

ОЦЕНКА АСИМПТОТИЧЕСКИ ЭФФЕКТИВНЫХ ОШИБОК ИЗМЕРЕНИЯ АЗИМУТА НЕСКОЛЬКИХ НЕОРТОГОНАЛЬНЫХ СИГНАЛОВ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ОДНОГО ИЗ "СВЕРХРАЗРЕШАЮЩИХ" АЛГОРИТМОВ ОБРАБОТКИ

Представлены результаты исследования потенциальной эффективности оценивания угловых координат нескольких (более двух) одиночных целей в пределах элемента разрешения радиолокационной станции (РЛС) в "сверхразрешающей" системе "разрешения – измерения" на основе пространственных фильтров-проекторов. Оценка базируется на результатах аналитического описания диагональных элементов информационной матрицы Фишера для заданного алгоритма обработки. Показана зависимость требуемого запаса в отношении сигнал/шум при заданном угле размещении целей для получения ожидаемой точности измерения.

Ключевые слова: групповая цель, фильтр-проектор, информационная матрица Фишера.

Постановка задачи и обоснование метода оценки. Рассматриваемая задача относится к классу задач квазиполного разрешения групповой сосредоточенной цели с измерением угловой координаты нескольких (более двух) одиночных целей в пределах импульсного объёма (ИО) РЛС (ортогональность сигналов объясняется взаимным перекрытием огибающих). В большинстве работ по методам "сверхразрешения" внимание акцентируется на решении задачи определения числа целей в составе групповой (задача "обнаружение – разрешение"). В известных авторам работах по оценке эффективности квазиполного разрешения анализ проводится для двух целей в ИО РЛС. При наличии в ИО более двух целей существенно усложняется, прежде всего, сама задача разрешения, а вопросы оценки эффективности измерения должны решаться с использованием многомерного подхода.

Основные положения исследования. По аналогии с задачей оценки многомерных параметров $\beta = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n]$ качество измерительной системы характеризуется матрицей двух моментов (ковариацией) ошибок измерения, имеющей в общем виде выражение:

$$\Xi = \|\Xi_{i,j}\| = \text{cov}(\beta_i, \beta_j); \quad (1)$$

$$\sigma_{\beta_{\min}}^2 = (\text{cov}^2(\beta, \beta^*)) \geq - \left(\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \ln p\left(\frac{u}{\beta}\right) \right)^{-1}, \quad (2)$$

где $p(u/\beta)$ – условная плотность распределения вероятности, которая как функция параметра β определяет функцию правдоподобия;

$\langle \bullet \rangle$ – символ математического ожидания.

Соотношение (2) определяет теоретически предельную (потенциальную) точность несмещённой оценки параметра β . Оценка, при которой неравенство (2) превращается в равенство, считается *эффективной*. В реальных условиях равенство достигается только при существенном увеличении энергии сигнала (отношения сигнал/шум). Такая оценка определяется как *асимптотически эффективная*. Именно такой вид оценки исследуется в статье.

При оценке векторного параметра $\beta = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_M]$, когда одновременно измеряется несколько параметров, используется *обобщение неравенства Крамера-Рао* на многомерный случай, согласно которому матрица ковариаций любой несмещённой оценки $\beta^* = [\beta_1^*, \beta_2^*, \dots, \beta_M^*]$ удовлетворяет матричному неравенству:

$$\|(\Xi_{i,j})_{\beta}\| = \langle (\beta - \beta^*)(\beta - \beta^*)^T \rangle = \Phi^{-1}, \quad (3)$$

где $\Phi^{-1} = \|\Phi_{i,j}^{-1}\|$ – матрица, обратная, так называемой, *информационной матрицы Фишера*, для которой

$$\Phi_{i,j} = - \left\langle \frac{\partial^2}{\partial \beta_i \partial \beta_j} \ln p\left(\frac{u}{\beta}\right) \right\rangle, \quad (4)$$

где T – символ транспонирования.

