

МОДЕЛЮВАННЯ ПОВЕРХНІ ПРИРОДНОГО ЗНОСУ ФІЛЬЄРИ МУНДШТУКА ПРЕСА ДЛЯ ВИГОТОВЛЕННЯ КЕРАМІЧНОЇ ЦЕГЛИ

В статті на базі раніше отриманих експериментальних даних виконується математичне моделювання геометричного профілю робочої поверхні фільєри, наближеного до форми її природного зносу. Розроблено три математичні моделі, що описують криволінійний профіль фільєри — у вигляді поліному третього порядку, кривої Безьє і ламаної полілінії. Визначено для кожного випадку перелік параметрів, які задають геометрію кривої.

Ключові слова: математичне моделювання, фільєра, знос.

Вступ. На сьогоднішній час вітчизняними підприємствами з виготовлення керамічних виробів широко використовується високопродуктивне імпортне обладнання [1, 2] оснащене універсальними мундштуками для виробництва номенклатури виробів, наприклад цегли, блоків, черепиці, тощо.

Обслуговування обладнання для виробництва керамічної цегли включає в себе заміну швидкозношуваних деталей екструдерів. Зокрема, заміна фільєри мундштука Bongioanni на виробництві заводу "Закарпатська Будівельна Кераміка" ТОВ "Русинія" (Закарпаття, Україна) здійснюється кожні два тижні. Фільєра є «найслабшою» ланкою технологічного оснащення і основною причиною заміни є її розмірне зношення. Внаслідок спрацювання фільєри порушується геометрія бруса, збільшуються витрати сировини та енергоносіїв. Також процес заміни фільєри потребує зупинки виробничої лінії, що знижує ефективність виробництва в цілому.

Тому задача підвищення геометричної стійкості фільєри є актуальною в керамічному виробництві будівельних матеріалів.

Огляд останніх джерел досліджень і публікацій. Дослідженнями процесу екструзії цегли встановлено, що в зоні контакту шихти з фільєрою відбуваються абразивне зношування, адгезійне зчеплення і ерозія формоутворюючих поверхонь [3]. Рядом науковців проводились дослідження залежності інтенсивності зносу від форми зношених поверхонь. Зокрема, в роботах [4, 5] відмічається утворення в процесі зношування стійкої форми природного зносу, що приводить до зниження інтенсивності зношування. У зв'язку з цим рекомендується поверхням, які зношуються, надавати, за можливості, форму наближену до форми природного зносу, оскільки вона в мінімальній степені спотворюється в процесі зношування.

Попередніми дослідженнями зношених фільєр встановлено, що поперечний профіль природного зносу робочої поверхні фільєри (рис. 1) з достатньою точністю описується поліномом третього порядку. Методом найменших квадратів визначена формула апроксимаційного поліному третього порядку ділянки CE кривої зносу на інтервалі $x = [3; 25]$ мм

$$y(x) = 1,65143 + 0,09503x - 0,01442x^2 + 0,00032x^3$$

Мета дослідження полягає в пошуку аналітичного опису криволінійного профілю робочої поверхні фільєри, яка наближена до форми природного зносу і може бути використана в майбутньому для оптимізації конструкції фільєри.

Викладення основного матеріалу дослідження. В якості об'єкта досліджень використовується фільтр (рис. 2) мундштука екструдера для випуску пустотілої керамічної цегли виробництва фірми Bongioanni (Італія). Початкова форма поперечного перерізу вікна фільтри являє собою ламану лінію ABC , яка описує формуючу ділянку BC і калібруючу AB .

