

*В.О. Сахаров, к.т.н., доцент
Київський національний університет будівництва та архітектури*

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ СЕЙСМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ НА ВЗАЄМОДІЮ КОМПЛЕКСУ ВИСОТНИХ БУДІВЕЛЬ З В'ЯЗКО- ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНОЮ ҐРУНТОВОЮ ОСНОВОЮ

Проаналізовано результати моделювання взаємодії комплексу висотних будівель з ґрунтовою основою при дії сейсмічних навантажень. Наведено модель в'язко-пружно-пластичного деформування ґрунту для описання його нелінійної поведінки при дії динамічних навантажень. Розрахунки виконано методом скінченних елементів шляхом прямого чисельного інтегрування в часі за явною схемою для системи «основа – фундамент – будівля» в тривимірній постановці засобами АСНД «VESNA-DYN». Зазначено особливості нелінійного деформування елементів системи при сейсмічних навантаженнях.

Ключові слова: сейсміка, акселерограма, висотні будівлі, нелінійна ґрунтова основа, система «основа – фундамент – будівля», в'язкість, пружність, пластичність.

*В.А. Сахаров, к.т.н., доцент
Киевский национальный университет строительства и архитектуры*

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СЕЙСМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК НА ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КОМПЛЕКСА ВЫСОТНЫХ ЗДАНИЙ С ВЯЗКО-УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКИМ ҐРУНТОВЫМ ОСНОВАНИЕМ

Проанализированы результаты моделирования взаимодействия комплекса высотных зданий с ґрунтовым основанием при действии сейсмических нагрузок. Представлена модель вязко-упруго-пластического деформирования ґрунта для описания его нелинейного поведения при воздействии динамических нагрузок. Расчеты проводили методом конечных элементов прямым численным интегрированием во времени по явной схеме для системы «основание – фундамент – здание» в трехмерной постановке средствами АСНИ «VESNA-DYN». Показаны особенности нелинейного деформирования элементов системы при сейсмических нагрузках.

Ключевые слова: сейсмика, акселерограмма, высотные здания, нелинейное ґрунтовое основание, система «основание – фундамент – здание», вязкость, упругость, пластичность.

*V.O. Sakharov, Ph.D.
Kyiv National University of Construction and Architecture*

INVESTIGATION OF THE INFLUENCE OF THE SEISMIC LOADS ON THE INTERACTION OF COMPLEX OF HIGH-RISE BUILDINGS WITH VISCO - ELASTO - PLASTIC SOIL FOUNDATION

Analysis of the results of modelling the complex interactions of high-rise buildings with ground foundation under seismic loads are given in the article. The model of the visco-elasto-plastic soil's deformation is presented to describe its non-linear behaviour when the dynamic loads expose. Calculations were carried out by direct numerical integration of the finite element method in time for the explicit scheme for the system of the «soil – foundation – building» in 3D by ASSR «VESNA-DYN». The features of nonlinear deformation of the elements of the system under seismic loads are displayed.

Keywords: seismic, accelerogram, high-rise buildings, nonlinear soil foundation, «soil– foundation –building», viscosity, elasticity and plasticity.

Вступ. В умовах будівництва в сейсмічно небезпечних районах на етапі проектування необхідне проведення оцінювання напружено-деформованого стану конструкцій при дії сейсмічних навантажень, яке переважно виконується засобами чисельного моделювання. Беручи до уваги, що неможливо наперед передбачити параметри землетрусу, в т.ч. спектр, час та напрямок дії, необхідно аналізувати поведінку будівель за різних параметрів навантаження. При проектуванні поруч з існуючими нових будівель важливе значення має їх взаємний вплив, який залежить від геометричних параметрів і розміщення в плані цих будівель, фізико-механічних властивостей матеріалів конструкцій та основи тощо.

У більшості випадків розрахунки обмежуються використанням спрощених методів, що не враховують реальних властивостей ґрунтової основи (моделі Вінклера, жорсткості основи тощо). У деяких випадках, зважаючи на високий рівень складності задач такого класу, розрахунки обмежуються використанням тільки лінійних моделей, що може бути недостатнім для коректного відображення реальних процесів.

