УДК 621.396.967

к.т.н., доц. **Долгушин В.П.** (ВИКНУ)
к.т.н. **Кольцов Р.Ю.** (ВИКНУ)
к.т.н., с.н.с. **Охрамович М.Н.** (ВИКНУ)

РАСПОЗНАВАНИЕ КЛАССА СИГНАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ МЕТОДАМИ ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗА

В статье рассматривается метод распознавания (разрешения) двух классов сигнальных функций: одиночных и образованных суперпозицией двух аналогичных по форме функций с высокой степенью перекрытия на основе результатов вейвлет-анализа. Приведены спектрограммы нескольких вариантов функций, отличающихся степенью гладкости и характером флюктуаций. Метод непрерывного вейвлет-анализа позволяет (за исключением некоторых "абсолютно" гладких функций) уверенно распознавать одиночный сигнал и результат его суперпозиции с незначительно сдвинутой копией. Использование визуального способа съёма информации не позволяет ввести количественную оценку вероятности правильного распознавания, поэтому эффективность метода оценивается субъективным зрительным восприятием результата по виду спектрограммы. Исследование можно продолжить на случай распознавания одиночного и суммарного сигналов при отличающейся форме суммируемых функций.

Ключевые слова: распознавание сигналов, вейвлет-анализ.

Введение. Появление вейвлет-анализа (ВА) является, как отмечается в целом ряде источников в области прикладной математики, одним из важнейших событий в математике за последние два десятилетия. ВА представляет собой новейшую инструментальную технику применения коротких волновых пакетов, дающих принципиально новые возможности спектрального представления и обработки сигналов с высокой эффективностью идентификации тонких локальных особенностей сигнальных функций. Основными областями применения ВА считаются: обработка сигналов, распознавание и кодирование, анализ числовых рядов и данных экспериментов, сжатие и обработка изображений, а также решение специфических задач медицины и физики [6].

Как указано в одной из публикаций [7]: "совершенно не изучены возможности ВА в задачах разделения близко расположенных сигналов, частично или полностью перекрывающих друг друга".

Такая задача с позиций практического применения может считаться эквивалентной проблемной задаче "сверхразрешения" в том случае, когда разрешаемые сигнальные функции соответствуют сигналам радиотехнических систем. Особенности решаемой нами задачи состоят в том, что, во-первых, задача должна решаться для произвольного широкого класса финитных функций любой области применения, во-вторых, перекрывающиеся функции имеют абсолютно идентичную форму.

Распознавание сигналов является составной частью одной из важнейших проблем современной науки – *распознавания образов.* Сущность и формулировка задачи распознавания сигналов определяется целевой направленностью анализа. Во всех случаях рассматривается несколько классов сигналов, отличающихся структурными признаками. В настоящей работе используется два класса сигнальных функций (СФ): **S**1 – множество финитных функций заданной формы и **S**2 – множество результатов наложения двух функций предыдущего класса, перекрывающихся на уровне, существенно большем уровня разрешения сигналов по Релею

$$\mathbf{S}1 = \{S1\}_{1,n}, \qquad \mathbf{S}2 = \{S2\}_{1,n} \qquad S1 = s, \qquad S2 = s(t)s(s-\tau).$$

<u>Формулировка задачи:</u> задана форма сигнальной функции (s), на входе устройства обработки с равной вероятностью сигнал может иметь два различных вида: одиночный

(класс **S**1) или двойной (класс **S**2) с высокой степенью перекрытия сигнальных функций, которое не позволяет разрешить сигналы на временной оси по критерию Релея. Система обработки включает *вейвлет-анализатор*, выходной сигнал которого используется для распознавания класса СФ. Задача решается по виду визуального отклика анализатора при условии, что наблюдателю известна априори форма отклика для обоих случаев. (При заданной форме исходного сигнала далее приняты обозначения: s1 – сигнал класса **S**1, s2 – сигнал класса **S**2). Ниже изложены положения теории ВА с акцентом на физическую трактовку, необходимые для работы с основным материалом статьи.

Положения кратно-разрешающего анализа сигналов

Вейвлет (понятие введенное в 70-х гг. Мейером) – особые функции в виде коротких волн (всплесков) с нулевым интегральным значением и локализацией по оси независимой переменной, способные к сдвигу по этой оси и масштабированию (растяжению) [4]. Общее аналитическое выражение имеет вид:

$$\psi_{a,b}(t) = a^{-\frac{1}{2}}\psi((t-b)/a), \tag{1}$$

где a, b – масштабный параметр и сдвиг по времени.

