

УДК 624.072.31

АЛГОРИТМ ПОДБОРА РАЗМЕРОВ СТАЛЕБЕТОННЫХ БАЛОК ПО НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ, ИСКЛЮЧАЮЩЕЙ РАБОТУ РАСТЯНУТОЙ ЗОНЫ

Кандидаты техн. наук Е.Н. Кобзева, А.Н. Петров, А.В. Игнатенко

АЛГОРИТМ ПІДБОРУ РОЗМІРІВ СТАЛЕБЕТОННИХ БАЛОК ЗА НЕСУЧОЮ ЗДАТНІСТЮ, ЩО ВИКЛЮЧАЄ РОБОТУ РОЗТЯГНУТОЇ ЗОНИ БЕТОНУ

Кандидати техн. наук О.М. Кобзева, А.М. Петров, А.В. Ігнатенко

ALGORITHM CALCULATION OF REINFORCED CONCRETE BEAMS ON THE CARRYING CAPASITY EXCLUDING THE OPERATION OF THE EXTENDED AREA OF CONCRETE

Phd. tehn. O.M. Kobzyeva, A.M. Petrov, A.V. Ignatenko

Предложен алгоритм подбора размеров поперечного сечения бетона и стальной полосы сталебетонных балок по несущей способности при выполнении закона Гука. Разрушение балки происходит по нормальному сечению. При этом в бетоне и стальной полосе в опасных точках действуют предельные напряжения.

Ключевые слова: *сталебетонная балка, несущая способность, опасные точки, предельные напряжения.*

Запропоновано алгоритм підбору розмірів поперечного перерізу бетону та сталевій смуги сталебетонних балок за несучою здатністю при виконанні закону Гука. Руйнування балки здійснюється за нормальним перерізом. При цьому у бетоні та сталевій смугі в небезпечних точках діють граничні напруження.

Ключові слова: *сталебетонна балка, несуча здатність, небезпечні точки, граничні напруження.*

The concrete beam with external reinforcement in the form of sheet steel - reinforced concrete beam has been considered in the article. The concrete structures are known to allow using building materials more efficiently, that leads to concrete and steel economy.

The matching algorithm for selecting cross-sectional dimensions of the concrete and steel strip concrete beams on the bearing capacity according to Hooke's law has been offered. The destruction of the beam takes place on a normal section. Thus in the concrete and steel strip in hazardous locations there is limit voltage.

This algorithm allows simplifying the selection of sizes of cross-sections steel-concrete beams. More over there have been received the expressions including a bending moment that allows performing the calculation for any loads.

Keywords: *reinforced concrete beam, carrying capacity, unsafe points, limiting stresses.*

Введение. Использование сталебетонных элементов прямоугольного поперечного сечения в конструкциях с внешним армированием экономически выгодно и целесообразно [1]. Несущую способность железобетонных балок можно существенно увеличить, заменив стержневую на листовую арматуру, при одинаковом расходе стали.

Анализ последних исследований и публикаций. Вопросами расчета сталебетонных балок занимались многие авторы [1] – [5] и др., в том числе и за рубежом [8] – [10]. Во многих статьях уделяется внимание исследованию работы гибких анкеров [2], [3], формам разрушения сталебетонных балок [4], определению несущей способности сталебетонных балок при разрушении по нормальному сечению и по контакту [5]. В [6] предложен расчет сталебетонных элементов с использованием теории Яшина. В [7] предложен алгоритм подбора размеров поперечного сечения бетона и стальной полосы сталебетонных балок по заданной высоте бетонного сечения без учета работы растянутой зоны бетона. В бетоне и стальной полосе максимальные напряжения равны их предельным значениям.

Определение цели и задачи исследования. Практика расчетов сталебетонных балок показывает, что достичь одновременно предельных напряжений в сжатой, растянутой зоне бетона и в стальной полосе не удастся. При этом растянутая зона бетона практически в работе не участвует. Поэтому предпринята попытка получить алгоритм расчета сталебетонных балок без учета работы растянутой зоны бетона, но с максимальными значениями напряжений, равными их предельным значениям в сжатой зоне бетона и в стальной полосе.

