежать развития недопустимых деформаций зданий.

Обзор последних источников исследований и публикаций. Для улучшения физико-механических свойств и увеличения несущей способности основания применяют различные технологии. Одной из современных и перспективных технологий является струйная цементация. В результате применения струйной цементации в основании здания создается «суперконструкция – геомассив». Данная технология позволяет увеличить несущую способность основания как при новом строительстве, так и при реконструкции зданий и сооружений.

Геотехнический массив («геомассив») – это система техногенных образований, создаваемая в основании здания путем включения в природный массив грунта и на его поверхность техногенных элементов (уплотненных или закрепленных зон и слоев, бетонных и грунтоцементных блоков, плит и т.д.). Такая комплексная система формирует единую пространственную структуру с высокой распределительной несущей способностью. Метод разработан в лаборатории оснований и фундаментов УралПромстройНИИпроекта (сейчас ОАО институт «УралНИИАС») и применяется с 1976 г.

Выделение не решенных ранее частей общей проблемы. В нашем исследовании рассматривается геомассив – природный грунт, армированный жесткими грунтоцементными элементами. Они работают в едином массиве с окружающим грунтом, что позволяет не рассматривать эти элементы как отдельные сваи. Основной эффективной характеристикой улучшенного основания является приведенный модуль деформации.

Цель работы – получить адекватную математическую зависимость, отражающую улучшение физико-механических свойств основания после создания геомассива (приведенный модуль деформации $E_{пр}$), в зависимости от начальных физико-механических свойств грунта (начального модуля деформации E_0), расположения грунтоцементных свай (шаг свай в геомассиве l) и их геометрических характеристик (диаметр свай D).

Основной материал и результаты. Поставленная цель достигается при помощи планирования, проведения эксперимента и обработки полученных данных. Полученные данные подтверждаются моделированием заданного основания (с заданными геометрическими и физико-механическими характеристиками) в программном комплексе «PLAXIS».

Для качественного выполнения математического моделирования необходимо спланировать эксперимент. При планировании и проведении эксперимента в качестве исходных данных выбраны три параметра и один параметр оптимизации. Планирование эксперимента начинается с построения линейной модели и проверки полученной модели на адекватность. Для каждого фактора выбирается два уровня, на которых он будет варьироваться, а также интервал варьирования (табл. 1) [1].

Таблица 1. Факторы планирования эксперимента

	Уровни и интервал варьирования	-1	+1	Δz
z_1	Начальный модуль деформации (E_0 , МПа)	5,0	10,0	2,5
z_2	Диаметр армирующих элементов (D , м)	1,0	1,2	0,1
z_3	Шаг армирующих элементов (L , м)	2,0	3,0	0,5

Верхний и нижний уровни соответствуют минимальному и максимальному значениям рассматриваемого фактора из области его определения.

Интервал варьирования для каждого фактора определяется из условия

$$\Delta z_i = \frac{|z_i^{\max} - z_i^{\min}|}{2} \quad (1)$$

Таким образом, построение плана эксперимента сводится к выбору экспериментальных точек, симметричных относительно нулевого уровня. Число опытов, необходимое для реализации полного факторного эксперимента,

$$N = k^n = 2^3 = 8, \quad (2)$$

где k – число уровней; n – число факторов.

Ниже приведена таблица (табл. 2) планирования эксперимента, в которой записаны условия проведения восьми опытов полного трехфакторного эксперимента на двух уровнях для построения уравнения линейной регрессии.

Вычисляем экспериментальное и опытное значения критерия Кохрена [1]. Экспериментальное значение критерия Кохрена определяется по формуле

$$G_{\text{кохрен}} = \frac{s^2(y_1)_{\max}}{\sum_{i=1}^N s^2(y_i)_{\max}} = \frac{6,4}{16,2} = 0,394 \quad (3)$$

где $s^2(y_1)_{\max}$ – максимальная построчная дисперсия;

$\sum_{i=1}^N s^2(y_i)_{\max}$ – сумма построчных дисперсий плана эксперимента.