Малые значения "a" соответствуют малому масштабу и высокой частоте, большие – растяжению вейвлета и сжатию его спектра.

Вейвлет-базис состоит из совокупности масштабирующей функции ("отцовского" вейвлета) и материнского вейвлета, которые задаются с помощью итерационных алгоритмов.

Вейвлет-анализ основан на концепции кратно-разрешающего или *кратно-масштабного анализа* (КМА), понятие которого было введено Мейером (1986 г.) и впоследствии развито Малла. КМА является определяющей в построении алгоритмов представления (декомпозиции) и реконструкции сигналов. Принцип КМА основан на представлении сигнала с помощью совокупности его последовательных приближений с использованием N уровней. Стратегия КМА базируется на теории функционального анализа и описании спектра сигнала через иерархически вложенные подпространства, которые не пересекаются и объединение которых даёт в пределе пространство $L^2(R)$.

В решаемой задаче интерес представляют процедуры и алгоритмы непрерывного и дискретного представления (декомпозиции) сигналов на основе КМА.

Одна из главных особенностей вейвлетного представления сигналов на различных уровнях декомпозиции (разложения) заключается в разделении функций приближения к сигналу на две группы: аппроксимирующую – грубую, с достаточно медленной временной динамикой изменений, и детализирующую – с локальной и быстрой динамикой изменений на фоне плавной динамики, с последующим их дроблением и детализацией на других уровнях декомпозиции сигналов [2, 3]. Это возможно как во временной, так и в частотной областях представления сигналов вейвлетами. Эти задачи выполняются с помощью совокупности масштабирующих *скейлинг-фунцкий* $\psi_j(t)$ и второй совокупности – базисных функций *материнского вейвлета* (или просто "вейвлетов") – $\psi_j(t)$, где j – уровень декомпозиции, вид которых соответствует выражению (1).

Любая функция, представленная дискретными значениями $\{f_k\}$, может быть разложена на некотором заданном уровне разложения j в ряд следующего вида:

$$f = \sum_k c_{j,k}\varphi_{j,k} + \sum_k d_{j,k}\psi_{j,k}\ , \tag{2}$$

где $c_{j,k}$ и $d_{j,k}$ соответственно аппроксимирующие и детализирующие коэффициенты декомпозиции.

При декомпозиции на N уровней матрица коэффициентов представления состоит из совокупности векторов и обозначается в виде:

$$\mathbf{C} = \left[cA_N, cD_N, \dots cD_1\right], \qquad (3)$$

Обозначения векторов в (3) соответствуют ранее используемым: $cA_N = c_N$, $cD_N = d_k$.

Матрица **C** содержит общую среднюю величину сигнала по всему интервалу, представленную вектором cA_N, и все его флюктуации с чётко указанным масштабом и положением на временной оси. Масштабные коэффициенты (компоненты вектора cA_N) несут информацию о *трендовом*, глобальном изменении сигнала, в то время как коэффициенты векторов $cD_N, \dots cD_1$, называемые *вейвлет-коэффициентами* (ВК) несут информацию о локальном отклонении сигнала от тренда на различных масштабах.

Малые уровни декомпозиции соответствуют наиболее высоким частотам и дают наиболее "точную" информацию о деталях сигнала (под "деталью" понимается интервал дискретизации), на более высоких уровнях происходит огрубление информации. Вся совокупность численных ВК позволяет полностью с высокой точностью (разность норм исходного и восстановленного сигналов ~ 10^{-4}) восстановить сигнал.

Практические алгоритмы вейвлет-преобразования интерпретируются с помощью частотного подхода. Он наиболее наглядно демонстрирует метод численного итерационного анализа.

Аналитически алгоритм имеет вид:

$$c_{j,k} = 2^{-1/2} \sum_n c_{j-1,n} h_{n+2k},$$

$$d_{j,k} = 2^{-1/2} \sum_n c_{j-1,n} g_{n+2k}, \qquad (4)$$

где коэффициенты h_n и g_n – последовательности, называемые фильтрами (соответственно низкочастотным – аппроксимирующим и высокочастотным – детализирующим).

