

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ, ЩО ВИНИКАЮТЬ У БУКСИРНИХ ПРИСТОСУВАННЯХ АВТОМОБІЛІВ

*Проведено математичне моделювання динамічних процесів, що виникають у буксирних пристосуваннях автомобілів. У результаті процесів, що протікають у зчпному пристосуванні при буксируванні автомобілів отримано математичну залежність для визначення максимального динамічного зусилля, яку можна застосовувати при проектуванні та розрахунку деталей та вузлів буксирних пристосувань.*

**Ключові слова:** динамічне зусилля, пружні коливання, математичне моделювання.

Стійкість процесів, що протікають при математичному моделюванні, відіграють важливу роль в оцінці характеру динамічного зв'язку режимних параметрів. В свою чергу, задача оцінки поточного та перспективного стану обладнання в динаміці неминуче упирається в необхідності технічного вдосконалення засобів та методів аналізу, які зможуть забезпечити отримання достовірної оперативної інформації безпосередньо від об'єкту математичного моделювання.

Математична модель – це наближений опис будь-якого класу явищ або об'єктів реального світу мовою математики. Основною задачею моделювання є дослідження цих об'єктів та прогнозування результатів майбутніх спостережень. Також математичне моделювання це і метод пізнання навколишнього світу, що дає можливість ним керувати.

Класифікувати моделі можна за різними критеріями. Наприклад, за характером розв'язуваних проблем, моделі можуть бути розділені на функціональні й структурні. У першому випадку всі величини, що характеризують явище або об'єкт, виражаються кількісно. При цьому одні з них розглядаються як незалежні змінні, а інші — як функції від цих величин. Математична модель являє собою систему рівнянь різного типу (диференціальних, алгебраїчних, тощо), що встановлюють кількісні залежності між розглянутими величинами. У другому випадку модель характеризує структуру складного об'єкта, що складається з окремих частин, між якими існують певні зв'язки [1].

**Постановка проблеми.** Математичне моделювання динамічних процесів, що виникають у буксирних пристосуваннях автомобілів є порівняно складною задачею, оскільки воно пов'язане з необхідністю опису руху механічної системи з урахуванням впливу середовища на динаміку машин.

У зв'язку з цим виникає необхідність приймати припущення, які допомагають спростити математичний апарат та скоротити кількість обчислень при розв'язанні рівнянь не порушуючи при цьому заданої точності отримуваних результатів.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Спираючись на досвід, А. А. Яблонського, В. М. Никифорова [5], що накопичений при вирішенні подібних задач, при математичному моделюванні динамічних процесів, що виникають у буксирних пристосуваннях було прийнято такі припущення:

– жорсткість буксирного пристосування прийнято величиною лінійною у всьому діапазоні можливих деформацій;

– автомобіль, який буксирує та автомобіль, якого буксирують прийнято вважати абсолютно твердими тілами певної маси, які не деформуються під час динамічних навантажень;

- опір дороги прийнято величиною сталою, яка в процесі руху не змінюється і залежить від типу дорожнього покриття;
- враховуючи невелику швидкість руху обох автомобілів при буксируванні опором повітря нехтуємо.

**Мета дослідження.** Математичне моделювання динамічних процесів, що виникають у буксирних пристосуваннях автомобілів.

**Основні матеріали досліджень.** Пружні коливання, які виникають при динамічному навантаженні будь-якого механізму машини значно відрізняються від статичних та інерційних за величиною й характером зміни. Знання дійсного характеру навантаження механізмів дозволяє виготовляти надійні конструкції машин зі значним збереженням матеріалу, а при експлуатації досягти найбільшої продуктивності за рахунок обґрунтованого використання резервів міцності й потужності.

Зчіпні буксирні пристосування автомобілів являють собою пружні елементи в яких при буксируванні автомобілів виникають коливальні процеси, які супроводжуються динамічними навантаженнями.

Динамічне зусилля у зчіпному буксирному пристосуванні автомобілів визначають за формулою [4]

$$P_0 = c \cdot f, \quad (1)$$

де  $c$  – жорсткість пружного елемента буксирного пристосування;

$f$  – видовження зчіпного буксирного пристосування при навантаженні.