Матрица Φ^{-1} является теоретически предельной матрицей ковариаций ошибок измерения параметра β , при этом эллипсоид рассеяния лежит целиком внутри эллипсоида рассеяния любой несмещённой оценки параметров $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_M$.

В выражении (4) с точностью до постоянной "с" выполняются следующие соотношения:

$$\ln p\left(\frac{u}{\beta}\right) = c \frac{z(\beta, \beta^*)}{N_0}, \quad \langle \ln p\left(\frac{u}{\beta}\right) \rangle = cz_c(\beta, \beta^*)/N_0, \quad (5)$$

где $z(\beta, \beta^*)$ – сигнал на входе измерителя в зависимости от параметра β и его оценки β^* , а z_c – его сигнальная составляющая.

С учётом (4) и (5) вычисляемый элемент информационной матрицы Фишера имеет вид:

$$\Phi_{i,j} = - \frac{\partial^2 z_c(\beta, \beta^*)}{\partial \beta_i \partial \beta_j N_0} = - \frac{\partial^2}{\partial \beta_i \partial \beta_j} z_{сн}(\beta, \beta^*), \quad (6)$$

где $z_{сн}(\beta, \beta^*)$ – нормированная к шуму сигнальная составляющая выходного эффекта.

Методика расчёта потенциальных асимптотически эффективных оценок измерения азимута одновременно нескольких целей, представленная выше (как показано в [1]), полностью применима для определения матрицы ковариаций при любом, отличающемся от оптимального, алгоритме обработки принятых сигналов.

Базовым моментом в методологии количественного оценивания результатов измерения при известной системе обработки является определение оператора обработки и аналитическое описание сигнальной составляющей выходного эффекта.

Выбор алгоритма пространственной "сверхразрешающей" обработки и определение его основного оператора.

Методы альтернативного спектрального оценивания [2] позволяют преодолеть релеевский предел разрешения только при воздействии некоррелированных сигналов, какими являются шумовые излучения различных источников, поэтому вполне обоснованным можно считать выбор одного из методов пространственно-временной обработки, обеспечивающий высокое разрешение при наличии корреляции разрешаемых эхосигналов. Одним из таких методов является предложенный в [3] алгоритм

пространственной фильтрации с использованием антенны типа ЛАР и согласованных фильтров-проекторов. Такой алгоритм, как показано в [4], обеспечивает высокое разрешение не только сильно коррелированных эхосигналов, но и когерентных сигналов. Преимуществом данного алгоритма является исключение необходимости вычисления обратной корреляционной матрицы выходных сигналов ЛАР и, следовательно, снятие высоких требований на вычислительные ресурсы системы обработки.

Основным функциональным элементом системы обработки является матричный фильтр-проектор (ФП) с передаточной характеристикой вида:

$$\mathbf{P}\mathbf{r}_M = \mathbf{V}(\mathbf{V}^T\mathbf{V})\mathbf{V}^T, \quad (7)$$

где $\mathbf{V} = \|\mathbf{v}_i\|_{i=1}^M$; $\mathbf{v}_i = [1 \ e^{-j\varphi_i} \ e^{-j2\varphi_i} \ \dots \ e^{-j(N-1)\varphi_i}]$;

$\varphi_i = \pi \sin \beta_i$ – N -мерный вектор-столбец, характеризующий фазовое распределение (ФР) на апертуре ЛАР, создаваемое i -той целью,
 M – число разрешаемых целей.

Алгоритмическая структурная схема системы векторного измерения показана на рис. 1.

Согласованный ФП имеет размерность, равную числу целей M . Фильтр-проектор в системе обработки является перестраиваемым для нахождения тех значений параметров, при которых максимизируется квадрат нормы проекции выходного сигнала на подпространство матрицы \mathbf{V} .



Рис. 1.