Из ортогональности вейвлетов следует, что коэффициенты g_n однозначно определяются коэффициентами h_n для скейлинг-функции:

$$g_k = (-1)^k h_{2M-1-k}, \qquad (5)$$

M – число отсчётов сигнала.

В практических приложениях используются только вейвлет-коэффициенты h_n без вычисления конкретной формы вейвлета. Многомасштабный анализ приводит к пирамидальной иерархической схеме быстрого вычисления.

Результаты вычислительного эксперимента

Выбор класса тестируемых сигналов. Классы подлежащих распознаванию сигнальных функций определены при постановке задач (п.1), из которого следует, что выбор тестируемых сигналов сводится к конкретизации множества исходных СФ. Результаты распознавания зависят от вида функции, которые условно разделены на "гладкие", "гладкие" с единичным разрывом производной и сложные. Последними считаются СФ, в которых сочетаются гладкие интервалы и явно выраженные локальные изменения в виде скачков. При этом во всех случаях СФ класса **S**2 формируется как суперпозиция исходных с уровнем перекрытия не менее 0,85.

Метод представления результатов ВА. Результатом ВА является матрица коэффициентов декомпозиции, при этом спектр W(a,b) представляет собой поверхность в трёхмерном пространстве. На практике используется её проекция на плоскость "сетки" (a,b), позволяющая наблюдать изменение интенсивности амплитуды результатов вейвлет-преобразования на разных масштабах и временном положении. Такое представление называется *масштабограммой* или, чаще, *спектрограммой* (СПГ). На СПГ тёмными вертикальными полосами показаны экстремумы функции и белыми – переходы через ноль, а также резкие локальные изменения формы функции.

В ряде случаев наиболее интересная информация об особенностях сигнала содержится в векторах ВК нижних уровней декомпозиции (первом – втором), тогда целесообразно анализировать графики этих векторов.

Основным визуальным представлением результатов ВА является СПГ, вид которой требует применения непрерывного вейвлет-пеобразования. Реально применяется его *диадная* реализация, когда дискретные параметры (a,b) задаются через степени "2":

$$a = 2^m;\ b = k * 2^m.$$

Непрерывное вейвлет-пеобразование обеспечивает обработку как непрерывных, так и дискретных сигналов. Наиболее чёткое представление СПГ даёт применение средства компьютерной математики Wavelet Toolbox MATLAB [5, 8], которое используется в вычислительных примерах.

В работе приводится только решающая программная функция непрерывного вейвлет-пеобразования, которая имеет вид:

C = cwt(s, 1:N, ‘W’, ‘abslvl’) (6)

где N – число уровней декомпозиции;

‘W’ – имя материнского вейвлета;

‘abslvl’ – опция, определяющая вид окраски СПГ;

Выбор типа материнского вейвлета является особой задачей, критериями которой служат свойства регулярности, число нулевых моментов и число ВК, превышающих некоторый пороговый уровень. Выбор осуществляется на основании функционала информационной ценности, в частности по критерию энтропии. В настоящей работе используется один из серии наиболее популярных вейвлетов серии Добеши (db8) [1].

Примеры вычислений.

а). Гладкие сигнальные функции.

Пример 1. Функция вида sin(x)/x.

Вид исходной функции и результата суперпозиции s1 и s2 показаны на рис. 1.

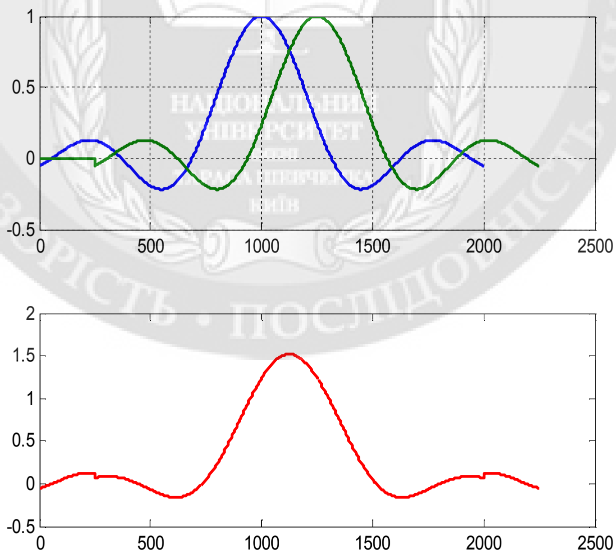


Рис. 1. Вид исходной функции и результата суперпозиции s1 и s2

Сравнение одиночной и суммарной функции делает очевидным вывод о невозможности распознавания без анализа СПГ.