Огляд останніх джерел досліджень і публікацій. Важливим аспектом при моделюванні сейсмічної взаємодії є врахування процесів розсіювання енергії. Ці процеси можна умовно поділити на зовнішні та внутрішні. Для ґрунтів основи, як і для будівельних конструкцій, головну роль відіграють сили внутрішнього опору, пов'язані з пружно-в'язко-пластичним деформуванням середовища.

На сучасному рівні динамічні розрахунки найчастіше виконуються методом скінченних елементів шляхом дискретизації диференціальних рівнянь. При чисельному моделюванні таких процесів розрахунки здійснюють за спектральним та прямими динамічними методами [1]. Останні дають можливість найбільш повно оцінити вплив сейсмічного навантаження на напружено-деформований стан (НДС) інженерних конструкцій упродовж різних відрізків часу.

При розв'язанні задач, що враховують нелінійну поведінку ґрунтової основи при динамічних навантаженнях, слід використовувати моделі, що достатньою мірою описують процеси деформування в умовах складного напруженого стану. До таких моделей можна віднести моделі, зазначені в роботі [2].

Виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми/постановка завдання/досліджень. При дії сейсмічних коливань у багатьох випадках сусідні будівлі мають значний взаємний вплив на НДС конструкцій та основи, що вимагає проведення досліджень їх взаємодії як систем «основа – фундамент – будівля» з урахуванням реальних властивостей конструкцій і ґрунту. При використанні найбільш розповсюджених спектральних методів або методів прямого інтегрування з розкладанням переміщень у неповний спектр за власними формами існують суттєві обмеження, що обумовлюють необхідність застосування

однакових частотно незалежних параметрів згасання для всіх середовищ [3], використання тільки пружних та в'язко-пружних процесів деформування тощо. У реальних умовах процеси згасання в ґрунтах та інженерних конструкціях суттєво різняться. Крім того, особливо для ґрунтових середовищ, характерною властивістю є в'язко-пружно-пластичне деформування, що призводить до появи незворотних деформацій, урахування яких дозволяє оцінити реальне положення конструкцій у процесі та після закінчення дії навантаження.

Метою роботи є дослідження впливу сейсмічного навантаження на НДС конструкцій багатосекційного висотного комплексу з урахуванням в'язко-пружно-пластичної роботи ґрунтового масиву.

Основний матеріал і результати. Загальний рівень сейсмічності території України має тенденцію до зростання, що обумовлює додаткові вимоги при проектуванні. Зведення сучасних висотних будівель спричиняє ряд проблем, пов'язаних з оцінюванням напружено-деформованого стану при дії сейсмічних навантажень через велику кількість рівнянь, необхідність отримання достовірних вихідних даних, у т.ч. даних про сейсмічні навантаження, врахування реальних властивостей середовищ та вимогами щодо розрахункового часу тощо. Ситуація ускладнюється і відсутністю адекватних моделей, що описують поведінку ґрунтових середовищ, які мають яскраво виражені властивості нелінійного деформування.

Дослідження взаємодії інженерних конструкцій з основою проводилися на базі реального багатопверхового комплексу. Об'єкт являє собою трисекційну каркасно-монолітну забудову. Згідно з проектними рішеннями всі секції відокремлені одна від одної деформаційними швами й побудовані на пальових фундаментах із буронабивних паль діаметром 1 м і довжиною 34 м, об'єднаних плитними ростверками (рис. 1, а).

Секція 1 являє собою каркасно-монолітну 16-поверхову будівлю з розмірами в плані близько 20х30 м. Секція 2 складається з 9-ти поверхів, вертикальні несучі елементи яких переважно колони. Розміри в плані 30х30 м. Секція 3 має 47 поверхів і розміри в плані близько 35х38 м. Вертикальними несучими конструкціями будівлі виступає ядро жорсткості, розташоване всередині й у кутах будівлі, та пілони по зовнішньому периметру, доповнені контурними стінами в підвальних поверхах (рис. 1, б).

Основа комплексу складена шарами супісків і глин, параметри яких наведено в таблиці 1. У межах дослідженої глибини ґрунтових вод не помічено. Палі фундаментів заведені в ІГЕ 6 (пісок дрібний).