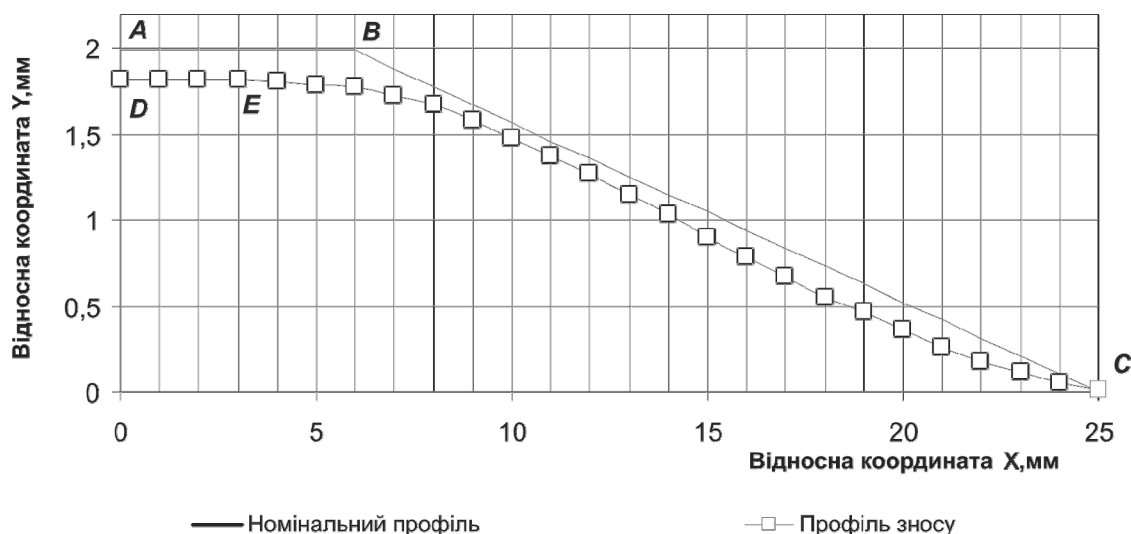


Рис.1. Результати вимірювань профілю робочої поверхні зношеної фільтри

Задача полягає у заміні ламаної ABC на деяку плавну криву DEC , яка проходить через три вузлові точки $D(0, 2) = A(0, 2)$, $E(x_E, 2)$, $C(25, 0)$ (див. рис. 1 і 2). Тобто, довжина калібруючої частини фільтри також є параметром оптимізації. Поставлена задача може бути вирішена декількома методами.

Перший метод — інтерполяція звичайними кубічними сплайнами. В цьому випадку лінія DEC описується двома поліномами

$$\begin{cases} y_1 = 2 & \text{для } x = [0, x_E] \\ y_2 = a_2 + b_2z + c_2z^2 + d_2z^3 & \text{для } x = (x_E, 25] \end{cases}$$

Щоб визначити невідомі коефіцієнти a_2, b_2, c_2, d_2 задаємось додатковими умовами плавності $y_1(x_E) = y_2(x_E)$, $y_1'(x_E) = y_2'(x_E) = 0$ та крайовими умовами $y_2'(25) = 0$. Тоді система рівнянь для визначення коефіцієнтів набуває виду

$$\begin{cases} a_2 + b_2x_E + c_2x_E^2 + d_2x_E^3 = 2 \\ b_2 + 2c_2x_E + 3d_2x_E^2 = 0 \\ b_2 + 2c_2 \cdot 25 + 3d_2 \cdot 25^2 = 0 \\ a_2 + b_2 \cdot 25 + c_2 \cdot 25^2 + d_2 \cdot 25^3 = 0 \end{cases}$$

або в матричній формі $\mathbf{B} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{Y}$

$$\begin{bmatrix} 1 & x_E & x_E^2 & x_E^3 \\ 0 & 1 & 2x_E & 3x_E^2 \\ 0 & 1 & 2 \cdot 25 & 3 \cdot 25^2 \\ 1 & 25 & 25^2 & 25^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \\ c_2 \\ d_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

