

## **ПРИМЕНЕНИЕ ЖАДНОГО АЛГОРИТМА ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ МНОГОФАКТОРНЫХ ПЛАНОВ ЭКСПЕРИМЕНТА**

*Разработаны метод и программа оптимизации многофакторных планов эксперимента с помощью жадного алгоритма. Показана его эффективность в сравнении с другими методами оптимизации для многофакторных планов эксперимента. Работоспособность подтверждается приближением или совпадением оптимальных планов, полученных этим методом и методом перестановки строк матрицы планирования.*

*Ключевые слова: оптимизация, метод, планирование эксперимента, жадный алгоритм, оптимальный план, стоимость, временные затраты, быстродействие.*

**Постановка проблемы.** Планирование эксперимента ставит задачу получения математической модели при минимальных стоимостных и временных затратах. Эта задача особенно актуальна при исследовании дорогостоящих и длительных процессов.

При синтезе плана эксперимента, количество факторов которого больше четырех, возникает еще и проблема длительности построения оптимального плана.

**Анализ последних исследований и публикаций.** Известны примеры построения многофакторных планов, основанные на использовании следующих методов оптимизации: анализ перестановок, случайный поиск [1]. Эффективность применения этих методов доказана при исследовании ряда различных объектов: технологических процессов, приборов,

систем. Но при большом количестве факторов для перебора всех возможных вариантов необходимо много времени. Целесообразно применить жадный алгоритм для построения оптимальных планов и сравнить его с методом перестановки строк матрицы планирования.

**Цель статьи:** разработать метод оптимизации многофакторных планов эксперимента с использованием жадного алгоритма, доказать эффективность его применения.

**Основные результаты исследований.**

Разработан метод оптимизации планов эксперимента по стоимостным или временным затратам с использованием жадного алгоритма.

Сущность применения жадного алгоритма, схема которого изображена на рис. 1, заключается в следующем.

**Шаг 1.** В начале работы алгоритма производится ввод количества факторов  $k$ .

**Шаг 2.** В зависимости от выбранного количества факторов осуществляется построение матрицы планирования эксперимента.

**Шаг 3.** Необходимо ввести значения стоимостей или времен переходов между уровнями для каждого из факторов.

**Шаг 4.** Выполняется перебор всех возможных опытов  $n$  ( $n=2^k$ ) при планировании эксперимента. Если проанализированы переходы со всех  $n$  опытов, то выполняется шаг 14, в противном случае шаг 5.

**Шаг 5.** Выполняется перебор всех возможных переходов с данного состояния в состояние заданное в начальной матрице планирования эксперимента. Если проанализированы все возможные переходы с данного состояния, то выполняется шаг 11, в противном случае шаг 6.

**Шаг 6.** Вычисляется стоимость перехода с начального состояния в данное состояние при текущем переходе (для данного  $i$ -го варианта перехода).

**Шаг 7.** Выполняется перебор наименьших стоимостей переходов с данного состояния в состояние заданное в начальной матрице планирования эксперимента. Если стоимость перехода больше перехода в  $i$ -й, то выполняется шаг 9, в противном случае шаг 8.

**Шаг 8.** Осуществляется переход к анализу следующего возможного перехода ( $i+1$ ).

**Шаг 9.** Осуществляется вычисление минимальной стоимости перехода с начального состояния в состояние текущего  $i$ -го возможного перехода (среди проанализированных переходов).

**Шаг 10.** Осуществляется определение локально оптимального опыта при переходе с начального состояния в возможное состояние текущего  $i$ -го перехода (среди проанализированных переходов).

**Шаг 11.** На основе анализа всех возможных вариантов переходов с начального состояния в локально оптимальное состояние (при котором стоимость перехода или время перехода будут минимальные) записывается этот локально оптимальный опыт в оптимизированную матрицу.