Розглянемо динамічні навантаження в двохмасовій системі лінійною жорсткістю  $C$  та масами  $M_1$  і  $M_2$ , на які діють сила тяги автомобіля  $P$  та сила опору  $F$  [2]. Пристосування для буксирування автомобілів являє собою пружну ланку, яка з'єднує між собою дві маси  $M_1$  і  $M_2$ . Під впливом зовнішніх сил в неусталений період у пружній системі виникають коливальні процеси, в результаті яких у пружному елементі виникають динамічні навантаження.

Розрахункову схему буксирування автомобіля представимо у вигляді двохмасової коливальної системи, яка представлена на рисунку 1.

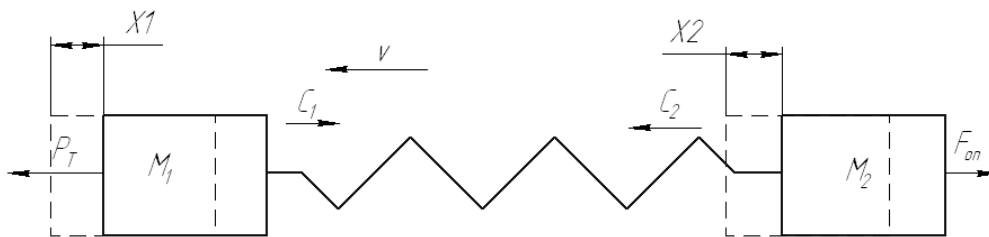


Рисунок 1 – Розрахункова схема двохмасової коливальної системи

Вісь  $x$  направимо по ходу руху автомобілів.

Тоді до першої маси  $M_1$  (автомобіль – буксир) будуть прикладені такі сили:

$P_T$  – сила тяги автомобіля – буксира;

$F_{пр}$  – сила пружності у пристосуванні для буксирування.

До другої маси  $M_2$  (автомобіль якого буксирують) прикладені сили:

$F_{пр}$  – сила пружності у пристосуванні для буксирування;

$F_{оп}$  – сила опору коченню.

У ряді випадків при розрахунках тягово-швидкісних властивостей автомобіля доцільно розглядати спільно опір коченню й опір підйому, рештою сил опору можна знехтувати. Сума цих опорів називається опором дороги.

Кожна із мас  $M_1$  і  $M_2$  у будь-який момент часу може мати різні положення. Отже дана система має два ступені вільності, а математична модель руху системи матиме вигляд системи із двох диференціальних рівнянь.

Для складання диференціальних рівнянь руху мас  $M_1$  і  $M_2$  скористаємось принципом Даламбера згідно якого

$$x - m_i \ddot{x} = 0, \quad (2)$$

де  $x$  – сума зовнішніх сил, що діють на масу  $m_i$ ;

$m_i \ddot{x}$  – сила енергії маси  $m_i$ .

Оскільки дана динамічна модель має два ступені вільності то система складатиметься із двох диференціальних рівнянь. Складемо для кожної із мас диференціальні рівняння руху. Отримаємо систему рівнянь у вигляді:

$$\begin{cases} P_T - F_{np} - M_1 \ddot{x}_1 = 0 \\ F_{np} - F_{on} - M_2 \ddot{x}_2 = 0, \end{cases}$$

або

$$\begin{cases} M_1 \ddot{x}_1 + F_{np} = P_T \\ M_2 \ddot{x}_2 - F_{np} = -F_{on}. \end{cases} \quad (4)$$

Оскільки

$$F_{np} = C(x_1 - x_2), \quad (5)$$

де  $C$  – жорсткість пристосування для буксирування;

$x_1$  – переміщення маси  $M_1$ ;

$x_2$  – переміщення маси  $M_2$ .