Теоретическое значение критерия Кохрена определяется по табл. VIII [3]

$$G_{\text{кохрен теор}} = 0,680 > G_{\text{кохрен оп}} = 0,394$$

Таблица 2. Планирование трехфакторного эксперимента

№ опыта	В натуральных параметрах			В кодированных параметрах				Результаты опытов (m=2)		Среднее опытное значение
	z_1	z_2	z_3	x_0	x_1	x_2	x_3	Y_{11}	Y_{12}	
1	5,0	1,0	3,0	1	-1	-1	1	20,6	19,0	19,8
2	10,0	1,0	3,0	1	1	-1	1	24,3	24,3	24,3
3	5,0	1,2	3,0	1	-1	1	1	28,1	27,6	27,8
4	10,0	1,2	3,0	1	1	1	1	37,4	37,0	37,2
5	5,0	1,0	2,0	1	-1	-1	-1	44,7	47,5	46,1
6	10,0	1,0	2,0	1	1	-1	-1	49,0	52,5	50,7
7	5,0	1,2	2,0	1	-1	1	-1	55,0	57,2	56,1
8	10,0	1,2	2,0	1	1	1	-1	67,0	65,0	66,0

По полученным значениям можно сделать вывод, что гипотеза о равнозначности не отвергается, что дает право строить уравнение регрессии.

Используя необходимые условия экстремума функции нескольких переменных, получаем систему нормальных уравнений (СЛАУ) для определения неизвестных коэффициентов. В матричной форме СЛАУ имеет вид

$$(X^T \cdot X) \cdot \bar{B} = X^T \cdot \bar{Y} \quad (4)$$

Тогда искомым вектор коэффициентов определяется как

$$\bar{B} = (X^T \cdot X)^{-1} \cdot (X^T \cdot \bar{Y}) \quad (5)$$

После проведения необходимых математических операций вектор коэффициентов имеет вид

$$B = \begin{pmatrix} 40,99438 \\ 3,544375 \\ 5,780625 \\ -13,7256 \end{pmatrix}.$$

После проверки значимости коэффициентов уравнения регрессии делаем вывод, что все коэффициенты значимы. Уравнение регрессии имеет вид

$$Y_2 = 40,99 + 3,54 \cdot X_1 + 5,78 \cdot X_2 - 13,72 \cdot X_3 \quad (6)$$

Необходимо проверить полученную математическую модель на адекватность.

Вычислим опытный критерий Фишера

$$F_{\text{оп}} = \frac{s^2(y)_{\text{н/з}}}{s^2(y)} = \frac{7,6}{2} = 3,73$$

где $s^2(y)_{\text{н/з}}$ – дисперсия неадекватности;
 $s^2(y)$ – общая дисперсия.

Теоретический критерий Фишера определяется по табл. VII[1]

$$F_{\text{оп}} = 3,73 > F_{\text{теор}} = 3,298$$

По полученным опытными и теоретическим значениям критерия Фишера модель неадекватна, полученную модель невозможно использовать для описания исследуемого процесса. Следует перейти к описанию исследуемого явления при помощи квадратичной модели.

Для получения модели второго порядка планирование эксперимента должно проводиться на трех уровнях. Для каждого фактора выбираем три уровня, на которых он будет варьироваться, а также интервал варьирования (табл. 3).

Таблица 3. Факторы планирования эксперимента

	Уровни и интервал варьирования	-1	0	+1	Δz
z_1	Начальный модуль деформации (E_0 , МПа)	5,0	7,5	10,0	2,5
z_2	Диаметр армирующих элементов (D , м)	1,0	1,1	1,2	0,1
z_3	Шаг армирующих элементов (L , м)	2,0	2,5	3,0	0,5

Верхний и нижний уровни соответствуют максимальному и минимальному значениям рассматриваемого фактора из области его определения, они симметричны относительно нулевого уровня.

При ортогональном планировании второго порядка для трех факторов уравнение регрессии имеет вид

$$Y_2 = b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 + b_{11} x_1^2 + b_{22} x_2^2 + b_{33} x_3^2 \quad (7)$$

Запишем таблицу планирования эксперимента, в которой приведены условия проведения пятнадцати опытов трехфакторного эксперимента на трех уровнях для построения уравнения регрессии второго порядка (табл. 4).