Для коректного врахування роботи ґрунтової основи використовувався об'ємний ґрунтовий масив із реальними фізико-механічними характеристиками. При дослідженні також ураховані масові сили ґрунтової основи.

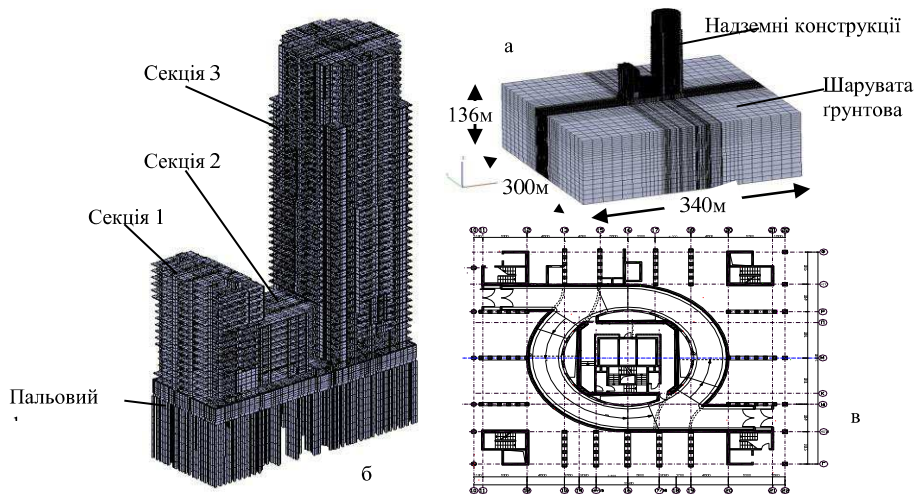


Рис. 1. Багатосекційний висотний комплекс: а – скінченноелементна модель будівель як систем «основа – фундамент – будівля»; б – скінченноелементна схема інженерних конструкцій; в – план несучих конструкцій надфундаментного поверху секції № 3

Традиційний підхід у механіці ґрунтів щодо врахування пластичних деформацій передбачає, що незворотні деформації виникають у матеріалі тільки тоді, коли вектор, який відображає напружений стан у просторі головних напружень, перетинає поверхню граничного стану. У середині граничної поверхні ґрунт вважається пружним і деформується без залишкових деформацій. Але відомо, що в реальних ґрунтах незворотні деформації, обумовлені наявністю пор та локальних концентрацій напружень, виникають значно раніше досягнення граничного стану і суттєво перевищують пружні деформації. Деформування пор, що має місце на початкових стадіях опору ґрунту, супроводжується ефектами місцевої пластичності та місцевого руйнування (догранична пластичність), що характерне для гетерогенних середовищ [4]. Початок цього явища можна пов'язати з перевищенням структурної міцності ґрунту і трактувати як порушення зв'язків між зернами. Урахування дограничної пластичності дозволяє описати процеси зміни пористості та деформативності ґрунту при його ущільненні.

Таблиця 1. Фізико-механічні параметри ґрунтової основи

ШГЕ	Назва ґрунту	Нормативні значення							
		W	I _p	I _L	ρ	e	E	c	φ
3	Супісок пластичний	0,24	0,05	0,67	1,94	0,71	70	0,09	18
5	Супісок твердий	0,20	0,03	<0	1,90	0,67	150	0,15	26
6	Пісок дрібний, щільний, маловологий	0,04	-	-	1,78	0,55	350	0,03	33

Спираючись на дані робіт [4 – 8] та інших вчених, розглянемо основні фактори, що дозволяють з достатньою детальністю описати процеси