Позначивши взаємне переміщення мас як  $x_1 - x_2$ , та врахувавши, що сили пружності однакові за модулем та протилежні за знаком і пропорційні жорсткості пристосування, то система рівнянь (4) набуде вигляду

$$\begin{cases} M_1 \ddot{x}_1 + C(x_1 - x_2) = P_T \\ M_2 \ddot{x}_2 - C(x_1 - x_2) = -F_{on}. \end{cases} \quad (6)$$

Дана система диференціальних рівнянь є математичною моделлю руху автомобіля-буксира та автомобіля якого буксирують.

Визначення необхідного зусилля для складання дишла методом важеля Жуковського:

Співвідношення між силами, прикладеними до механізму, може бути одержане за допомогою метода Жуковського [6]. Він ґрунтується на теоремі, котра формулюється наступним чином:

Якщо будь-який механізм під дією сил, прикладених до цього механізму, знаходиться у рівновазі, то повернутий на  $90^\circ$  у будь-який бік план швидкостей механізму, розглянутий як жорстка незмінна система, що здатна обертатися навколо полюса і навантажена тими ж силами, прикладеними у відповідних точках плану швидкостей, також знаходиться у рівновазі.

Для спрощення побудови у нашому випадку було повернуто сили прикладені до плану швидкостей.

Оскільки під час застосування даного методу план швидкостей розглядається як жорсткий важіль, що може обертатися навколо полюса, то повернутий на  $90^\circ$  план швидкостей називають "важелем Жуковського" або "жорстким важелем Жуковського". Метод Жуковського може бути застосований для знаходження величини будь-якої сили, якщо точка прикладання та лінія дії сили задані, а також відомі лінії дії, величини та точки прикладання всіх інших сил, що діють на ланки механізму.

На відміну від кінетостатичного розрахунку, за методом Жуковського не може бути визначена величина реакційу кінематичних пар[6]. Але застосування важеля Жуковського є доцільним, коли постає питання визначення однієї (наприклад, зрівноважувальної) сили в декількох положеннях механізму [5].

Для визначення сили яка потрібна для складання дишла, будуємо кінематичну схему підкатного візка який зображено на рисунку 2.

Швидкість точки  $A$  може бути визначена за рівнянням

$$\vec{V}_A = \vec{V}_B + \vec{V}_{BA} \quad (7)$$

Останнє рівняння може бути розв'язане графічно шляхом побудови плану швидкостей [3]. Для цього відмічаємо полюс  $p$  рисунок 3 і з нього відкладаємо швидкість точки  $B$  у вигляді відрізка  $pb$  в довільному масштабі, направлено горизонтально швидкості сили  $F_1$ . З полюсу  $p$  проводимо лінію перпендикулярно відрізку  $AO$  на якій буде знаходитись поки що невідомий за величиною відрізок  $pa$ , з точки  $b$  проводимо пряму перпендикулярно відрізку  $BA$ . Бачимо, ці лінії перетинаються. Точка  $a$  їх перетину є графічним розв'язком рівняння (7), адже визначає величини швидкості  $V_a$ .