Выходной сигнал системы обработки определяется в матричном виде как:

$$\mathbf{z} = \mathbf{Y}^T \mathbf{P}\mathbf{r}_M \mathbf{Y}, \quad (8)$$

где $\mathbf{Y} = \mathbf{Y}_c + \mathbf{Y}_ш$ – N -мерный вектор выходных сигналов элементов ЛАР.

Необходимое для дальнейшей оценки (6) сигнальная составляющая выходного эффекта определяется аналогично выражению (8), в котором в состав \mathbf{Y} входит только сигнальная часть:

$$\mathbf{Y}_c = \sum_{i=1}^M \mathbf{Y}_{ci}. \quad (9)$$

Расчёт ошибок измерения.

При расчёте матрицы ковариаций ошибок измерения используется один из двух подходов. Чаще применяется второй подход, основанный на представлении, согласно которому в принимаемой реализации эхосигнала фиксируется совокупность информационных параметров (M) и элементы матрицы условных двух моментов ошибок $(\mathbf{E}_{i,j})_{\beta}$ определяются при заданном истинном значении параметра.

Процедура разрешения сигналов, уровень перекрытия огибающих которых превышает релейский предел, согласно оптимального алгоритма разрешения предусматривает обнаружение сигнала каждой одиночной цели при одновременной режекции соседнего "мешающего" сигнала. В данном случае рассматривается ситуация

"многоцелевого" измерения при наличии трёх целей в ИО РЛС ($M = 3$), что не только существенно упрощает (по сравнению со случаем $M < 3$) математические выкладки, но и вполне соответствует практически ожидаемой предельной (для ИО) сигнальной ситуации.

В схеме рис. 1 трёхмерный ФП настраивается на групповую цель, а двухмерный является ортогональным и выполняет роль режекции "мешающих" сигналов. Переходная характеристика ФП определяется опорными настроечными векторами \mathbf{v}_{oi} ($i = 1, 2, 3$). Алгоритм оценки (настройки) для первой цели определяется условием максимизации:

$$\beta_i^* = \operatorname{arctan}(\mathbf{Y}_i^T \mathbf{P} \mathbf{r}_3 \mathbf{Y}_i). \quad (10)$$

Технологически ФП представляет собой модуль ЦСО (цифровой системы обработки), содержащий высокопроизводительный процессор и ПЛИС, который обеспечивает задачу обработки в реальном масштабе времени (скорость программной настройки несоизмеримо выше скорости сканирования луча).

Для выбранной сигнальной обстановки определим передаточную характеристику трёхмерного фильтра-проектора:

$$\mathbf{P} \mathbf{r}_3 = \frac{(\sum_{i=1}^3 k_{11} \mathbf{v}_{oi} \mathbf{v}_{oi}^T + \mathbf{v}_{o1} \sum_{i=2}^3 k_{1i} \mathbf{v}_{oi}^T + \sum_{i=2}^3 k_{ii}^* \mathbf{v}_{oi} \mathbf{v}_{oi}^T + k_{23} \mathbf{v}_{o2} \mathbf{v}_{o3}^T + k_{33}^* \mathbf{v}_{o3} \mathbf{v}_{o2}^T)}{D_3}. \quad (11)$$

Параметры, входящие в (11) имеют следующий смысл:

$$k_{11} = 1 - \rho_{23}^2; \quad k_{22} = 1 - \rho_{13}^2; \quad k_{33} = 1 - \rho_{12}^2; \quad (12)$$

$$k_{12} = \rho_{23} \rho_{12}^*; \quad k_{13} = \rho_{13}^* - \rho_{12}^* \rho_{23}^*; \quad k_{23} = \rho_{12} \rho_{13}^* - \rho_{23}^*, \quad (13)$$

$$D_3 = N(1 + 2\rho_{12} \rho_{23} \rho_{13} - \rho_{13}^2 - \rho_{23}^2 - \rho_{12}^2), \quad (14)$$

где k_{ij} – коэффициент использования энергии соответствующего сигнала;
 ρ_{ij} – коэффициент корреляции фазовых распределений, которые создаются на апертуре "i"-м и "j"-м поисковыми векторами:

D_3 – определитель матрицы $\frac{\mathbf{v}_{oi}^T \mathbf{v}_{oj}}{N}$.