Для сталебетонной балки, с заданной внешней нагрузкой и заданными характеристиками бетона и стали, необходимо уточнить алгоритм расчета балок, предложенный в [8]. Необходимо

ввести безразмерный коэффициент A , который позволит упростить подбор всех размеров поперечных сечений сталебетонных балок по одному из заданных размеров.

При этом чтобы максимальные напряжения в сжатой зоне бетона равнялись их предельным значениям (расчетному сопротивлению бетона $\sigma_b = R_b$), а максимальные напряжения в стальной полосе равнялись их предельным значениям (нормативному сопротивлению стали $\sigma_s = R_{sn}$).

Основная часть исследований. Рассмотрим условия равновесия выделенного элемента dx сталебетонной балки (рис. 1). Действие левой части балки на сечение представим в виде изгибающего момента M_y . Действие правой части балки на сечение элемента представим в виде элементарных сил $\sigma \cdot dA$. От действия изгибающего момента верхняя часть бетона будет сжата, а нижняя растянута. Составим условие равновесия элемента dx . $\Sigma X = 0$;

$$-\int_{A_b} \sigma_b \cdot dA_b + \int_{A_s} \sigma_s \cdot dA_s = 0. \quad (1)$$

Подставим пределы интегрирования

$$-\int_z^0 \sigma_b \cdot dA_b + \int_{-(h+\delta-z)}^{-(h-z)} \sigma_s \cdot dA_s = 0. \quad (2)$$

Учитывая, что $dA_b = b \cdot dz_b$, $dA_s = b \cdot dz_s$, подставим в (1) эти значения и, проинтегрировав, получим

$$\frac{E_b \cdot b \cdot z^2}{2 \cdot \rho} + \frac{E_s \cdot b \cdot \delta}{2 \cdot \rho} (2 \cdot z - 2 \cdot h - \delta) = 0.$$

Введем обозначение

$$n = \frac{E_s}{E_b}; \quad (3)$$

и после несложных преобразований получим

$$z^2 + 2n\delta z - 2n\delta h - n\delta^2 = 0. \quad (4)$$

Решая квадратное уравнение относительно z , получим

$$z = n\delta \left[\sqrt{1 + \frac{2 \cdot h + \delta}{n \cdot \delta}} - 1 \right]. \quad (5)$$

Так как балка работает в упругой стадии, то, используя рис. 1,б, можно записать

$$\frac{\varepsilon_b}{z} = \frac{\varepsilon_s}{h + \delta - z}, \text{ но } \varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b}, \quad \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s}.$$

Тогда

$$\frac{\sigma_b}{E_b} = \frac{\sigma_s \cdot z}{E_s (h + \delta - z)} \text{ или}$$

$$\sigma_b = \frac{\sigma_s \cdot z}{n(h + \delta - z)}.$$

Преобразуем и получим

$$z(\sigma_s + n \cdot \sigma_b) = \sigma_b \cdot n(h + \delta).$$

Отсюда

$$z = \frac{\sigma_b \cdot n(h + \delta)}{\sigma_s + n \cdot \sigma_b}. \quad (6)$$

Для определения отношения между высотой бетона h и толщиной стального листа δ приравняем формулы (6) и (5).

$$n\delta \left[\sqrt{1 + \frac{2h + \delta}{n \cdot \delta}} - 1 \right] = \frac{\sigma_b \cdot n(h + \delta)}{\sigma_s + n \cdot \sigma_b}. \quad (7)$$