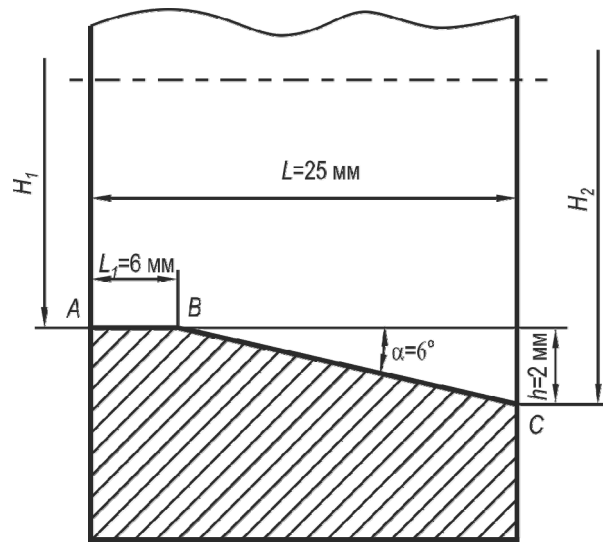


Рис. 2. Геометрія отвору фільєри

звідки отримаємо розв'язок

$$\begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \\ c_2 \\ d_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_E & x_E^2 & x_E^3 \\ 0 & 1 & 2x_E & 3x_E^2 \\ 0 & 1 & 2 \cdot 25 & 3 \cdot 25^2 \\ 1 & 25 & 25^2 & 25^3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

В даному випадку профіль робочої поверхні фільєри однозначно визначається шириною калібруючої частини DE , тобто положенням точки E з координатою z_E .

Для реалізації розрахунків і контролю одержаних результатів складаємо програму в середовищі MatLab (рис. 3). Для прикладу задається значення $x_E = 3$ мм. За результатами розрахунку отримані коефіцієнти поліному $a_2 = 1,8783$, $b_2 = 0,0845$, $c_2 = -0,0158$, $d_2 = 0,0004$.

```
% ініціалізація даних
A = []; Y=[2; 0; 0; 0]; xe = 3;
B = [1 xe xe.^2 xe.^3; 0 1 2*xe 3*xe.^2;
     0 1 2*25 3*25.^2; 1 25 25.^2 25.^3];
% визначення коефіцієнтів поліному
A = B\Y
% візуалізація результатів розрахунку
i = 0;
for x = xe:1:25
    i=i+1; X(i)=x; Q(i) = A(1)+A(2)*x+A(3)*x^2+A(4)*x^3;
end
plot (X, Q,);
```

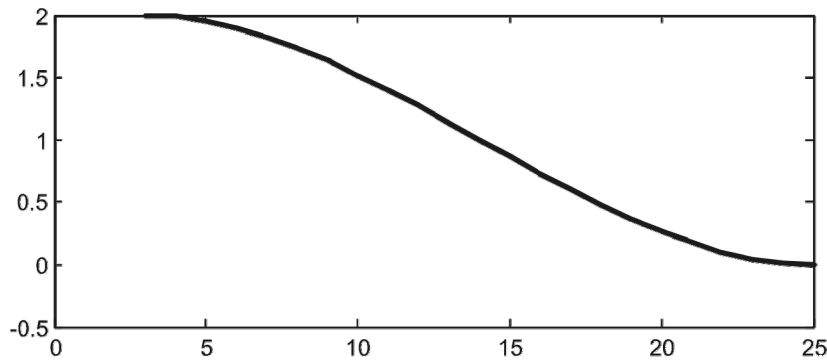


Рис. 3. Фрагмент програми для розрахунку і профіль фільтри, заданий кубічним поліномом

Другий метод — інтерполяція кривими Безьє. Розглянуті вище кубічні сплайни незручні для інтерактивної роботи, оскільки напрям і величина дотичних не дають інтуїтивного уявлення про криву, так як неочевидний зв'язок між набором чисел і формою відповідної кривої. Тому в комп'ютерній графіці для створення кривих і поверхонь будь-якої форми використовують метод, який був запропонований П'єром Безьє [6, 7].

Математичне параметричне представлення кривої Безьє, яка задається $n + 1$ контрольними точками P_0, P_1, \dots, P_n , має вигляд

$$P(t) = \sum_{i=0}^n P_i B_{i,n}(t), \quad 0 \leq t \leq 1, \quad (1)$$

де $B_{i,n}(t)$ — базові поліноми Бернштейна степеня n ,
 t — дійсний параметр, що змінюється в інтервалі $[0, 1]$.