Таблица 4. Планирование квадратичной модели

№ опыта	В натуральных параметрах			Кодированные уровни			Результаты опытов (m=2)		Среднее опытное значение
	z_1	z_2	z_3	x_1	x_2	x_3	Y_{11}	Y_{12}	
1	5,0	1,0	3,0	-1	-1	1	20,6	19,0	19,8
2	10,0	1,0	3,0	1	-1	1	24,3	24,3	24,3
3	5,0	1,2	3,0	-1	1	1	28,1	27,6	27,8
4	10,0	1,2	3,0	1	1	1	37,4	37,0	37,2
5	5,0	1,0	2,0	-1	-1	-1	44,7	47,5	46,1
6	10,0	1,0	2,0	1	-1	-1	49,0	52,5	50,7
7	5,0	1,2	2,0	-1	1	-1	55,0	57,2	56,1
8	10,0	1,2	2,0	1	1	-1	67,0	65,0	66,0
9	5,0	1,1	2,5	-1	0	0	55,7	50,9	53,3
10	10,0	1,1	2,5	1	0	0	59,9	54,2	57,1
11	7,5	1,0	2,5	0	-1	0	46,5	47,5	47,0
12	7,5	1,2	2,5	0	1	0	53,8	58,8	56,3
13	7,5	1,1	3,0	0	0	1	29,3	30,2	29,8
14	7,5	1,1	2,0	0	0	-1	59,6	61,4	60,5

Критерий Кохрена был вычислен ранее, гипотеза о равнозначности не отвергается. Строим уравнение регрессии по известным формулам определения вектора коэффициентов.

Вектор коэффициентов в этом случае принимает вид

$$B = \begin{pmatrix} 55,48 \\ 3,21 \\ 5,55 \\ -14,06 \\ 1,26 \\ -0,10 \\ -0,54 \\ -0,30 \\ -3,83 \\ -10,35 \end{pmatrix} .$$

После проведения статической оценки значимости коэффициентов уравнение регрессии принимает вид

$$Y_2 = 55,48 - 3,21 \cdot x_1 - 5,55 \cdot x_2 - 14,06 \cdot x_3 - 3,83 \cdot x_2^2 - 10,35 \cdot x_3^2 \quad (8)$$

Необходимо проверить полученную математическую модель на адекватность. Опытное значение критерия Фишера

$$F_{\text{оп}} = \frac{6,7}{4,2} = 1,595 \quad F_{\text{оп}} = 1,595 < F_{\text{теор}} = 2,7$$

По полученным опытным и теоретическим значениям критерия Фишера модель адекватна, полученную модель принимаем для описания процесса и дальнейших исследований.

Осуществив переход к натуральным значениям факторов и преобразовав полученные коэффициенты, запишем уравнение регрессии в окончательном виде

$$Y_2 = -667.08 + 1.284 \cdot z_1 + 898.1 \cdot z_2 + 178.88 \cdot z_3 - 383 \cdot z_1^2 - 41.4 \cdot z_3^2 \quad (9)$$

Для описания зависимости функции оптимизации (приведенного модуля деформации) от исходных данных (начального модуля деформации, шага и диаметра армирующих элементов) необходимо построение линий уровня (рис. 1, а, б, в), в которых рассматривается изменение одного из факторов от min к max значению при постоянных значениях двух других.