На следующем рис. 2 показаны те же СФ, но исходная взята по модулю. Наличие боковых лепестков в амплитудном варианте приводит к появлению нулевых значений, которые, как было показано выше, фиксируются на СПГ белыми вертикальными полосами. В суммарной СФ картина провалов изменяется и вместо двух нулей возникает ряд минимумов, не совпадающих по положению с нулями исходной функции.

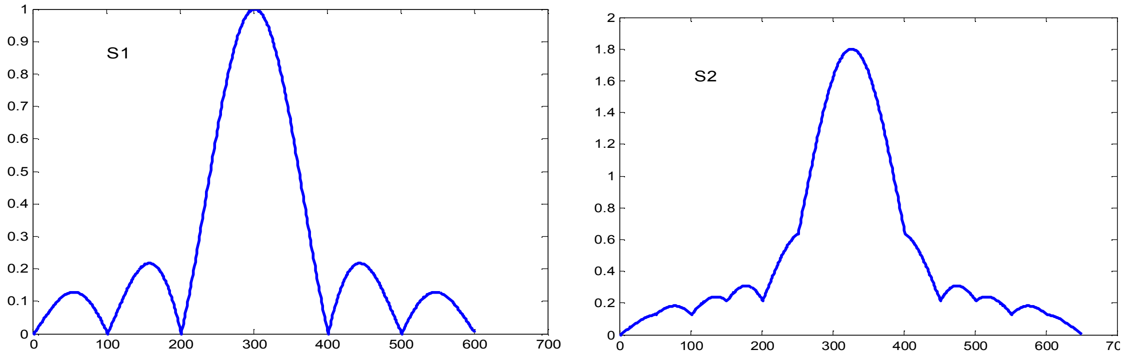


Рис. 2. Вид суммарной функции (исходная взята по модулю)

Результаты вычисления СПГ для данного случая показаны на рис. 3.

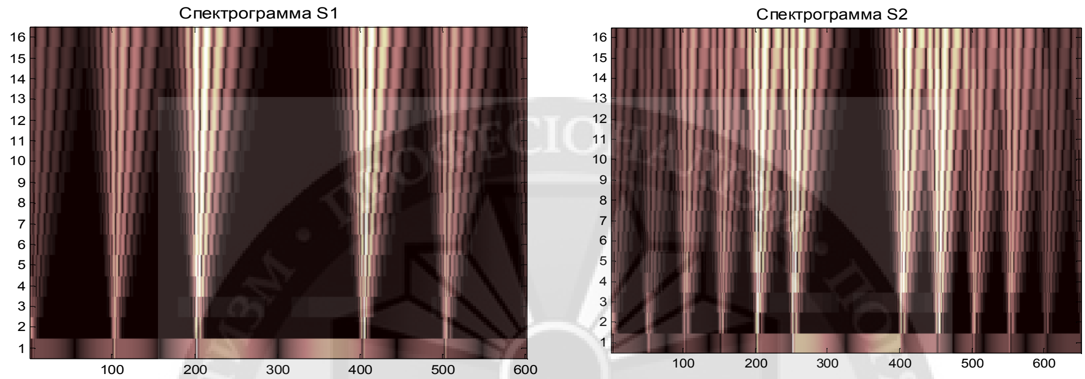


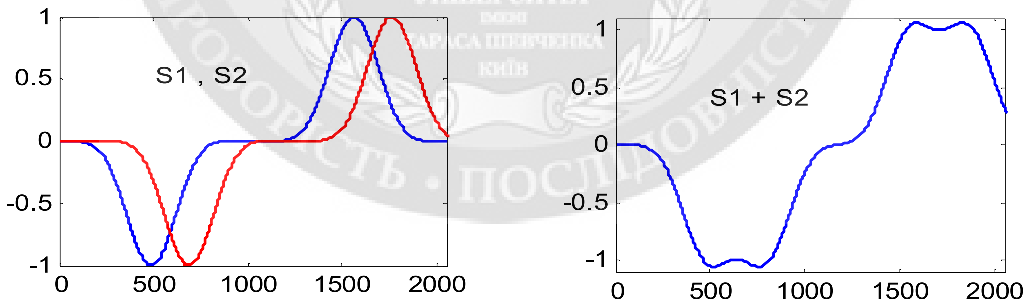
Рис. 3. Результаты вычисления спектрограмм

Сравнение СПГ позволяет различить классы исследуемых функций, однако на практике обработка сигналов производится на некотором уровне, выше порога, при этом влияние боковых лепестков в данной задаче можно не учитывать.

