УДК 621.396.

Кольцов Р.Ю. (ВИКНУ)
д.т.н., доц. **Боряк К.Ф.** (ОДАТРЯ)
к.т.н. **Ленков Е.С.** (ВИКНУ)
к.т.н. **Малюга А.В.** (ВИКНУ)

СИНТЕЗ УСТОЙЧИВЫХ СТРУКТУР АДАПТИВНЫХ СИСТЕМ УГЛОВОЙ СЕЛЕКЦИИ НА ОСНОВЕ МАТРИЧНЫХ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ФИЛЬТРОВ ЗА СЧЁТ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ УНИКАЛЬНЫХ СВОЙСТВ ФИЛЬТРОВ-ПРОЕКТОРОВ

Рассматриваются возможности синтеза новых вариантов алгоритмических схем систем углового селектора, использующих общую идею метода обработки с помощью ортогональных фильтров-проекторов, за счёт применения процедур декомпозиции и факторизации проектора, позволяющих повысить эффективность адаптивной системы.

Ключевые слова: матричный фильтр-проектор, пространственно-временная обработка, система угловой селекции.

Вступление и постановка задачи. Рассматриваются методы повышения эффективности адаптивной многоканальной системы пространственно-временной обработки, применяемой для угловой селекции в условиях внешних помех (как пассивных, обусловленных отражением сигнала от поверхности, так и активных шумовых), а также для обеспечения "сверхрелеевского" разрешения.

Под эффективностью понимается, прежде всего, повышение устойчивости адаптивной системы обработки за счёт снижения чувствительности к системным ошибкам и ошибкам установки усиления в каналах приёма при весовой обработке, а также качества компенсации помех.

Задача решается для адаптивной системы, основанной на применении матричных фильтров с характеристикой ортогонального проектора, который обеспечивает совместно с ЛАР пространственную (угловую) селекцию, формируя провалы в направлении на источники помеховых сигналов. При построении системы обработки на основе совокупности согласованных и ортогональных фильтров-проекторов обеспечивается выполнение задачи "сверхразрешения".

Основные положения исследования. Матричный оператор проектирования $\mathbf{Pr}_M$ [1] имеет переходную характеристику, определяемую выражением:

для согласованного фильтра $$\mathbf{Pr}_M = V\left(V^H V\right)^{-1} V^H \quad ; \qquad (1)$$

для ортогонального фильтра $$\mathbf{Pr}_{\perp M} = I_{N\times N} - \mathbf{Pr}_M \quad . \qquad (2)$$

Матрицы в (1) и (2) имеют следующий смысл:

$\boldsymbol{V} = [v_1 \;\; v_2 \;\; \ldots v_M]$ – матрица размером $N \times M$, определяющая амплитудно-фазовое распределение (АРФ) поля в апертуре антенны типа ЛАР (N – число элементов ЛАР, M – число столбцов матрицы, определяющее размерность проектора);

$v_i = \left[1 \; e^{-j\varphi_i} \; e^{-2j\varphi_i} \; \ldots \; e^{-(N-1)\varphi_i}\right]$ – вектор-столбец, характеризующий АРФ, создаваемое сигналом i-ой цели ($\varphi_i = \pi \sin\beta_i$).

Синтез новых вариантов алгоритма фильтрации производится на основе двух процедур преобразования, вытекающих из основных уникальных свойств проекторов.

Особые свойства проекторов.

Проектор, как оператор проектирования, обладает целым рядом особых уникальных свойств, использование которых позволяет изменять первоначально синтезированную структуру системы обработки с целью повышения эффективности, в частности, устойчивости системы адаптивной защиты от помех в сложных помеховых условиях, а также упростить вопросы технической реализуемости системы обработки.