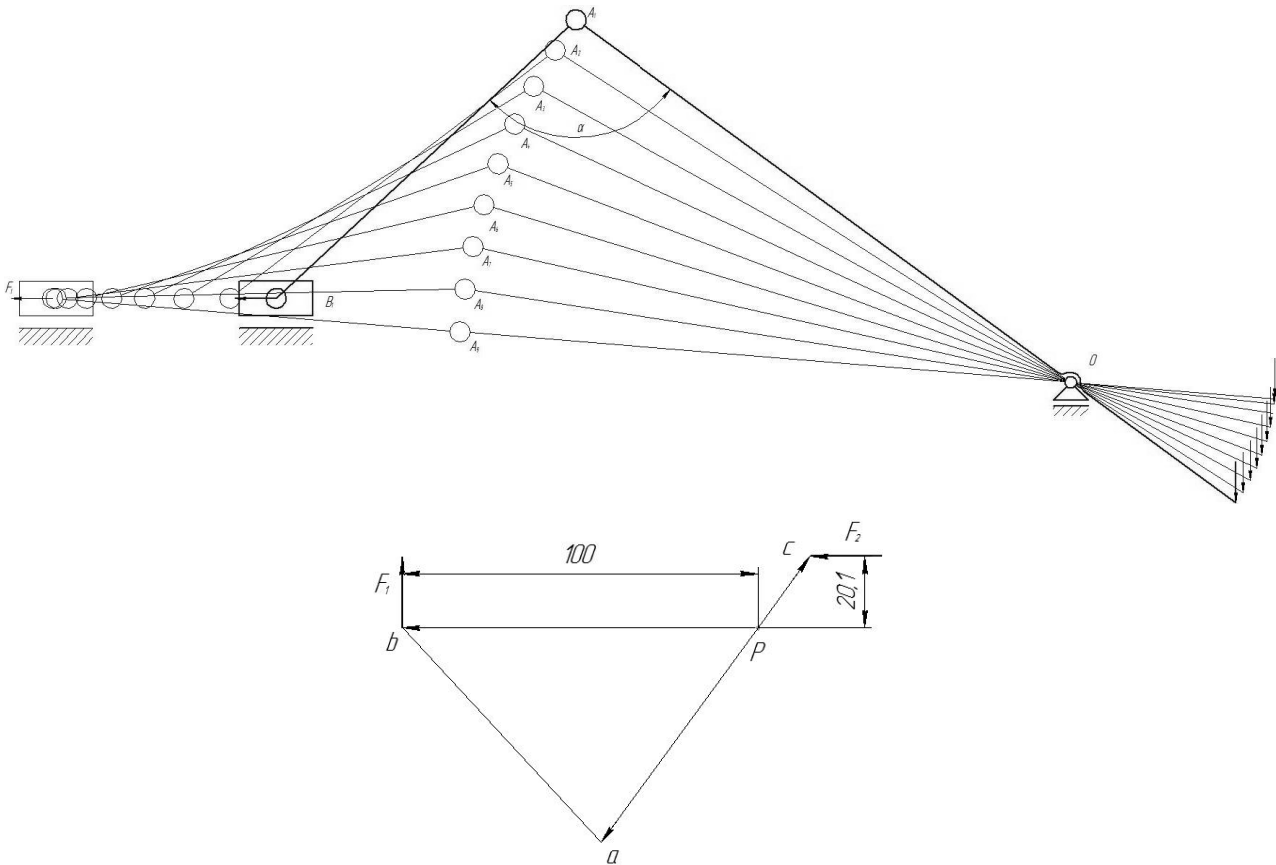


Рисунок 2 – Кінематична схема підкатного візка

$$\vec{V}_C = \vec{V}_A \frac{OC}{OA} \quad (8)$$

Для прикладу наводимо план швидкостей для першого положення, а інші наводимо на листі графічної частини БМіО.501-мМА.005-00.00.000 Н1. Так, як швидкості точок нас не цікавлять, то будуючи план швидкостей, ми будуємо його в довільному масштабі. Та прикладаємо сили повернуті на  $90^\circ$ . Визначивши співвідношення плечей визначаємо силу,  $F_1$ , Н

$$F_1 = \frac{F_2 \times h_2}{h_1} \quad (9)$$

де  $h_1, h_2$  відповідно плече першої та другої сил.

Знаходимо силум  $F_1$ , Н

$$F_1 = \frac{8000 \times 20,1}{100} = 1608.$$

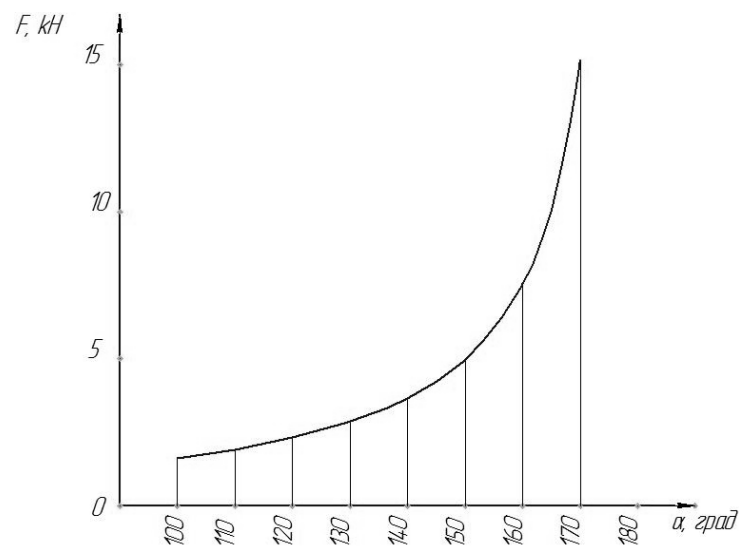
Розрахунок проводимо для дев'яти положень дишла. Розрахункові дані наведено в таблиці 1.