деформування ґрунтового середовища в умовах складного напруженого стану при динамічних навантаженнях. Спільною рисою для ґрунтів є те, що вони по-різному чинять опір стисненню та розтягу. На початку навантаження, коли структурна міцність ґрунту не порушена, ґрунт деформується як в'язко нелінійно пружне ізотропне тіло зі «структурним» модулем пружності. Характерними особливостями динамічної поведінки матеріалу на цьому етапі є збільшення пружного опору матеріалу при збільшенні швидкості деформації та існування границі швидкості, при перевищенні якої матеріал поводить себе як чисто пружний з кінцевим значенням динамічного модуля пружності. У випадку виникнення напружень розтягу, стиснення або за рахунок, деформацій зсуву, коли досягається граничний рівень дотичних напружень деформування ґрунту супроводжується порушенням структурної міцності. Незворотні деформації можуть виникати як при зсуві, так і стисненні. В умовах (компресійного) стиснення зв'язки між твердими частинками скелета руйнуються, відбуваються хаотичні мікрозсуви і «перепакування» частинок, що супроводжується появою як пружних, так і значних пластичних об'ємних деформацій, ущільненням та зменшенням коефіцієнта пористості матеріалу. Процес об'ємної пластичної стисливості при цьому завжди обмежений граничною щільністю матеріалу.

Для моделювання динамічної поведінки ґрунту відповідно до описаних властивостей було створено та реалізовано нову модель [2], що враховує в'язко-пружно-пластичну роботу ґрунту при динамічних навантаженнях. В основу моделі ґрунту покладено в'язко-пружну модель Кельвіна – Максвелла [6], доповнену елементами односторонніх в'язей, що моделюють розрив зв'язків ґрунту та руйнування структурних зв'язків, пластичного тіла Сен-Венана, яка враховує розвиток незворотних деформацій, та елемента Ньютона, який характеризує випромінювання енергії в зовнішнє середовище. Використану модель може бути подано у вигляді узагальненої структурно реологічної моделі в'язко-пружно-пластичного ґрунту (рис. 2).

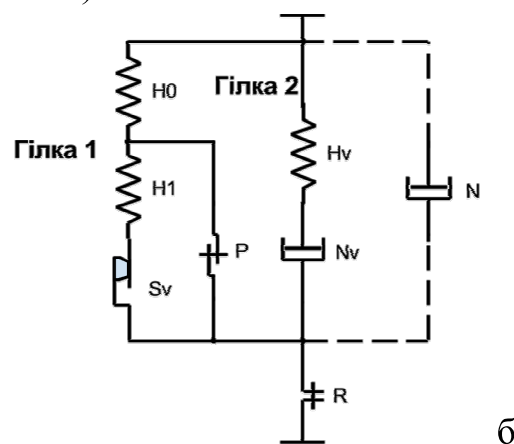


Рис. 2. Структурно-реологічна модель в'язко-пружно-пластичного деформування ґрунту при динамічних навантаженнях

Для описання пружно-пластичних властивостей скелета ґрунту використано теоретичні співвідношення [9]. Процеси, які характерні для зміни об'єму, описуються компресійними випробуваннями. Для багатьох матеріалів ці властивості добре описуються законом ущільнення К. Терцагі в широких діапазонах навантажень [7] у вигляді залежності між коефіцієнтом пористості e_i і компресійним тиском P

$$e_i = e_0 - C_c \ln \left(\frac{P}{P_0} \right), \quad (1)$$

де P , P_0 – поточний та початковий компресійний тиск, що відповідає структурній міцності; C_c – коефіцієнт компресії, який визначається як тангенс кута нахилу напівлогарифмічної кривої до осі тиску P .

При розвантаженні або рекомпресії замість C_c відповідно використовуються коефіцієнт декомпресії C_s або коефіцієнт рекомпресії C_r . Але в цій роботі будемо вважати, що при динамічних навантаженнях втрати енергії за рахунок вторинної пластичності є незначними і гілки декомпресії та рекомпресії збігаються ($C_s = C_r$). У випадку, коли поточний коефіцієнт пористості $e_i < e_{min}$, то компресія є суто пружною, а матеріал – нелінійно пружним $C_c = C_s = C_r = C_{min}$.

Приріст об'ємної деформації ґрунту $d\theta$ (при $d\theta < 0$) при компресії згідно з даними роботи [9], можна визначити, як

$$d\theta = - \frac{C_c}{(1 + e_0)\sigma_m} d\sigma_m = \frac{d\sigma_m}{K'_c}, \quad (2)$$

де σ_m – середнє поточне напруження, пов'язане з компресійним тиском залежністю $\sigma_m = - \frac{(1+2\xi)}{3} P$; $K'_c = - \frac{(1+e_0)\sigma_m}{C_c}$ – миттєвий модуль об'ємного стиснення при компресії; ξ – коефіцієнт бічного тиску.