На основе положений [2] можно сформулировать следующие важные для практического применения свойства:

- свойство иденпотентной матрицы, которое делает правомочным равенство:

$$\mathbf{Pr}_M^p = \mathbf{Pr}_M, \tag{3}$$

где "p" – любое число;

- квадрат нормы проекции любого вектора на подпространство, созданное этим вектором, равно квадратичной форме вида:

$$\| \mathbf{Pr}_M U \|^2 = U^H \mathbf{Pr}_M U; \tag{4}$$

- детерминант проектора равен 0 при условии $M<N$:

$$\det \mathbf{Pr}_M = 0;$$

- при условии, что подпространство, формируемое проектором $\mathbf{Pr}_{M-m}$, принадлежит пространству, которое формируется проектором $\mathbf{Pr}_M$, имеет место равенство:

$$\mathbf{Pr}_{M-m}\mathbf{Pr}_m = \mathbf{Pr}_M\mathbf{Pr}_{M-m} = \mathbf{Pr}_{M-m}, \text{ если } m<M; \tag{5}$$

- ранг проектора равен числу столбцов матрицы $\mathbf{V}$, то есть числу M;

- разница проекторов, для которых выполняется условие (5), равна дополнению проектора большей размерности на ортогональный проектор меньшей размерности:

$$\mathbf{Pr}_M - \mathbf{Pr}_{M-m} = \mathbf{Pr}_M(\mathbf{I}_{N\times N} - \mathbf{Pr}_{M-m}) = \mathbf{Pr}_M\mathbf{Pr}_{\perp(M=m)}, \tag{6}$$

где

$$\mathbf{Pr}_{\perp(M-m)} = (\mathbf{I}_{N\times N} - \mathbf{Pr}_{M-m}). \tag{7}$$

Выражение (7) определяет ортогональный проектор, который формирует подпространство , являющееся ортогональным к подпространству, что формируется проектором $\mathbf{Pr}_{M-m}$;

- если вектор-столбец $\mathbf{v}_i$ является одним из столбцов матицы $\mathbf{V}$, то имеет место равенство:

$$\mathbf{Pr}_M \mathbf{v}_i = \mathbf{v}_i. \tag{8}$$

Использование указанных выше свойств проекторов позволяет определить две процедуры преобразования, которые обеспечивают получение новых алгоритмов обработки, изменяющих характеристики системы защиты. Это:

- во-первых, декомпозиция проектора,
- во-вторых, факторизация ортогонального проектора.

Задача декомпозиции проектора и её применение.

Декомпозиция проектора заключается в представлении многомерного проектора (1) в виде линейной комбинации проекторов, меньшей размерности, например:

$$\mathbf{Pr}_{11} = \mathbf{v}_1\mathbf{v}_1^H / \mathbf{v}_1^H\mathbf{v}_1. \tag{9}$$

Проведём доказательство справедливости такого преобразования, используя произвольные (не связанные с принятыми обозначениями) записи сигналов подпространств и векторов.

Необходимо доказать: если M произвольное подпространство из H, то ортогональную проекцию любого вектора $\mathbf{X}$ из $\mathbf{L}^2$ на подпространство H единственным образом можно представить в виде суммы ортогональных проекций этого вектора на M и подпространство $N \in H$, являющееся ортогональным дополнением M.

Доказательство. Из ортогональности подпространств M и N следует, что $M \cap N = [0]$. Поэтому в соответствии с теоремой проектирования любой вектор $y \in H$ единственным образом может быть представлен в виде:

$$y = y_M^* + y_N^*, \text{ где } y_M^* \in M, \text{ а } y_N^* \perp M.$$

Так как $\mathbf{X}_H^* = \mathbf{P}(X) \in H$, то в соответствии с вышесказанным имеет место и следующее представление для операторов ортогонального проектирования:

$$\mathbf{P}_H(X) = \mathbf{P}_M(X_H^*) + \mathbf{P}_N(\mathrm{X}_H^*).$$

Подпространства M и N являются частью подпространства H, поэтому справедливы соотношения:

$$\mathbf{P}_M(X_H^*) = \mathbf{P}_M(X) \quad ; \quad \mathbf{P}_N(X_H^*) = \mathbf{P}_H(X).$$

Отсюда следует, что $\mathbf{P}_H(X) = \mathbf{P}_M(X) + \mathbf{P}_N(X)$.