Пример 2. Функция степенного синуса.

$$S = sin(x)^7.$$

На рис. 4 показаны исходная СФ и смещённая (рис. 4а), и суммарная (рис. 4б).



а б

Рис. 4. Исходная СФ и смещённая (а) и суммарная (б)

Рис. 5 демонстрирует вид СПГ для обоих случаев.

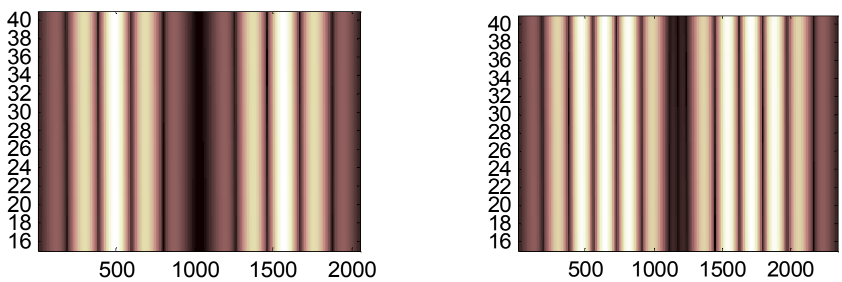


Рис. 5. Вид спектрограмм

Вейвлет-спектры отличаются, что объясняется появлением в сигнале s1 + s2 дополнительных экстремумов (в СПГ правого рис. 5 увеличивается число белых полос). Можно считать, что в принципе возможность распознавания существует, однако решение по виду визуализации является недостаточно достоверным.

<u>б). Гладкие функции с наличием одиночных локальных неоднородностей.</u>

Пример 3. Сигнал треугольной формы.

Функция стандартная, но имеет разрыв первой производной в центре. Исходная и смещённая СФ (сверху) и результирующая (снизу) показаны на рис. 6.

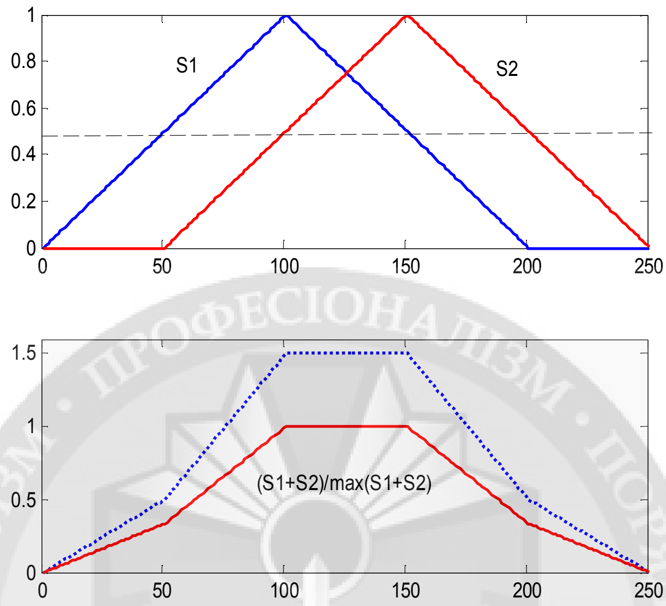


Рис. 6. Исходная и смещённая СФ (сверху) и результирующая (снизу)

Спектограммы данных сигналов показана на рис. 7.