Граничний стан ґрунту описується за допомогою комбінованої [9] граничної поверхні $f = 0$, отриманої з використанням підходів [10] у вигляді співвідношень:

$$f = T - T_{гр} = 0, \quad T_{гр} = \text{Min} \begin{cases} -\sigma_m \text{tg}\psi + \tau_s, & \text{(Кулона – Мора),} \\ -\sigma_m \text{tg}\psi + \tau_s, & \text{(Мізеса – Шлейхера – Боткіна),} \\ -\sigma_{m2} \text{tg}\psi + \tau_s, & \text{(Мізеса),} \\ -\sigma_m \text{tg}\psi^* + \tau_s^*, & \text{(Розтяг).} \end{cases} \quad (3)$$

Для визначення величини пластичних деформацій при переході ґрунту через граничний стан використовується неасоційований закон пластичної течії Ніколаєвського [11], який можна записати у вигляді співвідношення

$$d\hat{\varepsilon}_{pl} = d\lambda \frac{dF}{d\hat{\sigma}} = d\lambda \left(\frac{\hat{S}}{2T} + \Lambda \hat{g} \right) = \frac{d\lambda \hat{S}}{2T} + d\lambda \Lambda \hat{g}, \quad (4)$$

де $F = T + \sigma_m 3\Lambda + const$ – потенціал пластичності; $d\lambda$ – скалярний множник; Λ – коефіцієнт дилатансії.

Коефіцієнт Λ є функцією щільності ґрунту ρ і може приймати як позитивні (дилатансія), так і від’ємні (контракція) значення. Залежність $\Lambda = \Lambda(\rho)$, як правило, повинна визначатися для кожного ґрунту на базі експериментальних даних. У випадку відсутності таких даних можна скористатися співвідношеннями [13], які відображають якісну картину процесу дилатансії залежно від поточної ρ та критичної ρ^* щільності ґрунту,

$$\begin{aligned} \Lambda &= -\sqrt{1 - \left(\frac{\rho}{\rho^*}\right)} && \text{при } \rho < \rho^*; \\ \Lambda &= \sqrt{1 - (\rho^*/\rho)} && \text{при } \rho \geq \rho^*. \end{aligned} \quad (5)$$

При деформуванні ґрунту під впливом динамічних коливань значну роль відіграють внутрішні й зовнішні процеси, пов’язані з розсіюванням енергії. Для будівельних конструкцій та основи головну роль відіграють сили внутрішнього опору, обумовлені реологічними особливостями роботи матеріалів, для врахування яких призначена друга гілка моделі (рис. 2). Параметри згасання під час цих досліджень описувалися відповідно до моделі Релея.

До зовнішніх причин розсіювання енергії належить взаємодія системи з елементами навколишнього середовища, в якому відбуваються коливання, серед них зовнішній ґрунт, повітря, спеціальні демпфірувальні пристрої, системи сейсмоізоляції тощо, призначені для гасіння коливань. Ці процеси безпосередньо не пов’язані з деформаціями ґрунту або конструкції й тому в структурній моделі (рис. 2) показані пунктирною лінією. У роботі використано один із поширених варіантів урахування випромінювання енергії в зовнішній простір – метод граничного демпфірування, запропонований Лізмером [12], який побудовано на використанні в’язкого демпфірування степенів вільності на приграничних елементах. Метод забезпечує поглинання енергії, що надходить на границю і запобігає процесам віддзеркалювання хвиль на границях тіла відповідно до реальних умов.

Створена і використана модель дозволяє достатньо повно описати картину взаємного функціонування процесів деформування піщаних та глинистих ґрунтів під дією комбінації динамічних і статичних навантажень. Елементарні моделі, з яких побудовано загальну структурну реологічну модель (рис. 2), дозволяють виявити якісну фізичну сутність процесів деформування та їх взаємовпливів. Модель передбачає використання залежностей, отриманих на базі експериментальних

досліджень за відомими методиками. Проте у разі часткової або повної відсутності таких даних модель може бути реалізована з використанням нормативних та інших відомих параметрів та закономірностей.