Поліноми Бернштейна визначаються за формулою

$$B_{i,n}(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}, \quad 0 \leq i \leq n, \quad (2)$$

де $\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}$, $0 \leq i \leq n$ — біноміальні коефіцієнти.

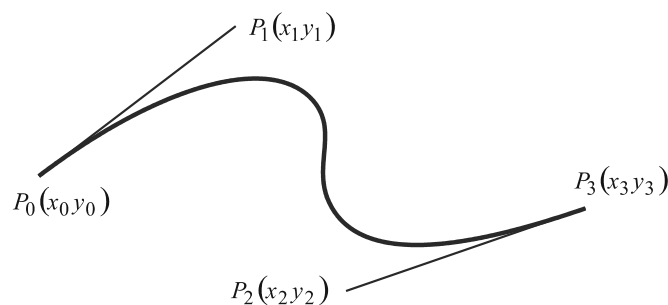


Рис. 4. Крива Безьє і точки, які її задають.

Для моделювання робочої поверхні фільтри використаємо криву Безьє третього порядку, яка в загальному випадку задається чотирма точками відповідно до рис. 4.

В даному випадку формули (1) і (2) набувають виду

$$P(t) = \sum_{i=0}^3 P_i B_{i,3}(t), \quad 0 \leq t \leq 1, \quad (3)$$

де $B_{i,3}(t) = \frac{6}{i!(3-i)!} t^i (1-t)^{3-i}$, $0 \leq i \leq 3$. (4)

Тоді рівняння кубічної кривої Безьє в параметричному виді

$$\begin{cases} x(t) = (1-t)^3 x_0 + 3(1-t)^2 t x_1 + 3(1-t)t^2 x_2 + t^3 x_3 \\ y(t) = (1-t)^3 y_0 + 3(1-t)^2 t y_1 + 3(1-t)t^2 y_2 + t^3 y_3 \end{cases}, 0 \leq t \leq 1.$$

Для багатокутника із чотирьох точок ($n = 3$) матрична форма кривої Безьє має вид

$$P(t) = [T][N][G] = \begin{bmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix}, 0 \leq t \leq 1.$$

У відповідності до заданих геометричних розмірів фільтери (див. рис. 1) введемо координати опорних точок

$$P_0 = [x_E \quad 2], P_1 = [x_1 \quad 2], P_2 = [x_2 \quad 0], P_3 = [25 \quad 0]$$

і деякі обмеження $x_E \leq x_1 < x_2$, $x_1 < x_2 \leq 25$. Очевидно, що при сталих розмірах профіль робочої поверхні фільтери визначається трьома параметрами.

На рис. 5 показано приклад і результат розрахунку за заданими значення вхідних параметрів $x_E = 3$ мм, $x_1 = 15$ мм, $x_2 = 20$ мм.

```
xe = 3;
x0 = xe; x1 = 15; x2 = 20; x3 = 25;
Mb = [-1 3 -3 1; 3 -6 3 0; -3 3 0 0; 1 0 0 0];
Px = [z0; z1; z2; z3]; Py = [2; 2; 0; 0];
i = 0;
for t = 0:0.01:1
    i=i+1; T = [t.^3 t.^2 t 1];
    X(i) = T*Mb*Px; Y(i) = T*Mb*Py;
end
plot (X, Y);
```