Коэффициенты корреляции ФР определяются для опорных векторов:

$$\rho_{ij} = \mathbf{v}_{oi}^T \mathbf{v}_{oj} / N.$$

Расчётная формула коэффициента корреляции имеет вид:

$$\rho_{ij} = \frac{(\sin[N(\sin \beta_{oj} - \sin \beta_{oi})])}{N \sin[0,5\pi(\sin \beta_{oj} - \sin \beta_{oi})] \exp\{j0,5(N-1)(\sin \beta_{oj} - \sin \beta_{oi})\}}. \quad (15)$$

Нормированная сигнальная составляющая выходного эффекта в матричном виде определяется на основании выражения:

$$\mathbf{z}_{cH}(\beta_{o1}, \beta_{o2}, \beta_{o3}) = \mathbf{Y}_c^T \mathbf{P} \mathbf{r}_3 \mathbf{Y}_c \mathbf{p}_{ш}^{-1}. \quad (16)$$

Расчётное выражение выводится для случая измерения азимута третьей (крайней) цели. Результат получен на основании решения уравнения (6) для диагональных элементов информационной матрицы Φ_{33} после подстановки результата (16) с учётом соотношений (11 – 14) и их аналитических преобразований. Матричные операции выполнены на основании теории матриц [5], а вычисление производных и непосредственное вычисление требуемого элемента матрицы Φ выполнено в среде математического пакета MATLAB-2000.

Результат расчёта потенциальной асимптотически эффективной оценки измерения азимута крайней (третьей) цели из группы трёх целей в импульсном объёме РЛС после усреднения по случайному фазовому сдвигу имеет вид:

$$\sigma_{\beta(3)} = 1/0,8 \sqrt{q \kappa_H^{(3)}}, \quad (17)$$

$$\kappa_H^{(3)} = 1 - (\rho_{23}^2 + \rho_{13}^2 - 2\rho_{23} \rho_{12} \rho_{13}) / (1 - \rho_{12}^2). \quad (18)$$

Величина $\kappa_H^{(3)}$ определяет коэффициент использования энергии сигнала третьей цели при режекции сигналов первой и второй целей.

На рис. 2 представлена зависимость (кривая 2) нормированной к ширине ДН потенциальной среднеквадратической ошибки измерения азимута одной из целей (третьей) от отношения сигнал/шум в дБ. Значение $\kappa_n^{(3)}$ при расчёте принято равным 15 дБ.

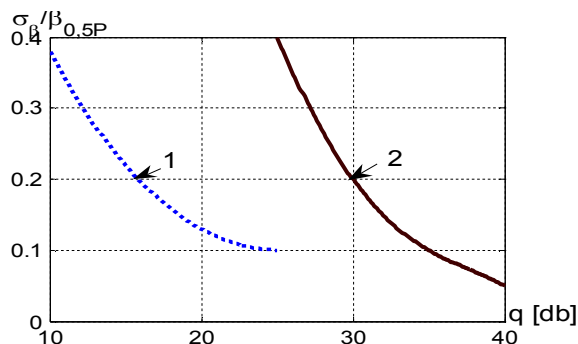


Рис. 2.

На том же рис. 2 для сравнения показана аналогичная зависимость при измерении азимута одиночной цели и использовании классического согласованного алгоритма обработки (кривая 1).

На рис. 3 показана зависимость требуемого запаса в отношении сигнал/шум (Δq) при увеличении числа разрешаемых в ИО РЛС целей для обеспечения точности измерения, сравнимой с точностью измерения азимута одиночной цели. Угловое рассовмещение между целями принималось, равным $\beta_{0.5P}/M$.