Для дослідження сейсмічного впливу як динамічне навантаження було використано акселерограму № 8 з нормативного набору синтезованих акселерограм [1], обрана за переважаючим періодом власних коливань найбільшої будівлі ($T=6,8$ с). З метою детального аналізу характеру деформування будівлі результати приведені в межах фрагмента тривалістю 6 с (рис. 1).

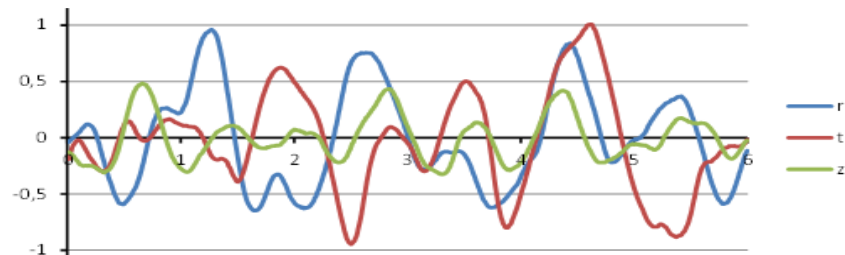


Рис. 3. Фрагмент розрахункової синтезованої акселерограми № 8 ($t=6$ с)

Розрахунки на сейсмічні навантаження виконували методом скінчених елементів (МСЕ) за прямим динамічним методом засобами автоматизованої системи наукових досліджень (АСНД) «VESNA-DYN». Розрахункову схему наведено на рис. 1, вона складається з пружних елементів, що моделюють роботу фундаментних і надземних несучих конструкцій будівель, та об'ємних в'язко-пружно-пластичних елементів ґрунтової основи. Розміри ґрунтового масиву складають $340 \times 300 \times 136$ м. По бічних площинах ґрунтового масиву передбачено в'язкі опори граничного демпфірування Лізмера. Загальна кількість невідомих системи – 1 269 981 рівняння. Для розв'язання системи рівнянь високого порядку застосовано метод прямого інтегрування в часі за явною схемою центральних різниць. Програмна реалізація методу використовує передові комп'ютерні технології, що базуються на методах розпаралелювання та використання апаратно залежних математичних бібліотек, що дозволило виконувати чисельне моделювання нелінійної взаємодії комплексу споруд у складі системи «основа – фундамент – будівля» при дії статичних і динамічних навантажень.

У процесі сейсмічного навантаження частота коливань будівлі в першу чергу залежить від параметрів самої будівлі. При розташуванні сусідніх секцій на відстані деформаційних швів конструкції можуть отримати переміщення, що будуть перевищувати відстань між секціями. Це може призвести до додаткових зіткнень та виникнення ударних навантажень, які не були передбачені під час проектування.

У результаті моделювання було отримано, що осідання сусідніх секцій, незважаючи на суттєву різницю в конструкції та поверховості, має схожий характер і несуттєво відрізняється за значеннями як за амплітудою,

так і періодом коливань. Проте слід зауважити, що за загальною тенденцією вертикальних коливань будівель максимальні амплітуди спостерігаються в секції 3 (47 поверхів), потім у сусідній до неї секції 2 (9 поверхів) та секції 1 (16 поверхів). Амплітуда вертикальних коливань значною мірою пов'язана з вагою конструкцій. Екстремуми вертикальних переміщень зафіксовано на 3,25 с зі значенням 4 см. Як видно з графіка (рис. 4), інтенсивність процесу осідання, що пов'язано з незворотними деформаціями ґрунту, швидко знижується і після 3 с має незначні прирости. Такий характер деформування відповідає процесу доущільнення. Тобто на початку коливань, коли на основу передається додаткове навантаження від сейсміки, відбувається ущільнення ґрунту, що супроводжується пластичними деформаціями. Це призводить до зменшення деформативності, внаслідок чого надалі ґрунт витримує такі ж навантаження при менших деформаціях до наступного доущільнення. Таким чином, прогнозоване додаткове осідання від дії сейсмічного навантаження, що отримали будівлі, складає близько 2 см.