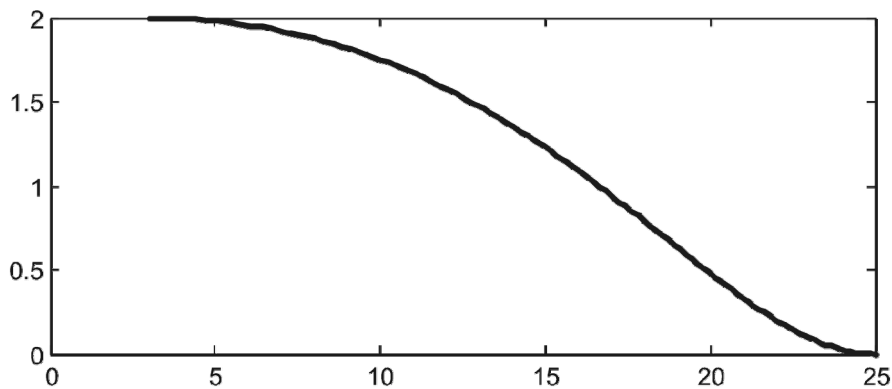


Рис. 5. Фрагмент програми розрахунку і профіль кривої Безьє

Третій метод — побудова профілю фільтери у вигляді кривої полілінії, яка складається з відрізків прямих і дуг (рис. 6). З геометричної точки зору, відповідно до рисунку, задача полягає у знаходженні спільної дотичної для двох дуг радіусів R_1 і R_2 . Обмеження полягають в тому, що кола між собою не перетинаються і дуга одного кола знаходиться в першому квадранті, а другого — в третьому квадранті.

Рівняння кола радіуса R з центром в точці (x_0, y_0) в загальному виді

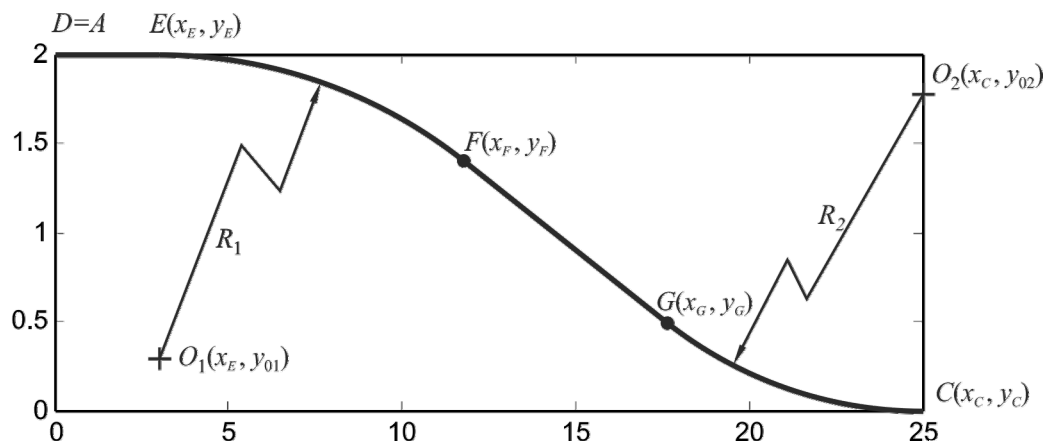


Рис. 6. Розрахункова крива профілю фільтри

описується рівнянням

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2,$$

і в параметричному виді системою рівнянь

$$\begin{cases} x(\theta) = x_0 + R \cos \theta \\ y(\theta) = y_0 + R \sin \theta, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{cases} \quad (5)$$

Довжина L кожної дотичної до кола, яка проведена з точки (x_1, y_1) , визначається за формулою [8]

$$L = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 - R^2}.$$

Звідси маємо (див. рис. 6), що довжина L_{GF} дотичної до кола радіуса R_1 з точки $G(x_G, y_G)$ рівна

$$L_{GF} = \sqrt{(x_G - x_{O1})^2 + (y_G - y_{O1})^2 - R_1^2} \quad (6)$$

і, відповідно, довжина L_{FG} дотичної до кола радіуса R_2 з точки $F(x_F, y_F)$

$$L_{FG} = \sqrt{(x_F - x_{O2})^2 + (y_F - y_{O2})^2 - R_2^2}. \quad (7)$$

На підставі формул (5) можемо записати координати точки F

$$\begin{cases} x_F = x_E + R_1 \cos \theta_F \\ y_F = y_{O1} + R_1 \sin \theta_F, \quad 0 \leq \theta_F \leq 0,5\pi \end{cases} \quad (8)$$