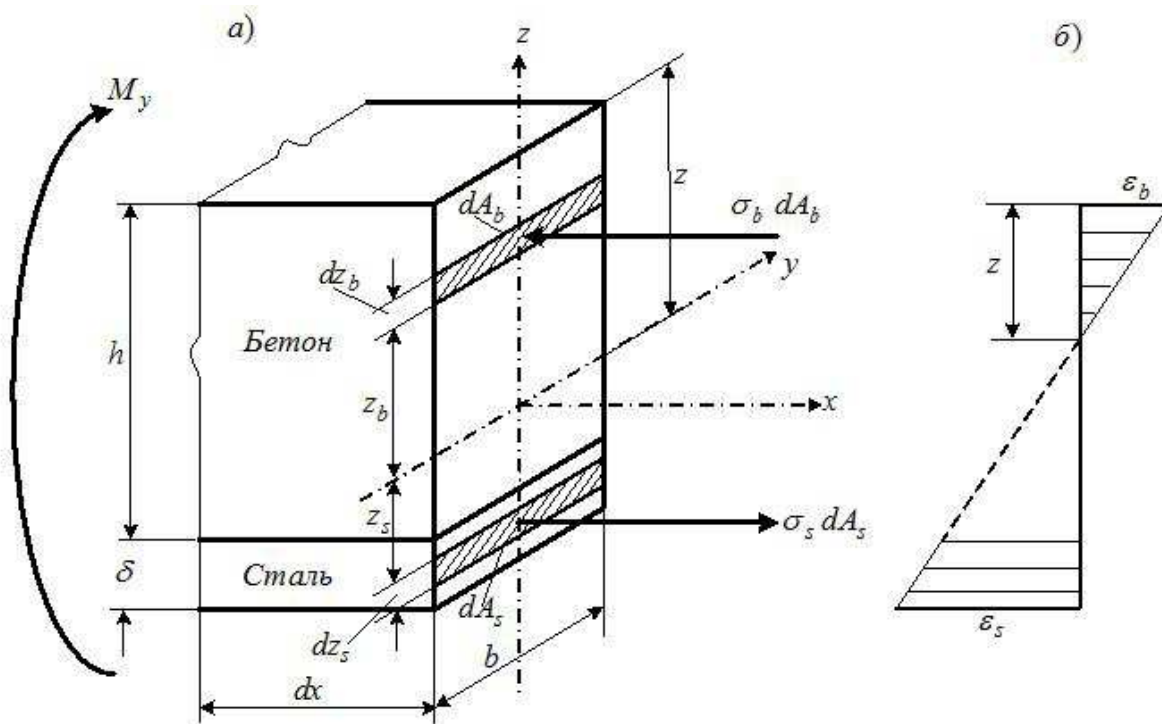


Рис. 1. Элемент сталебетонной балки

После несложных преобразований отношения между величинами δ и h получим выражение для определения

$$(-n \cdot \sigma_b^2 - n^2 \sigma_b^2 + \sigma_s^2) \delta^2 - 2h(\sigma_s^2 + \sigma_b \sigma_s n - \sigma_b^2 n) \delta - \sigma_b^2 n \cdot h^2 = 0.$$

Решая квадратное уравнение относительно δ , получим

$$\delta = \frac{(\sigma_s d - n \sigma_b^2)}{n \sigma_b^2 (1+n) - \sigma_s^2} \left[1 - \sqrt{1 + \frac{n \sigma_b^2 [\sigma_s^2 - n \sigma_b^2 (1+n)]}{(\sigma_s d - n \sigma_b^2)^2}} \right] h, \quad (8)$$

где $d = \sigma_s + n \sigma_b$.

Обозначим через A часть формулы (8)

$$A = \frac{(\sigma_s d - n \sigma_b^2)}{n \sigma_b^2 (1+n) - \sigma_s^2} \left[1 - \sqrt{1 + \frac{n \sigma_b^2 [\sigma_s^2 - n \sigma_b^2 (1+n)]}{(\sigma_s d - n \sigma_b^2)^2}} \right]. \quad (9)$$

Тогда выражение (8) примет вид

$$\delta = Ah. \quad (10)$$

Полученную безразмерную величину A удобно применять при подборе поперечных сечений сталебетонных балок.

Для определения напряжений в элементе сталебетона запишем уравнение статики (рис. 1,а) $\Sigma M_y = 0$.

$$M_y - \int_{A_b} \sigma_b \cdot dA_b \cdot z_b - \int_{A_s} \sigma_s \cdot dA_s \cdot z_s = 0.$$