**Шаг 12.** На основе выбора локально оптимального опыта вычисляется стоимость перехода к этому опыту и записывается в общую стоимость проведения эксперимента.

**Шаг 13.** Выбирается следующий опыт для анализа и проверки всех возможных с него переходов.

**Шаг 14.** После анализа всех возможных переходов с каждого опыта выполняется построение оптимальной матрицы планирования эксперимента (основывается на том, что если на каждом локальном шаге выбирался оптимальный переход, то и общий план проведения эксперимента будет оптимальным).

**Шаг 15.** Вычисляется общая стоимость (или общее затраченное время) при реализации эксперимента как сумма всех локально оптимальных стоимостей переходов, полученных на шаге 12.

**Шаг 16.** Определяется время, затраченное для оптимизации плана эксперимента по жадному алгоритму. Вычисляется как разность начального времени на шаге 1 и времени на шаге 16 (вычисляется с точностью до 0,01 с).

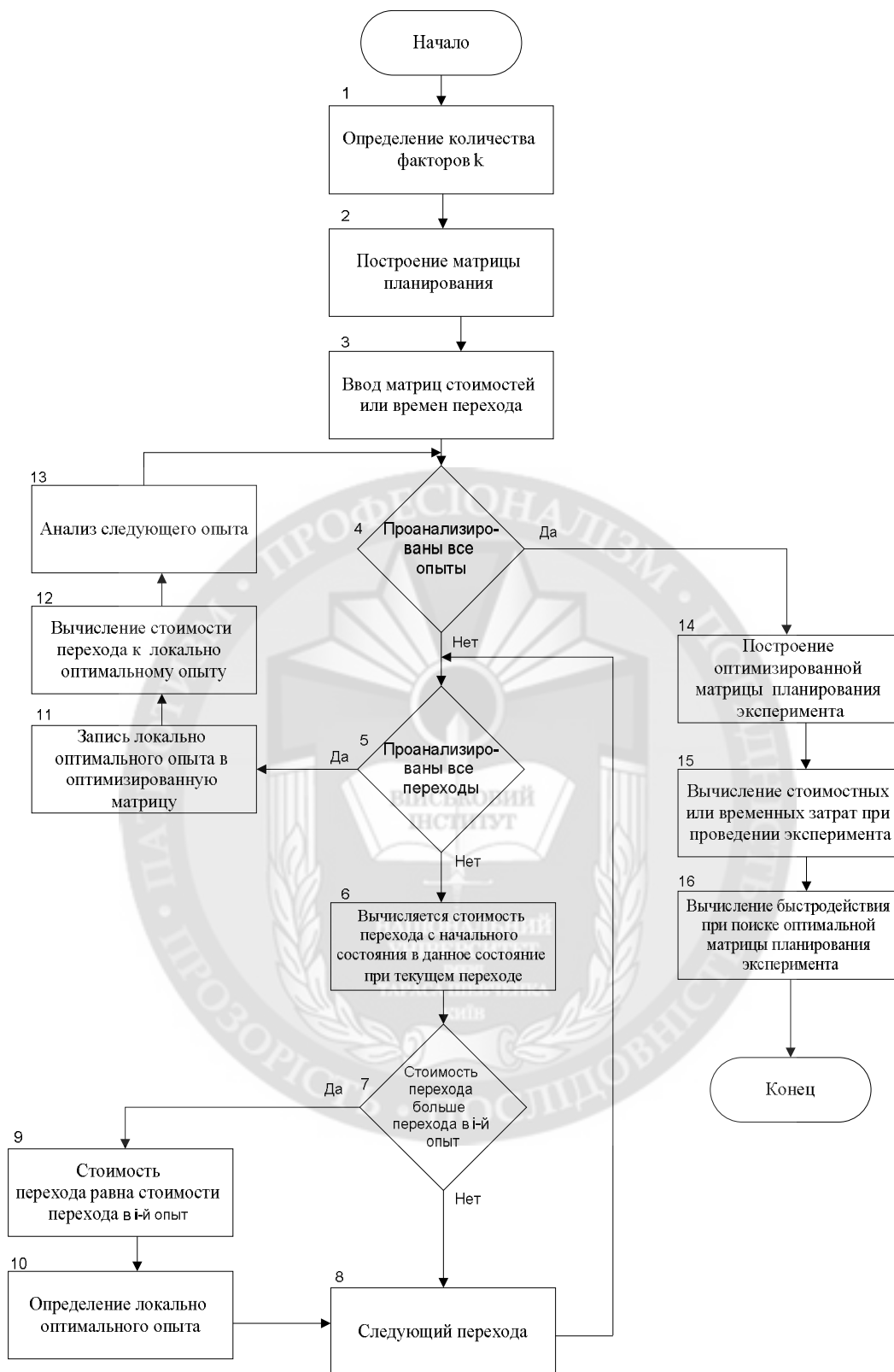


Рис 1. Схема реализации метода, основанного на применении жадного алгоритма

Проверка работоспособности разработанного метода для оптимизации многофакторных планов эксперимента осуществлялась на ряде практических задач, решенных методами анализа перестановок и случайного поиска.

При поиске оптимальных комбинаторных планов эксперимента ( $k=4$ ) методом, основанным на применении жадного алгоритма, получен план эксперимента (табл. 1),

который имеет меньшую стоимость, чем оптимальный план, полученный методом перестановки строк матрицы планирования при анализе 65576 вариантов [1].

Таблица 1

Оптимальные комбинаторные планы многофакторного эксперимента для количества факторов  $k=4$