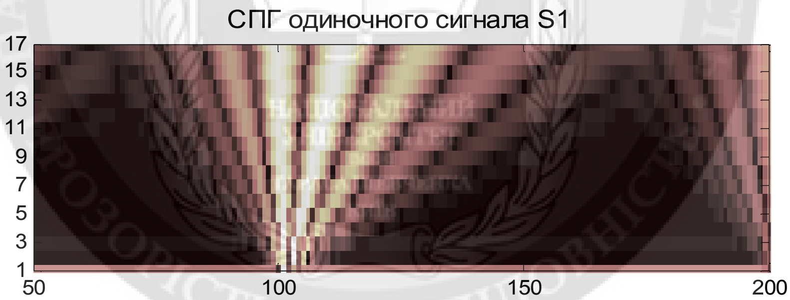


Рис. 7а. Спектограмма одиночного сигнала

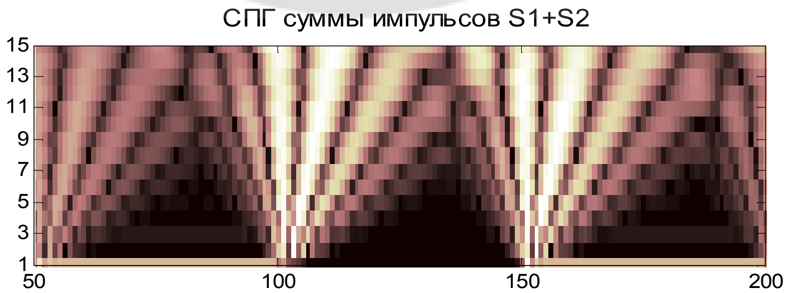


Рис. 7б. Спектограмма суммы импульсов S1 и S2

Для одиночного импульса на СПГ белым цветом отображается единственная локальная точка (рис. 7а). СПГ суммарного сигнала отображает две локальные точки (рис. 7б), кроме того на краях наблюдается краевой эффект. Расширение вертикальных полос снизу вверх обусловлено изменением масштаба и связанного с ним изменения временного разрешения.

Данное положение приводит к выводу о целесообразности вести разрешение по визуальному представлению графиков ВК первого – второго уровней. Вычислительные процедуры ВК заданных уровней требуют применения решающих функций дискретной версии вейвлет-пеобразования, имеющих вид:

$$[C,L] = \text{wavedec}\,(s, N, \text{'W'});$$
$$Dm = \text{detcoef}\,(C, L, [1,2]), \qquad (7)$$

где N – число уровней декомпозиции;

L – вектор размерности ВК;

m – текущий уровень.

Результаты вычисления детализирующих коэффициентов первого уровня вейвлет-разложения для сигналов рис. 6 соответственно представлены на рис. 8.

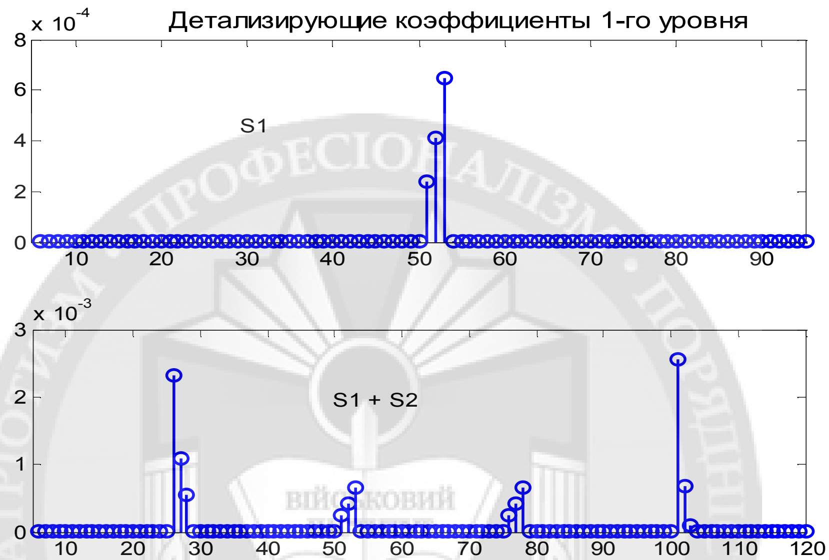


Рис. 8. Результаты вычисления детализирующих коэффициентов первого уровня вейвлет-разложения для сигналов

Пример 4. Гауссова функция с двумя всплесками.

Исследуемые функции (сверху) и результат вычисления вейвлет-спектров (ниже) приведены на рис. 9.