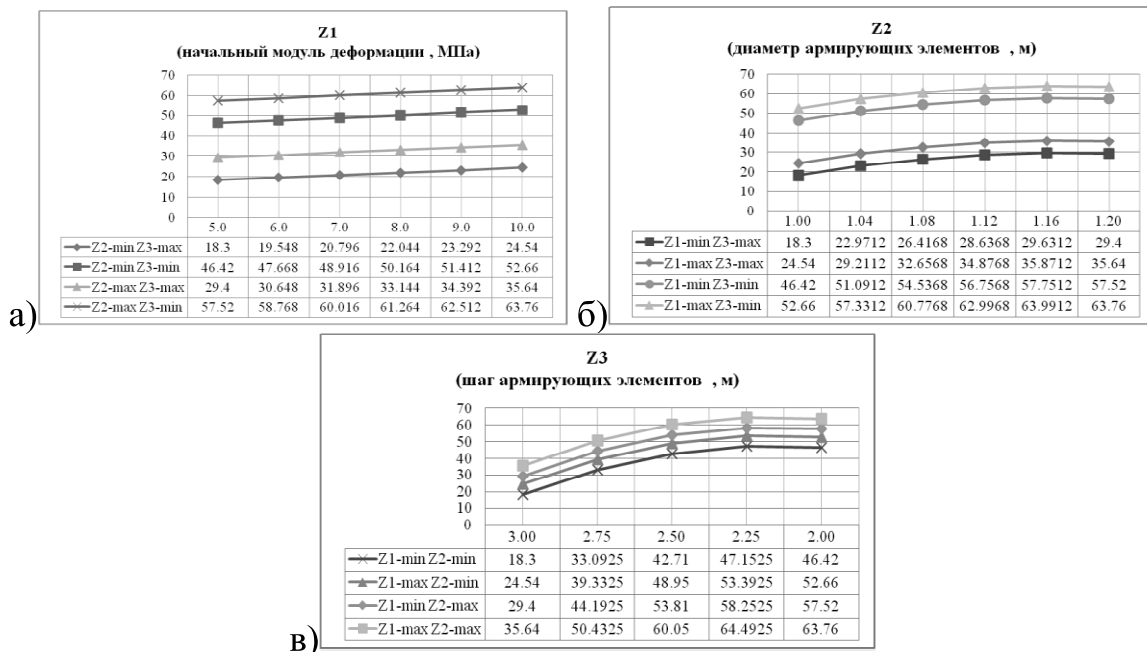


Рис. 1. Линия уровня при изменении: а) параметра Z1; б) параметра Z2; в) параметра Z3

Результаты эксперимента следующие:

1. По уравнению регрессии

$$Y_2 = 55,48 - 3,21 \cdot x_1 - 5,55 \cdot x_2 - 14,06 \cdot x_3 - 3,83 \cdot x_1^2 - 10,35 \cdot x_3^2$$

Все линейные члены значимы – каждый из выбранных параметров влияет на значение выходной функции.

Как видно из значений коэффициентов (при $x_1 - 3,21$, $x_2 - 5,55$, $x_3 - 14,06$), фактор x_3 (расстояние между центрами армирующих элементов) оказывает наибольшее влияние на функцию отклика, в то время как остальные факторы x_1 , x_2 (общий модуль деформации, диаметр армирующего элемента) – оказывают не столь значительное влияние.

2. По построенным линиям уровня.

Как и следовало ожидать, наибольшее значение выходной параметр получает, когда общий модуль деформации и диаметр армирующих элементов принимают максимальные значения, а расстояния между центрами армирующих элементов – минимальные. При увеличении общего модуля деформации основания наблюдается незначительное увеличение приведенного модуля деформации геомассива. Следует отметить, что на заданном участке функция непрерывно возрастает.

При увеличении диаметра армирующих элементов на начальных этапах происходит заметное увеличение приведенного модуля деформации, последующее увеличение параметра замедляет рост функции отклика. Как видно из представленных графиков, диаметр армирующих элементов не следует увеличивать до бесконечности, т.к. наблюдается экстремум функции, после которого функция убывает,

$$y' = 898,1 - 2 \cdot 383z_2 = 0, z_2 = 1,17$$

Как показало уравнение регрессии и анализ графиков расстояние между центрами армирующих элементов оказывает наибольшее влияние на функцию отклика. При увеличении расстояния между центрами армирующих элементов происходит заметное уменьшение приведенного модуля деформации. Необходимо отметить, что уменьшение данного параметра также имеет экстремум, после которого функция убывает. Это свидетельствует об ограничении расстояния между элементами для эффективного решения задач

$$y' = 178,88 - 2 \cdot 41,4z_3 = 0, z_3 = 2,16$$

Выводы. Полученная зависимость необходима для проектирования геомассива (подбора параметров основания) при усилении основания в ходе реконструкции и реставрации памятников архитектуры. Согласно Европейским нормам [2], чтобы контролировать расчетные деформации во время реконструкции, а при необходимости и после ее окончания, требуются регулярные измерения и немедленный анализ полученных данных. По данным этих же измерений можно говорить об эффективности или неэффективности принятых проектных мер, сделать вывод об эффективности применения предложенных технологий в данных типах грунтов.

Литература

1. *Математические методы планирования эксперимента в грунтоведение и инженерной геологии: учебное пособие* / В.М. Канатъко, И.Е. Руднева, Е.Н.Баринов, С.Ю. Чижевский. – Л.: Ленинградский ун-т, 1983. – 112 с.

2. Катценбах, Р. *Геотехнические основы моделирования совместной работы здания и основания для длительного повторного использования исторических фундаментов и конструкций* / Р. Катценбах, А. Вейдле, Х. Рамм // *Реконструкция городов и геотехническое строительство*. – 2003. – № 7. – С. 105.

Надійшла до редакції 27.09.2013

© О.О. Маковецкий, Д.К. Серебренникова