Выбор размерности базиса подпространства M определяет степень декомпозиции исходной задачи синтеза системы пространственно-временной обработки сигнала. Если подпространство M натянуто на базис $\{\varphi_i;\ i = 1,2, \ldots, m\}^{(*)}$, то N должно быть натянуто на базис $\{\varphi_{m+1} - P_M(\varphi_{m+i});\ i = 1,2, \ldots, n\text{-}m\}$. Видно, что для перехода от исходного базиса к базису, на который натянуто пространство N, необходимо произвести ортогональное проектирование исходных базисных функций на подпространство M. Для решения поставленной задачи проектирования X на подпространство N вновь можно воспользоваться данной теоремой.

Цель декомпозиции состоит в том, чтобы заменить решение "большой" задачи на одновременно-последовательное решение элементарных задач.

Обобщённая структурная схема построения адаптивной системы защиты от помех на примере многоканального аналогового автокомпенсатора показана на рис. 1 (1,2, … N ─ модули автокомпенсации).

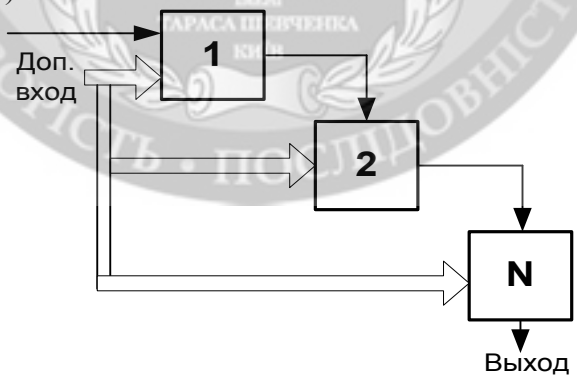

Рис. 1

При классическом варианте с параллельными каналами обработки система адаптации имеет ограниченную устойчивость и качество компенсации, вследствие влияния дестабилизирующих факторов (нестабильности параметров).

На основании отдельных аналитических выводов, представленных в [3], получены расчётные выражения для оценки влияния факторов нестабильности на качество компенсации помех. На рис. 2 представлены зависимости снижения коэффициента подавления помехи ($\Delta K_{\text{п}}$) от значения потенциального коэффициента подавления ($K_{\text{п}}$) при двух значениях дисперсии нестабильностей (10^{-2} и 10^{-3}).

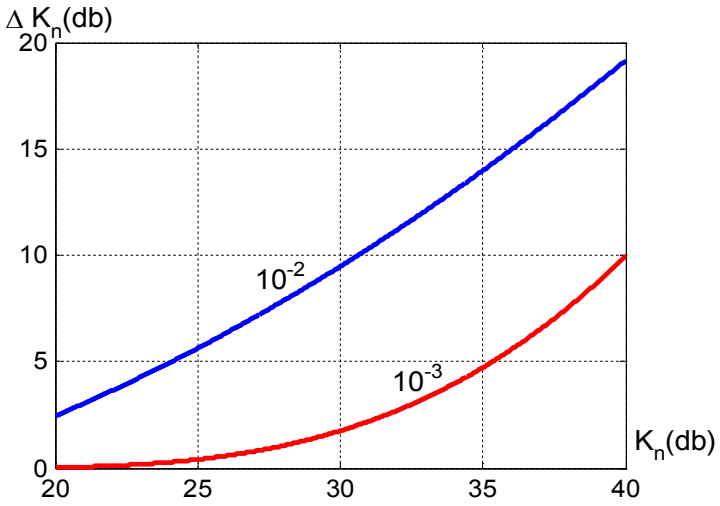

Рис. 2.

Примеры применения метода декомпозиции для построения устойчивых и высокоэффективных систем адаптивной защиты предложены в [5]. Там же впервые предложены системы многоканальной адаптивной компенсации помех, построенные по принципу параллельно-последовательной обработки, признанные как наиболее устойчивые структуры автокомпенсации.

Факторизация ортогонального проектора и синтез новых алгоритмов и структур систем адаптивной обработки.