Рис. 3.

Выводы. По результатам проведенных исследований можно сделать вывод о возможности разрешения – измерения азимуты одиночных целей при общем числе целей в ИО РЛС более двух при использовании системы пространственной фильтрации на основе согласованных фильтров-проекторов с размерностью 3 и более за счёт запаса в отношении сигнал/шум в пределах 10 ... 15 дБ.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Фалькович С.Е., Хомяков Э.Н.. Статистическая теория измерительных радиосистем. М.:Радио и связь. 1981. – 283с.
2. Кей С.М, Марпл-мл С.Л.. Современные методы спектрального анализа: обзор// ТИИРЭ, - Т.69.- №11, - С.5-51.
3. Бондаренко Б.Ф., Долгушин В.П., Лоза В.Н., Осыпа В.А.. Оценка состава групповой сосредоточенной цели методом пространственной фильтрации с помощью совокупности матричных фильтров-проекторов. // Сборник научных трудов Военного института Киевского национального университета им. Тараса Шевченка. – К., 2012, - №35. – с.20-25.
- 4 Бондаренко Б.Ф., Платонов С.Ю., Тимчук В.Ю.. Алгоритмы обработки, обеспечивающие высокое разрешение когерентных сигналов. // Радиоэлектроника. 2003. №4.-С.61-66.
5. Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А.. Матрицы и вычисления. – М.:Мир, 1984. – 320с.

Рецензент: д.т.н., доц. Вишнівський В.В., старший науковий співробітник, Військовий інститут Київського національного університету імені Тараса Шевченка

к.т.н., доц. Долгушин В.П., к.т.н. Лоза В.М., д.т.н., с.н.с. Сєлюков О.В., Жиров Б.Г.
**ОЦІНКА АСИМПТОТИЧНО ЕФЕКТИВНИХ ПОМИЛОК ВИМІРЮВАННЯ АЗИМУТУ
КІЛЬКОХ НЕОРТОГОНАЛЬНИХ СИГНАЛІВ ПРИ ВИКОРИСТАННІ ОДНОГО З
"НАДРОЗРІЗНЮЮЧИХ" АЛГОРИТМІВ ОБРОБКИ**

Представлені результати дослідження потенційної ефективності оцінювання кутових координат декількох (більше двох) одиночних цілей у межах елемента розрізнення радіолокаційної станції (РЛС) в "надрозрізнюючій" системі "розрізнення – вимірювання" на основі просторових фільтрів-проекторів. Оцінка базується на результатах аналітичного опису діагональних елементів інформаційної матриці Фішера для заданого алгоритму обробки. Показано залежність необхідного запасу у відношенні сигнал/шум при заданому кутовому розсміщенні цілей для отримання очікуваної точності вимірювання.

Ключові слова: групова ціль, фільтр-проектор, інформаційна матриця Фішера.

PhD in Engineering Sciences, Assistant Professor **Dolgushin V.**,
PhD in Engineering Sciences **Loza V.**,

Doctor of Engineering Science, Senior research assistant **Selukov A.**, **Zhirov B.**

**ESTIMATES OF THE ASYMPTOTIC EFFECTIVE ERROR AZIMUTH MEASUREMENT OF
NON-ORTHOGONAL MORE TALES FROM THE USE OF ONE OF THE
"SUPERRESOLUTION" THE PROCESSING ALGORITHM**

The results of studies evaluating the potential effectiveness of the angular coordinates of several (more than two) single targets within the radar station resolution cell (RLS) in the "superresolution" system of "resolution - measure" based on spatial filters projectors. This is based on the results of the analytical description of the diagonal elements of the Fisher information matrix for a given processing algorithm. The dependence of the required stock in the signal/noise ratio at a predetermined angular misalignment of goals for the expected accuracy.

Keywords: multiple target, filter projector, Fisher information matrix.

dvp34@ukr.net