Анализ перестановок					Жадный алгоритм				
Номер опыта	Обозначение факторов				Номер опыта	Обозначение факторов			
	X1	X2	X3	X4		X1	X2	X3	X4
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	1	1	-1	1	5	1	1	-1	1
4	1	1	1	1	4	1	1	1	1
6	1	-1	1	-1	12	1	1	1	-1
7	-1	-1	1	1	9	1	1	-1	-1
8	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1
2	-1	1	-1	-1	6	1	-1	1	-1
9	1	1	-1	-1	11	1	-1	1	1
1	1	-1	-1	-1	10	1	-1	-1	1
10	1	-1	-1	1	3	-1	-1	-1	1
11	1	-1	1	1	7	-1	-1	1	1
12	1	1	1	-1	16	-1	-1	1	-1
13	-1	1	-1	1	15	-1	-1	-1	-1
14	-1	1	1	1	2	-1	1	-1	-1
3	-1	-1	-1	1	8	-1	1	1	-1
15	-1	-1	-1	-1	14	-1	1	1	1
16	-1	-1	1	-1	13	-1	1	-1	1

Стоимость реализации эксперимента по оптимальному плану [1] составляет 86,62 усл. ед. (рис. 2). При реализации плана эксперимента, полученного с помощью жадного алгоритма, - 32,26 усл. ед. при стоимости изменений значений уровней факторов, приведенных в табл. 2.



Рис. 2. Сравнение стоимостей реализации планов экспериментов, полученных разными методами оптимизации

Таблица 2

## Стоимости изменений значений уровней факторов

Фактор	Стоимости изменений, усл.ед			
	из "0" в "+1"	из "0" в "-1"	из "+1" в "-1"	из "-1" в "+1"
X1	3,73	9,43	7,45	18,85
X2	2,23	4,33	4,45	8,65
X3	0,09	0,09	0,18	0,18
X4	0,38	0,58	0,77	1,15

Время счёта методом перебора составило 17,85 с, а жадным алгоритмом - 0,04 с (рис. 3).



Рис. 3. Сравнение времени поиска оптимального плана, полученного разными методами

Ввиду того, что время счёта жадным алгоритмом существенно меньше, в дальнейшем сравнения по этому параметру не будет. Но с увеличением количества факторов время счёта жадным алгоритмом будет увеличиваться.