де θ_F кут повороту радіус-вектора $\overline{O_1F}$ відносно осі Ox . Оскільки радіус-вектори $\overline{O_1F}$ і $\overline{O_2G}$ є перпендикулярні до одної прямої, то вони є протилежно направлені і знаходяться в протилежних квадрантах. Звідси координати точки G відповідно будуть рівні

$$\begin{cases} x_G = x_C + R_2 \cos(\theta_F + \pi) = x_C - R_2 \cos(\theta_F) \\ y_G = y_{O2} + R_2 \sin(\theta_F + \pi) = y_{O2} - R_2 \sin(\theta_F), \quad 0 \leq \theta_F \leq 0,5\pi \end{cases} \quad (9)$$

Якщо рівняння (6) і (7) прирівняти між собою і підставити значення формул (8) і (9), то отримаємо вираз

$$\begin{aligned} & (x_C - (R_2 \cos \theta_F + x_E))^2 + (y_{02} - (R_2 \sin \theta_F + y_{01}))^2 - R_1^2 = \\ & = (x_E + (R_1 \cos \theta_F - x_C))^2 + (y_{01} + (R_1 \sin \theta_F - y_{02}))^2 - R_2^2 \end{aligned}$$

який після відповідних спрощень набуває виду

$$(x_C - x_E) \cos \theta_F + (y_{02} - y_{01}) \sin \theta_F - (R_1 + R_2) = 0.$$

Якщо ввести умовні позначення $d_x = (x_C - x_E)$, $d_y = (y_{02} - y_{01})$, $d_R = (R_1 + R_2)$ і виконати підстановку $\sin \theta_F = \sqrt{1 - \cos^2 \theta_F}$, то після ряду перетворень отримаємо квадратне рівняння

$$(d_x^2 - d_y^2) \cos^2 \theta_F - 2d_x d_R \cos \theta_F + d_R - d_y = 0$$

і його розв'язок

$$\cos \theta_F = \frac{2d_x d_R \pm 2d_y \sqrt{(d_x^2 - d_y^2 + d_R^2)}}{2(d_x^2 - d_y^2)}. \quad (10)$$

Із двох значень $\cos \theta_F$ вибирається те, яке відповідає першому квадранту. Підстановкою $\cos \theta_F$ в залежності (8) і (9) визначаються координати точок спряження F і G сегментів кривої лінії.

Приклад реалізації описаного алгоритму побудови кривої представлено на рис. 7. В якості вхідних параметрів для розрахунку прийнято $E(3, 2)$, $C(25, 0)$, $R_1 = 60$, $R_2 = 50$. Отже при сталих розмірах рамки фільтри геометрія профілю задається трьома параметрами.

```
clear;
xE = 3; yE = 2; xC = 25; yC = 0; r1 = 60; r2 = 50;
O1 = [xE yE-r1]; O2 = [xC yC+r2];
a = O2(1)-O1(1); b = r1+r2; c = O2(2)-O1(2);
cos_tet = (2*a*b-2*c*sqrt(a^2+b^2-c^2))/(2*(-c^2+a^2));
sin_tet = sqrt(1-cos_tet^2);
xF = O1(1)+r1*cos_tet; yF = O1(2)+r1*sin_tet;
xG = O2(1)-r2*cos_tet; yG = O2(2)-r2*sin_tet;
A = [xF xG]; B2 = [yF yG];
i = 1; w = 0.5*pi; t = cos(w);
while t <= cos_tet;
    tetal(i,1) = t; tetal(i,2) = sin(w);
    i = i+1; w = w - 0.01; t = cos(w);
end
tetal(i,1) = cos_tet; tetal(i,2) = sin_tet;
X1 = r1*tetal(:,1)+O1(1); Y1 = r1*tetal(:,2)+O1(2);
X2 = -r2*tetal(:,1)+O2(1); Y2 = -r2*tetal(:,2)+O2(2);
plot(X1,Y1,X2,Y2,A,B2);
```