Проинтегрировав, получим

$$M_y - \frac{E_b}{\rho} J_b - \frac{E_s}{\rho} J_s = 0.$$

Отсюда

$$M_y = \frac{1}{\rho} (E_b \cdot J_b + E_s \cdot J_s). \quad (11)$$

Определим напряжение в сжатой зоне бетона. Для этого подставим значение

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\sigma_b}{E_b \cdot z_b} \text{ в (11)}$$

$$M_y = \frac{\sigma_b}{E_b \cdot z_b} (E_b \cdot J_b + E_s \cdot J_s).$$

или

$$M_y = \frac{\sigma_b \cdot E_b}{E_b \cdot z_b} (J_b + n \cdot J_s).$$

Отсюда

$$\sigma_b = \frac{M_y \cdot z_b}{J_{np}}, \quad (12)$$

где z_b - расстояние от оси, ограничивающей высоту сжатой зоны бетона, до точки сжатой зоны бетона, в которой определяется напряжение (наибольшие напряжения будут, если $z_b = z$);

J_{np} - приведенный осевой момент инерции сталебетонного сечения, учитывающий работу сжатой зоны бетона и стального листа, который определяется по формуле

$$J_{np} = (J_b + n \cdot J_s). \quad (13)$$

Из формулы (12) определяем

$$J_{np} = \frac{M_y \cdot z_b}{\sigma_b}. \quad (14)$$

Определим напряжение в стальном листе. Для этого подставим значение

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\sigma_s}{E_s \cdot z_s} \text{ в (11)}$$

$$M_y = \frac{\sigma_s}{E_s \cdot z_s} (E_b \cdot J_b + E_s \cdot J_s)$$

или

$$M_y = \frac{\sigma_s \cdot E_b}{E_s \cdot z_s} (J_b + n \cdot J_s) = \frac{\sigma_s}{n \cdot z_s} J_{np}.$$

Отсюда

$$\sigma_s = \frac{M_y \cdot z_s \cdot n}{J_{np}}, \quad (15)$$

где z_s - расстояние от оси, ограничивающей высоту сжатой зоны бетона, до точки стального листа, в которой определяется напряжение (наибольшие напряжения будут, если $z_s = h + \delta - z$).

Приведенный осевой момент инерции определяется по формуле, учитывающей действие только сжатой зоны бетона и стального листа (рис. 2).

$$J_{np} = \frac{bz^3}{3} + nb\delta \left[\frac{\delta^2}{12} + \left(h - z + \frac{\delta}{2} \right)^2 \right]. \quad (16)$$

Ширину сталебетонной балки определяем из выражения (16).

$$b = \frac{J_{np}}{\frac{z^3}{3} + \frac{n \cdot \delta^3}{12} + n \cdot \delta \left(h - z + \frac{\delta}{2} \right)^2}. \quad (17)$$

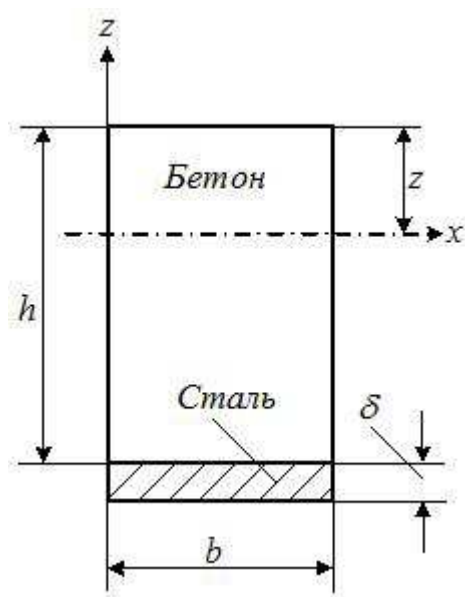


Рис. 2. Поперечное сечение сталебетонной балки

Несущая способность сталебетонных балок определяется по формуле

$$M_f = \frac{1}{2} b \sigma_b z^2 \frac{2}{3} + \sigma_s b \delta \left(h - z + \frac{5\delta}{9} \right). \quad (18)$$

В формулы (6-10) необходимо подставлять значения заданных характеристик материалов $\sigma_b = R_b$ и $\sigma_s = R_{sn}$.

Теперь нужно выразить все размеры через коэффициент A и расчетный изгибающий момент M_y .