**Таблиця 1 – Розрахункові дані**

Кут $\alpha$ , градусів	Сила $F_1$ , Н
100	1608
110	1900
120	2308
130	2859,2
140	3662,4
150	4971,2
160	7544
170	15174,4
180	$\infty$

Так як в останньому положенні дишла сила зростає до безкінечності, то для забезпечення складання дишла запроєтуємо його складання при куті  $170^\circ$ .

За даними таблиці будуємо графік, рисунок 4, залежність сили яку потрібно прикласти від кута складання дишла.



**Рисунок 4 – Залежність сили яку потрібно прикласти від кута складання дишла.**

**Висновок.** У результаті математичного моделювання динамічних процесів, що протікають у зчпному пристосуванні при буксируванні автомобілів отримано математичну залежність для визначення максимального динамічного зусилля, яку можна застосовувати при проектуванні та розрахунку деталей та вузлів буксирних пристосувань.

#### Література

1. *Техническая эксплуатация легковых автомобилей.* Напольский Г.М., Кривенко Е.И., Фролов Ю.Н., Москва «Транспорт» 1975.
2. *Технічне обслуговування і ремонт автомобілів: Підручник.* Лудченко О. К., К.: Знання-Прес, 2003. 511 с.

3. Коренько А. С. Теория механизмов и машин: учебник / А. С. Коренько. – К. : Вища шк., 1976. – 438 с.

4. Сердюк Л.И., Жигилий С.М., Осина Л.М. Некоторые подходы к составлению математических моделей вибромашин // Вибрации в технике и технологиях. - 1998. - № 1(5). – С. 52 – 54.

5. Курс теоретической механики: статика. Кинематика. Динамика [Текст] : учеб. / А. А. Яблонский, В. М. Никифорова. - 16-е изд., стереотип. - М. : Кнорус, 2011. - 603 с.

6. Онищенко О. Г., Коробко Б. О., Ващенко К. М. Структура, кінематика та динаміка механізмів : Навчальний посібник. – Полтава : ПолтНТУ, 2010. – 274 с.

© Нижник О.В., Гринькова М.В.

УДК 621.165:622

*Нижник О.В., д.т.н., с.н.с.,*

*Гринькова М.В., аспирант*

*Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка*

### **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ, ВОЗНИКАЮЩИХ В БУКСИРНЫХ ПРИСПОСОБЛЕНИЯХ АВТОМОБИЛЕЙ**

*Проведено математическое моделирование динамических процессов, возникающих в буксирных приспособлениях автомобилей. В результате этих процессов протекающих в сцепном приспособлении при буксировке автомобилей получена математическая зависимость для определения максимального динамического усилия, которую можно применять при проектировании и расчете деталей и узлов буксирных приспособлений.*

*Ключевые слова: динамическое усилие, упругие колебания, математическое моделирование.*

UDC 621.165:622

*Nyzhnyk O.V.*

*Grynkova M.V.*

*Poltava National Technical University named after Yuri Kondratyuk*

### **MATHEMATICAL MODELING OF DYNAMIC PROCESSES IN A CAR TOWING DEVICES**

*Mathematical modeling of dynamic processes occurring in the towing vehicle devices. As a result of these processes occur in the coupling device for towing vehicles the mathematical relationship to determine the maximum dynamic force that can be applied in the design and calculation of parts and assemblies towing devices.*

*Keywords: dynamic force, elastic vibrations, mathematical modeling.*