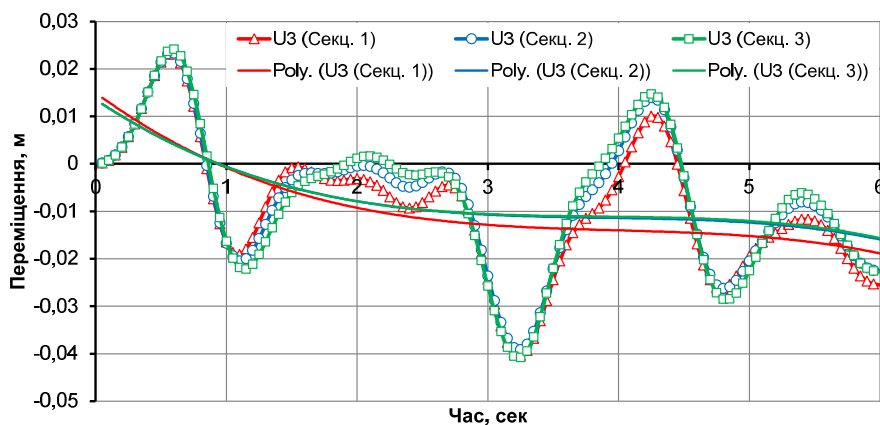


Рис. 4. Осідання фундаментів будинків при сейсмічному навантаженні

Переміщення в плані на рівні фундаментів в напрямку X1 і X2 також близькі за характером та значеннями і не перевищують 8 см. Максимальна розбіжність в амплітуді спостерігається в напрямку X1 між секціями 1 та 3 на 4,4 с.

Зважаючи на різну поверховість і конструкцію будівель коливання на рівні перекриттів, суттєво відрізняються й у різні моменти часу відбуваються в різних напрямках. Висотна секція 3 має максимальні переміщення 5 та 8 см у напрямку X1 і X3 відповідно (рис. 5). Сусідні секції також мають максимальні переміщення, що не перевищують 7 см. Слід відзначити, що на графіку простежується зміщення «нейтральної лінії» коливань, що характеризує утворення крену будівлі.

Аналіз переміщень будівель на рівні перекриття середньої секції, де відстань між секціями обмежується деформаційним швом, показав, що зустрічні переміщення можуть перевищувати зазначені межі. Так, між

секціями 2 та 3 зустрічне переміщення склало 6,5 см, між секціями 1 та 2 відстань зменшилася до значення 3,5 см.

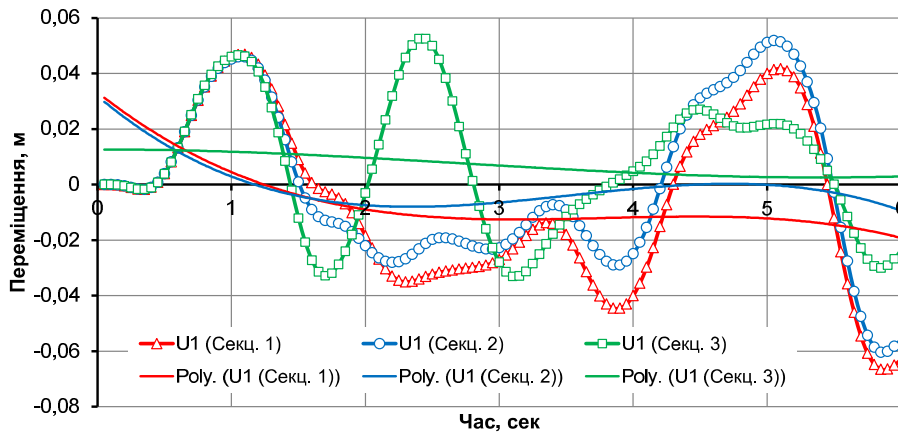


Рис. 5. Горизонтальні коливання будівель вздовж осі X1 при сейсмічному навантаженні

При дії сейсмічних навантажень палі отримали додаткове навантаження в діапазоні для секції 3 – до 700 кН, для секції 2 – до 480 кН та для секції 1 – до 1600 кН. Слід зауважити, що зустрічаються палі, додаткові зусилля в яких мають екстремуми нижче голови паль, серед них палі центральної зони з максимальним зусиллям на глибині близько 25 м, а в кутовій зоні – на глибині 20 м.