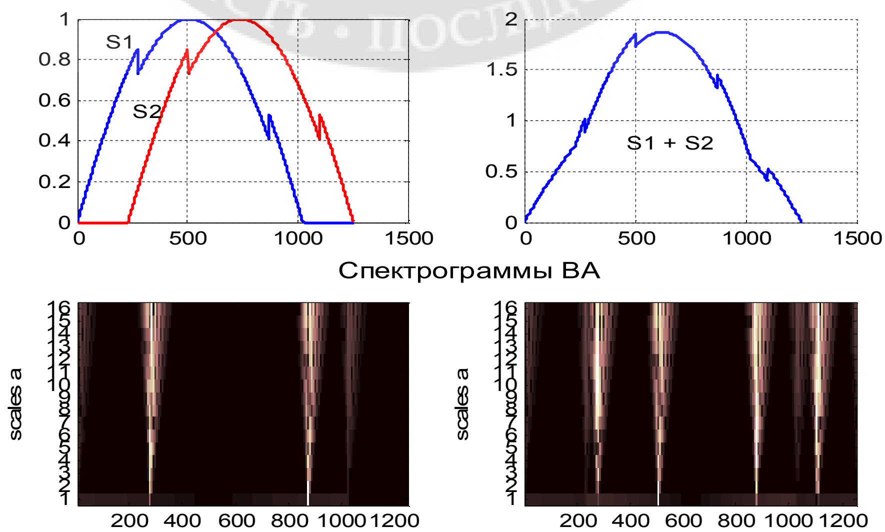


Рис. 9. Гауссова функция с двумя всплесками

Описание результатов не приводится, так как очевидно из предыдущего анализа. Явное различие вида СПГ соответствует выводу о возможности распознавания с высокой достоверностью.

в). Особый вариант суперпозиции функций.

Пример 5. Наложение дискретных пачек с учётом фазовых соотношений.

Сигнальная функция имеет вид дискретной пачки с прямоугольной огибающей. При наложении в исходном состоянии двух высокочастотных пачек с учётом начальной фазы импульсов в области перекрытия пачек возникают флюктуации амплитуды результирующих импульсов за счёт случайного соотношения фаз. В примере используется бинарная дискретная пачка, в которой случайные флюктуации проявляются в появление нулевых позиций в суммарной пачке единичных импульсов. Вероятность числа таких значений (провалов) зависит от статистических характеристик изменения фазы и относительной ширины области перекрытия пачек. В рассматриваемой задаче она имеет порядок 0,8 … 0,9, следовательно ожидаемое число провалов может быть значительным. В примере 5 оно принято минимальным и равно 2.

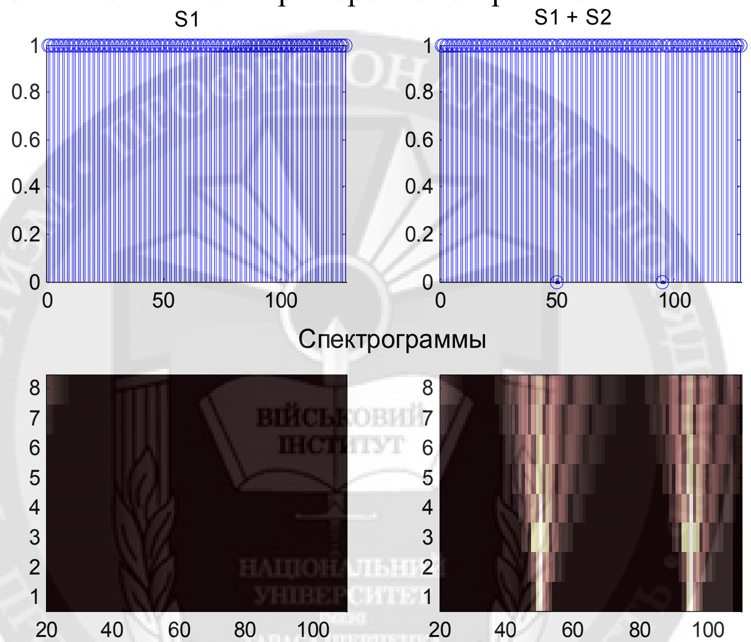


Рис. 10. Вид распознаваемых сигналов и полученные результаты вычисления СПГ

Из анализа рис. 10 следует, что факт возможности распознавания – разрешения одиночной и суммарной пачек не вызывает сомнений.