Подставим в формулу (6) значение формулы (14) и получим выражение высоты сжатой зоны бетона через коэффициент A .

$$z = \frac{\sigma_b n h (1 + A)}{d}. \quad (19)$$

Подставим в формулу (14) значение формулы (19) и получим осевой момент инерции поперечного сечения, выраженный через безразмерный коэффициент A .

$$J_{np} = \frac{M_y n h (1 + A)}{d}. \quad (20)$$

Подставим в формулу (16) значения (19) и (10).

$$\begin{aligned} J_{np} &= \frac{b z^3}{3} + n b \delta \left[\frac{\delta^2}{12} + \left(h - z + \frac{5\delta}{9} \right)^2 \right] = \frac{b}{3} \left[\frac{\sigma_b n h (1 + A)}{d} \right]^3 + n b h A \left[\frac{(A h)^2}{12} + \right. \\ &+ \left. \left(h - \frac{\sigma_b n h (1 + A)}{d} + \frac{5 A h}{9} \right)^2 \right] = b h^3 n \left\{ \frac{n^2 \sigma_b^3 (1 + A)^3}{3 d^3} + \frac{A^3}{12} + A \left[1 - \frac{\sigma_b n (1 + A)}{d} + \frac{A}{2} \right]^2 \right\} \\ J_{np} &= b h^3 n \left\{ \frac{n^2 \sigma_b^3 (1 + A)^3}{3 d^3} + \frac{A^3}{12} + A \left[1 - \frac{\sigma_b n (1 + A)}{d} + \frac{A}{2} \right]^2 \right\}. \quad (21) \end{aligned}$$

Обозначим

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{n^2 \sigma_b^3 (1 + A)^3}{3 d^3}; \quad p_1 = \frac{A^3}{12}; \\ s_1 &= A \left[1 - \frac{\sigma_b n (1 + A)}{d} + \frac{A}{2} \right]^2; \end{aligned}$$

$$K = k_1 + p_1 + s_1. \quad (22)$$

Тогда

$$J_{np} = b h^3 n (k_1 + p_1 + s_1) = b h^3 n K. \quad (23)$$

Приравняв формулы (20) и (23), определяем ширину бетонного сечения

$$b = \frac{M_y (1 + A)}{h^2 d K}. \quad (24)$$

Если в процессе подбора задана ширина балки, то можно определить из формулы (24) высоту бетонного сечения

$$h = \sqrt{\frac{M_y (1 + A)}{b d K}}. \quad (25)$$

Если расчет производится по толщине стального листа, то возникает необходимость определять ширину балки через величину изгибающего момента и толщину стального листа. Для получения этой формулы используем выражения (10) и (25)

$$\frac{\delta}{A} = \sqrt{\frac{M_y(1+A)}{bdK}}.$$

Отсюда определяем ширину балки b через известное значение толщины стального листа δ

$$b = \frac{M_y(1+A)A^2}{\delta^2 dK}. \quad (26)$$

Коэффициент армирования определяется по формуле $\mu = \frac{\delta}{h_o}$, но $h_o = h + \frac{\delta}{2}$. Учитывая формулу (10), получим выражение коэффициента армирования, выраженного через безразмерную величину A

$$\mu = \frac{2A}{2+A}. \quad (27)$$

На основании полученных формул предлагается алгоритм подбора размеров поперечных сечений бетона и стальной полосы сталебетонной балки.

Алгоритм

Если задана высота бетонного сечения h :

1. Определяем коэффициент n .
2. По формуле (9) определяем коэффициент A .
3. По формуле (27) выполняем проверку коэффициента армирования.
4. Задаемся высотой бетонного сечения h .

5. По формуле (10) определяем толщину стального листа δ .

6. По формуле (19) определяем высоту сжатой зоны бетона z .

7. По формуле (20) определяем требуемый приведенный осевой момент инерции поперечного сечения сталебетонной балки $J_{пр}$.

8. По формуле (24) определяем ширину сталебетонной балки b .

9. По формулам (12) и (15) проверяем максимальные напряжения в бетоне и стальном листе.

10. По формуле (18) определяем несущую способность балки M_f .

Если задана ширина балки b , то в пункте 4 определяется высота бетонного сечения h по формуле (25). Далее по алгоритму.

Если задается толщина стального листа δ , то в пункте 4 определяется ширина балки b по формуле (26). Затем по формуле (25) определяется высота бетонного сечения и далее по алгоритму.