Висновки. Використання нової в'язко-пружно-пластичної моделі ґрунтового середовища у поєднанні із сучасним комп'ютерним забезпеченням дозволило аналізувати нелінійну взаємодію комплексу споруд як системи «основа – фундамент – будівля» під впливом сейсмічного навантаження. У процесі проведених досліджень зроблено такі висновки:

1. Розроблена нова структурно-реологічна модель дозволила врахувати реальні властивості динамічної поведінки ґрунту шляхом об'єднання відомих, добре вивчених закономірностей деформування ґрунтових середовищ при дії динамічних навантажень.

2. Розроблені й реалізовані в АСНД «VESNA» алгоритми та програмні засоби, що використовують передові комп'ютерні технології розпаралелювання та апаратно залежні математичні бібліотеки, дозволяють проводити дослідження нелінійних систем високого порядку з великою кількістю параметрів у сучасних геотехнічних задачах динаміки.

3. При дії сейсмічних навантажень у ґрунтовій основі відбуваються процеси незворотного деформування, що призводить до нерівномірного осідання будівель.

4. При проектуванні будівель у сейсмічно небезпечних районах необхідно забезпечувати достатню відстань між ними для запобігання взаємному контакту сусідніх секцій.

5. Під час сейсмічної дії в палях виникають зони довантаження, екстремуми яких можуть розташовуватися нижче голови паль.

Література

1. ДБН В.1.1-12:2006. Будівництво у сейсмічних районах України. – К.: Мінбуд України, 2006. – 25 с.
2. Сахаров, В.О. Модель нелінійного деформування ґрунтової основи при сейсмічних навантаженнях / В.О. Сахаров // Основи і фундаменти. міжвід. наук.-техн. зб. – К.: КНУБА, 2013. – Вип. 33. – С. 53 – 59.
3. Бойко, І.П. Дослідження взаємодії багатопверхових будівель як елементів системи «основа – фундамент – надземні конструкції» при статичних та динамічних навантаженнях / І.П. Бойко, В.О. Сахаров // Сучасні технології, матеріали і конструкції в будівництві: науково-технічний збірник. – Вінниця: УНІВЕРСУМ. – Вінниця, 2009. – 128 с.
4. Основания и фундаменты / под редакцией Н.А. Цытовича – М.: Высшая школа, 1970. – 384 с.
5. Гольдштейн, М.Н. Механические свойства грунтов / М.Н. Гольдштейн. – М.: Стройиздат, 1971. – 368 с.
6. Ржаницын, А.Р. Теория ползучести / А.Р. Ржаницын. – М.: Стройиздат, 1961. – 418 с.
7. Терцаги, К. Теории механики грунтов / К. Терцаги. – М.: Госстройиздат, 1961. – 507 с.
8. Маслов, Н.Н. Основы инженерной геологии и механики грунтов / Н.Н. Маслов. – М.: Высш.шк., 1982. – 511 с.
9. Сахаров, В.О. Математична модель нелінійної ґрунтової основи в умовах прибудови / В.О. Сахаров // Основи і фундаменти. міжвід. наук.-техн. зб. – К.: КНУБА, 2005, Вип. 29. – С. 56 – 59.
10. Численное моделирование процесса разрушения железобетонных конструкций по методу конечных элементов / В.А. Баженов, А.И. Гуляр, А.Л. Козак, В.А. Рутковский, А.С. Сахаров. – К.: Наукова думка, 1996. – 360 с.
11. Николаевский, В.Н. Определяющие уравнения пластического деформирования сыпучей среды / В.Н. Николаевский // Прикл. мат. и мех.– 1971. – Т.35. – №6. – С. 1070–1082.
12. Lysmer, J., Kuhlemeyer, R.L. FiniteDynamicModelforInfiniteMedia, Jour. OftheEng. Mech. Div. Proc. oftheASCE, v.95, № 4, 1969.
13. Бойко, И.П. Свайные фундаменты на нелинейно-деформируемом основании. дис.докт.техн.наук.: 05.23.02. – М.: НИИОСП, 1988. – 372 с.

Надійшла до редакції 02.10.2013

© В.О. Сахаров