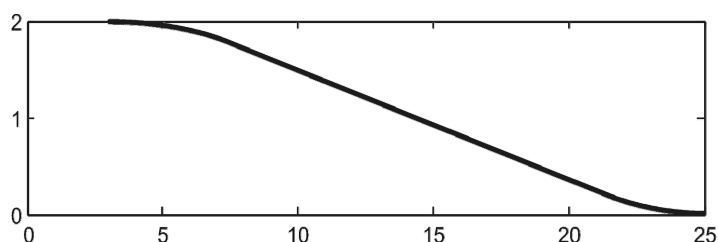


Рис. 7. Фрагмент програми розрахунку і профіль фільтри у вигляді кривої полілінії

Висновки. Таким чином, в роботі на основі одержаних раніше даних експериментальних досліджень профілю природного зносу робочої поверхні фільтри розроблено три

варіанти математичного опису криволінійного профілю. Ці математичні моделі можуть бути використані в процесі оптимізації конструкції фільтри і реалізовані при її виготовленні.

Література

1. Handle GMBH Maschinen und Anlagenbau: Каталог [Електронний ресурс] — 12 с. — <http://www.haendle.com>.
2. Bongioanni stampi : Каталог [Електронний ресурс] — 16 с. — Режим доступу: <http://www.bongioannistampi.com>.
3. Барабанищиков Ю.Г. Трение керамической массы по металлической поверхности [Текст] / Ю.Г. Барабанищиков, С.Г. Чулкин // Научно-технические ведомости. — СПб.: Изд-во СПбГПУ. — 2011. — №1(117). — С. 268–278.
4. Шульц В.В. Форма естественного износа деталей машин и инструмента [Текст] / В.В. Шульц. — Л.: Машиностроение, 1990. — 208 с.
5. Решетов Д.Н. Работоспособность и надежность деталей машин [Текст] / Д.Н. Решетов. М.: Высшая школа, 1974. 206 с.
6. Weisstein, Eric W. "Bézier Curve." From MathWorld--A Wolfram Web Resource. [Електронний ресурс] — Режим доступу: <http://mathworld.wolfram.com/BezierCurve.html>
7. Роджерс Д. Математические основы машинной графики: Пер. с англ. [Текст] // Д. Роджерс, Дж. Адамс — М.: Мир, 2001. — 604 с.
8. Корн Г. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) [Текст] / Г. Корн, Т. Корн. — М.: Наука — 1974. — 832 с.

© В. Г. Панчук, А. Г. Панчук, В.О. Мельник

УДК 62-44 : 621.979 : 621.7.08

*В. Г. Панчук, д.т.н., доцент ; А. Г. Панчук, к.т.н., доцент ; В.А. Мельник, аспирант
Ивано-Франковский национальный технический университет нефти и газа*

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ЕСТЕСТВЕННОГО ИЗНОСА ФИЛЬТЕРЫ МУНДШТУКА ПРЕССА ДЛЯ ИЗГОТОВЛЕНИЯ КЕРАМИЧЕСКОГО КИРПИЧА

В статье на базе ранее полученных экспериментальных данных выполняется математическое моделирование геометрического профиля рабочей поверхности фильеры, приближенного к форме естественного износа. Разработаны три математические модели, описывающие криволинейный профиль фильеры - в виде полинома третьего порядка, кривой Безье и ломаной полилинии. Определены для каждого случая перечень параметров, которые задают геометрию кривой.

Ключевые слова: математическое моделирование, фильера, износ.

UDC 62-44 : 621.979 : 621.7.08

*V.H. Panchuk, Full Ph.D.; A.H. Panchuk, Ph.D.; V.O. Melnyk, Postgraduate student
Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas*

SIMULATION SURFACE OF NORMAL WEAR OF A CARRIER DIE USED FOR CERAMIC BRICKS PRODUCTION

On the basis of previously obtained experimental data in the paper performed mathematical modeling of the geometric profile of the working surface of the spinneret, close to its natural shape wear. Three mathematical models describing the curvilinear profile dies are worked out - as a third-order polynomial, Bezier curve and broken polylines. Determined for each case, the list of parameters that define the geometry of the curve.

Keywords: mathematical simulation, dies, wear.