Выводы из исследований и перспективы, дальнейшее развитие в данном направлении. Уточнен алгоритм подбора размеров поперечных сечений сталебетонных балок введением безразмерного коэффициента A , который позволяет упрощать подбор размеров поперечных сечений сталебетонных балок.

Подбор всех размеров поперечных сечений осуществляется по одному из заданных его значений. При этом максимальные напряжения в сжатой зоне бетона и стальной полосе равны предельным их значениям.

Получены выражения, которые включают расчетный изгибающий момент M_y , что позволяет производить расчет для любых нагрузок.

Список использованных источников

1. Людковский, И.Г. Сталобетонные фермы из гнутых профилей [Текст] / И.Г. Людковский, В.М. Фонов, С.М. Кузьменко, С.И. Самарин // Бетон и железобетон. – 1982. – №7. – С. 30-31.
2. Кириллов, А.П. Конструкция герметизирующей облицовки защитной оболочки [Текст] / А.П. Кириллов, А.С. Михайлов [и др.] // Бетон и железобетон. – 1977. – №6. – С. 9.
3. Воронков, Р.В. Исследование железобетонных перекрытий с внешней профилированной арматурой [Текст] / Р.В. Воронков, Ф.И. Багатурия // Бетон и железобетон. – 1977. – №6. – С. 11.
4. Голосов, В.И. Расчет конструкций с внешним армированием при действии поперечных сил [Текст] / В.И. Голосов, А.С. Залесов, Г.П. Бирюков // Бетон и железобетон. – 1977. – №6. – С. 14-17.
5. Чихладзе, Э.Д. Несущая способность сталобетонных плит [Текст] / Э.Д. Чихладзе, А.Д. Арсланханов // Бетон и железобетон. – 1990. – №10. – С.30-31.
6. Чихладзе, Э.Д. Расчет сталобетонных элементов прямоугольного сечения на прочность при внецентренном сжатии и изгибе [Текст] / Э.Д. Чихладзе, А.Д. Арсланханов, А. Салам // Строительная механика и расчет сооружений. – 1992. – №3. – С. 9-17.
7. Кобзева, Е.Н. Расчет сталобетонных балок по несущей способности, исключаяющей работу растянутой зоны бетона [Текст] / Е.Н. Кобзева, А.В. Игнатенко // Вестник ХНАДУ. – 2012. – Вып. 58. – С. 119-123.
8. Ying Xing, Qinghua Han, Jie Xu, Qi Guo, Yihong Wang, Experimental and numerical study on static behavior of elastic concrete-steel composite beams // Journal of Constructional Steel Research, Volume 123, August 2016, Pages 79-92.
9. Sudhir P. Patil, Keshav K. Sangle, Tests of steel fibre reinforced concrete beams under predominant torsion // Journal of Building Engineering, Volume 6, June 2016, Pages 157-162.
10. M.M. Arabnejad Khanouki, N.H. Ramli Sulong, Mahdi Shariati, M.M Tahir, Investigation of through beam connection to concrete filled circular steel tube (CFCST) column // Journal of Constructional Steel Research, Volume 121, June 2016, Pages 144-162.

Рецензент д-р техн. наук, профессор Г.Л. Ватуля

Кобзева Олена Миколаївна, канд. техн. наук, доцент кафедри мостів, конструкцій і будівельної механіки Харківського національного автомобільно-дорожнього університету. Тел. +38 (057) 700-38-66.

E-mail.: sergekobzev@mail.com.

Петров Анатолій Миколайович, канд. техн. наук, доцент кафедри будівельної механіки і гідравліки Українського державного університету залізничного транспорту. Тел.:(057) 730-10-70.

E-mail.: petrovbmg@ukr.net.

Ігнатенко Андрій Васильович, канд. техн. наук, асистент кафедри мостів, конструкцій і будівельної механіки Харківського національного автомобільно-дорожнього університету. Тел. +38 (057) 700-38-66.

E-mail.: andregkhadi@gmail.com.

Kobzyeva Olena, Phd. tehn., Associate Professor Kharkiv National Automobile and Highway University.

Petrov Anatoliy, phd. tehn., Associate Professor Ukrainian State University of Railway Transport.

Ignatenko Andriy Assistant, Associate Professor Kharkiv National Automobile and Highway University.

Стаття прийнята 25.05.2016 р.