Выводы. Метод непрерывного ВА позволяет (за исключением некоторых "абсолютно" гладких функций) уверенно распознавать одиночный сигнал и результат его суперпозиции с незначительно сдвинутой копией. Использование визуального способа съёма информации не позволяет ввести количественную оценку вероятности правильного распознавания, поэтому эффективность метода оценивается субъективным зрительным восприятием результата по виду спектрограммы.

Малая эффективность относится к гладким функциям, в которых отсутствуют разрывы непрерывности и ограничено число экстремумов. Наличие любых нарушений гладкости, особенно присутствие в функции резких локальных изменений амплитуды и нулевых провалов существенно изменяет вид суммарного сигнала и обеспечивает, благодаря этому, высокую достоверность распознавания.

Исследование можно продолжить на случай распознавания одиночного и суммарного сигналов при отличающейся форме суммируемых функций.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Добеши И. Десять лекций по веейвлетам – Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2001 – 464 с.
2. Бурнаев Е.В. Применение вейвлет-преобразования для анализа сигналов – М.: МФТИ, 2007. – 138 с.
3. Малла С. Вэйвлеты в обработке сигналов. – М.: Мир, 2005. – 671 с.
4. Чуи К. Введение в вэйвлеты. – М.: Мир, 2001. – 412 с.
5. Смоленцев Н.К. Вейвлет-анализ в MATLAB. – М.: ДМК Пресс, 2010. – 448 с.
6. Воробьёв В.И., Грибулин В.Г. Теория и практика вейвлет-преобразования. – СПб.: Изд-во ВУС, 1999. – 204 с.
7. Новиков И.Я., Стечкин С.Б. Основы теории всплесков // Успехи математических наук, 1998. – Т.53. – №6. –С. 53-128.
8. Дьяконов В.П. MATLAB и SIMULINK для радиоинженеров. – М.: ДМК Пресс, 2011. – 976 с.

Рецензент: д.т.н., проф. Лєнков С.В., начальник науково-дослідного центру Військового інституту Київського національного університету імені Тараса Шевченка

к.т.н., доц. Долгушин В.П., к.т.н. Кольцов Р.Ю., к.т.н., с.н.с. Охрамович М.М.

РОЗПІЗНАВАННЯ КЛАСУ ЦІЛЕЙ МЕТОДОМ ОЦІНКИ СТАТИСТИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ВЕКТОРА ВЕЙВЛЕТ-ДЕКОМПОЗИЦІЇ СИГНАЛУ

У статті розглядається метод розпізнавання (розрізнення) двох класів сигнальних функцій: одиночних і утворених суперпозицією двох аналогічних по формі функцій з високим ступенем перекриття на основі результатів вейвлет-аналізу. Наведено спектрограми декількох варіантів функцій, що відрізняються ступенем гладкості і характером флуктуацій. Метод безперервного вейвлет-аналізу дозволяє (за винятком деяких "абсолютно" гладких функцій) упевнено розпізнавати одиночний сигнал і результат його суперпозиції з незначно зрушеною копією. Використання візуального способу знімання інформації не дозволяє ввести кількісну оцінку ймовірності правильного розпізнавання, тому ефективність методу оцінюється суб'єктивним зоровим сприйняттям результату за видом спектрограми. Дослідження можна продовжити на випадок розпізнавання одиночного і сумарного сигналів при формі підсумовуючих функцій, що відрізняються.

Ключові слова: розпізнавання сигналів, вейвлет-аналіз.

Ph.D. Dolhushyn V.P., Ph.D. Koltcov R.Y., Ph.D. Ohramovich M.M.

PURPOSE CLASS RECOGNITION METHOD FOR ESTIMATING THE STATISTICAL PARAMETERS VECTOR SIGNAL WAVELET DECOMPOSITION

In the paper the method of recognition (resolution) of two classes of signaling functions: single and formed by the superposition of two similar shape functions with a high degree of overlap on the basis of wavelet analysis. Shows spectrogram features several variants, differing degrees of smoothness and character fluctuation. Method of continuous wavelet analysis allows (with the exception of certain "brand" of smooth functions) to confidently detect a single signal and the result of its superposition with slightly shifted copy. Use the visual method of information retrieval does not allow a quantitative assessment of the probability of correct recognition, so the efficiency of the method is evaluated subjective visual perception of the type of spectrogram. The study can be continued in case of recognition of single and total signals with different form of summable functions.

Keywords: recognition signals, wavelet analysis.