Факторизация ортогонального M-мерного вектора $\mathbf{Pr}_{\perp(\mathrm{M})}$:

$$\mathbf{Pr}_{\perp} = \mathbf{I}_{N\times N} - \mathbf{V}_{\bar{i}}(\mathbf{V}_{\bar{i}}^{H}\mathbf{V}_{\bar{i}})^{-1}\mathbf{V}_{\bar{i}}^{H} \qquad (10)$$

заключается в представлении его в виде произведения проекторов меньшей размерности, вплоть до одномерных:

$$\mathbf{Pr}_{\perp 11} = \mathbf{I}_{N\times N} - \mathbf{v}_{n1}\mathbf{v}_{n1}^{H}/\mathbf{v}_{n1}^{H}\mathbf{v}_{n1}. \qquad (11)$$

Используя общую идею метода, проведём обоснование его применения для получения нового варианта алгоритмической схемы разрабатываемой системы адаптивной защите от пассивных и активных шумовых помех.

Задачи декомпозиции и факторизации в плане алгоритмического преобразования связаны между собой. Так, для перехода от M-мерного (не ортогонального) проектора к линейной комбинации одномерных типа:

$$\mathbf{Pr}_{11} = \mathbf{v}_{\bar{i}1}\mathbf{v}_{\bar{i}1}^{H}/\mathbf{v}_{\bar{i}1}^{H}\mathbf{v}_{\bar{i}1} \qquad (12)$$

необходимо ортогонолизировать векторы матрицы $\mathbf{V}_{\mathrm{п}}$. Сущность способа ортогонолизации для $M = 3$ иллюстрируется алгоритмической схемой рис. 3.

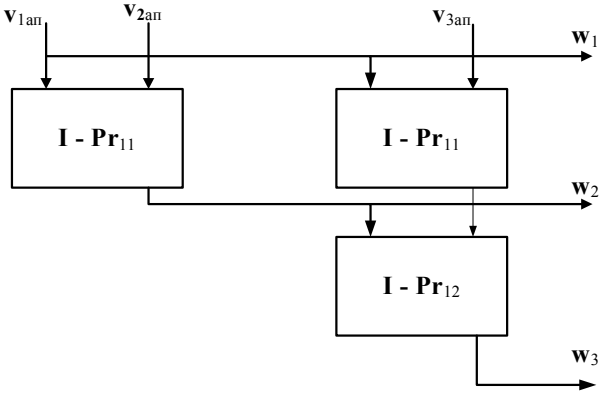

Рис. 3

Данная схеме легко обобщается на произвольное число столбцов матрицы **V** для согласованного проектора и матрицы $\mathbf{V}_{\text{п}}$ для ортогонального проектора.

Соотношения в блоках схемы рис.3 имеют смысл :

$$\mathbf{I} - \mathbf{Pr}_{11} = \mathbf{Pr}_{11\perp}; \quad \mathbf{I} - \mathbf{Pr}_{12} = \mathbf{Pr}_{12\perp}, \tag{13}$$

где $\mathbf{Pr}_{11\perp}$ — проектор на ортогональное дополнение подпространства, натянутого на столбец $\mathbf{w}_1 = \mathbf{v}_{1\text{п}}$ матрицы **V***n*;

$\mathbf{Pr}_{11}$ — проектор, который определяется соотношением (11);

$$w_2 = \mathbf{Pr}_{11\perp}\ \mathbf{v}_{2\text{ї}};$$

$\mathbf{Pr}_{12\perp}$ — проектор на ортогональное дополнение пространства, который натянут на векторы-столбцы $\mathbf{w}_1$ и $\mathbf{w}_2$;

$\mathbf{w}_3 = \mathbf{Pr}_{11\perp}\ \mathbf{Pr}_{12\perp}\ \mathbf{v}_{3\text{п}}$.

Таким образом, ортогонализированная матрица $\mathbf{V}_{\text{п}}^{\wedge}$ имеет вид:

$$\mathbf{V}_n^{\wedge} = [\mathbf{w}_1\ , \mathbf{w}_2, ..., \mathbf{w}_m],\ m \le M.$$

Обобщая принцип факторизации для произвольного варианта *M*-мерного проектора с помощью одномерных, получим алгоритм построения системы обработки:

$$\mathbf{Pr}_{\perp M} = \mathbf{Pr}_{\perp 11}\mathbf{Pr}_{\perp 12}\mathbf{Pr}_{\perp 13} \ldots \mathrm{Pr}_{\perp 1M}. \tag{15}$$

Алгоритмическая структурная схема системы адаптивной защиты от помех с использованием в качестве пространственных фильтров матричных ортогональных проекторов, основанная на применении метода факторизации представлена на рис. 4 (МОП – матричный ортогональный проектор).

Рис. 4

Система защиты может быть беспоисковой. В поисковой системе вектор поиска определяется как:

$$\mathbf{w}_k = [1\ e^{j\alpha}\ .....e^{j(N-1)\alpha}],$$

где $\alpha = 2\pi(d/\lambda)\sin\beta_{\text{ї}}$.

Выводы. Полученный алгоритм позволяет упростить техническую реализацию системы защиты от внешних помех за счёт замены задачи многомерной оптимизации по критерию минимальной мощности помехи на выходе на последовательное решение нескольких (для нашего случая – *M*) задач одномерной оптимизации.

При таком построении системы защиты повышается скорость адаптации каждого из одномерных проекторов при обеспечении высокой устойчивости.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Бондаренко Б.Ф. . Платонов С.Ю. . Сащук И.Н. Синтез оптимального и квазиоптимального алгоритма сверхразрешения для информационных систем с антенними решётками. //Радиоэлектроника , 2000. Т2, №4 . С. 66-72.

2. Воеводин В.В. Матрицы и вычисления / В.В. Воеводин., Ю.А. Кузнецов. – М.: Наука, 1984. – 320 с.

3. Ленков С.В., Лоза В.Н., Настич Ю.Б. Оценка потерь квазиоптимального пространственного фильтра угловой селекции по сравнению с оптимальным. // Сборник научных трудов ВИ КГУ им. Т. Шевченка.- К., 2010. - №25. – С.43-46.

4. Бондаренко Б.Ф., Предельное качество обнаружения и разрешения сигналов в обнаружителе на основе согласованного проектора / Б.Ф. Бондаренко, Г.Н Бондарчук, В.Ю. Тимчук // Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника. – М., 2005 – Т48, №3 – С 24 – 33.

5. Бондаренко Б.Ф. Применение методов функционального анализа для решения задачи синтеза системы пространственной обработки / Б.Ф. Бондаренко, В.П. Прокофьев // Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника. – М., 1982. – Т25, №3. – С 15-23.

Рецензент: д.т.н., проф. Лєнков С.В., начальник науково-дослідного центру Військового інституту Київського національного університету імені Тараса Шевченка

Кольцов Р.Ю., д.т.н., доц. **Боряк К.Ф.,** к.т.н. **Лєнков Є.С.,** к.т.н. **Малюга А.В.**

СИНТЕЗ СТІЙКИХ СТРУКТУР АДАПТИВНИХ СИСТЕМ КУТОВОЇ СЕЛЕКЦІЇ НА ОСНОВІ МАТРИЧНИХ ОРТОГОНАЛЬНИХ ФІЛЬТРІВ ЗА РАХУНОК ВИКОРИСТАННЯ УНІКАЛЬНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ФІЛЬТРІВ-ПРОЕКТОРІВ

Розглядаються можливості синтезу нових варіантів алгоритмічних схем систем кутового селектора, що використовують спільну ідею методу обробки за допомогою ортогональних фільтрів-проекторів, за рахунок застосування процедур декомпозиції і факторизації проектора, що дозволяють підвищити ефективність адаптивної системи.

Ключові слова: матричний фільтр-проектор, просторово-часова обробка, система кутової селекції.

Kol'tsov R., Ph.D., Assoc., **Boriak K.,** Ph.D. **Lєnkov E.,** Ph.D. **Malyuga A.**

SYNTHESIS OF STABLE STRUCTURE ADAPTIVE CORNER OF SELECTION BASED ON ORTHOGONAL MATRIX FILTERS BY USING UNIQUE PROPERTIES OF THE FILTER-SOLUTIONS

The possibilities of synthesis of new variants of algorithmic schemes angular selector systems that share a common idea of the processing method using orthogonal filters, projectors, through the application of the procedures of decomposition and factorization of the projector to increase the efficiency of an adaptive system.

Keywords: multi-projector filter, spatially-time processing, the system angular selection.

virus34@ukr.ru