При исследовании весоизмерительной системы для дозирования сыпучих материалов ( $k=3$ ) получен план эксперимента методом, основанным на применении жадного алгоритма (табл. 3).

Таблица 3

Планы эксперимента для исследования весоизмерительной системы дозирования сыпучих материалов ( $k=3$ )

Анализ перестановок				Жадный алгоритм			
Номер опыта	Обозначение факторов			Номер опыта	Обозначение факторов		
	X1	X2	X3		X1	X2	X3
	0	0	0		0	0	0
1	-1	-1	-1	7	1	1	-1
2	-1	-1	1	3	-1	1	-1
6	1	-1	1	4	-1	1	1
5	1	-1	-1	8	1	1	1
7	1	1	-1	6	1	-1	1
8	1	1	1	5	1	-1	-1
4	-1	1	1	1	-1	-1	-1
3	-1	1	-1	2	-1	-1	1

Стоимость его реализации равна 108 усл.ед. (рис. 4), а для оптимального плана, полученного при полном переборе строк, - 102 усл. ед.[1].

При этом расчеты выполнялись для стоимостей изменений значений уровней факторов, приведенных в табл. 4.



Рис. 4. Стоимость реализации планов экспериментов для исследования весоизмерительной системы

Таблица 4

Стоимости изменений значений уровней факторов

Фактор	Стоимости изменений, усл.ед			
	из "0" в "+1"	из "0" в "-1"	из "+1" в "-1"	из "-1" в "+1"
X1	10	10	10	10
X2	8	12	24	16
X3	6	4	8	12

Для исследования процесса обслуживания комплекса технических систем [1] стоимости изменений значений уровней факторов приведены в табл. 5.

Таблица 5

Стоимости изменений значений уровней факторов

Фактор	Стоимости изменений, усл.ед			
	из "0" в "+1"	из "0" в "-1"	из "+1" в "-1"	из "-1" в "+1"
X1	162	50	50	162
X2	18	10	10	18
X3	14	10	10	14
X4	40,5	25	25	40,5
X5	4,05	4,17	4,17	4,05

В результате исследования методом, основанным на использовании жадного алгоритма, получен план эксперимента (табл. 6), который имеет стоимость реализации равную 540,04 усл.ед.

Таблица 6

Планы эксперимента для исследования процесса обслуживания комплекса технических систем ( $k=6$ )

Анализ перестановок						Жадный алгоритм					
Номер опыта	Обозначение факторов					Номер опыта	Обозначение факторов				
	X1	X2	X3	X4	X5		X1	X2	X3	X4	X5
	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0
2	-1	1	1	1	-1	16	-1	-1	-1	-1	1
6	-1	1	-1	1	1	12	-1	-1	1	-1	-1
5	1	1	-1	1	-1	14	-1	1	-1	-1	-1
7	-1	1	-1	1	1	6	-1	1	-1	1	1
8	-1	-1	-1	1	-1	10	-1	1	1	1	1
3	1	-1	1	1	-1	2	-1	1	1	1	-1
1	1	1	1	1	1	4	-1	-1	1	1	1
9	1	1	1	-1	-1	8	-1	-1	-1	1	-1
10	-1	1	1	1	1	7	1	-1	-1	1	1
11	1	-1	1	-1	1	3	1	-1	1	1	-1
12	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	1
13	1	1	-1	-1	1	5	1	1	-1	1	-1
14	-1	1	-1	-1	-1	13	1	1	-1	-1	1
15	1	-1	-1	-1	-1	15	1	-1	-1	-1	-1
16	-1	-1	-1	-1	1	11	1	-1	1	-1	1
4	-1	-1	1	1	1	9	1	1	1	-1	-1

Стоимость реализации оптимального плана (проанализировано 50000 вариантов [1]) равна 1284,65 усл. ед. (рис. 5).

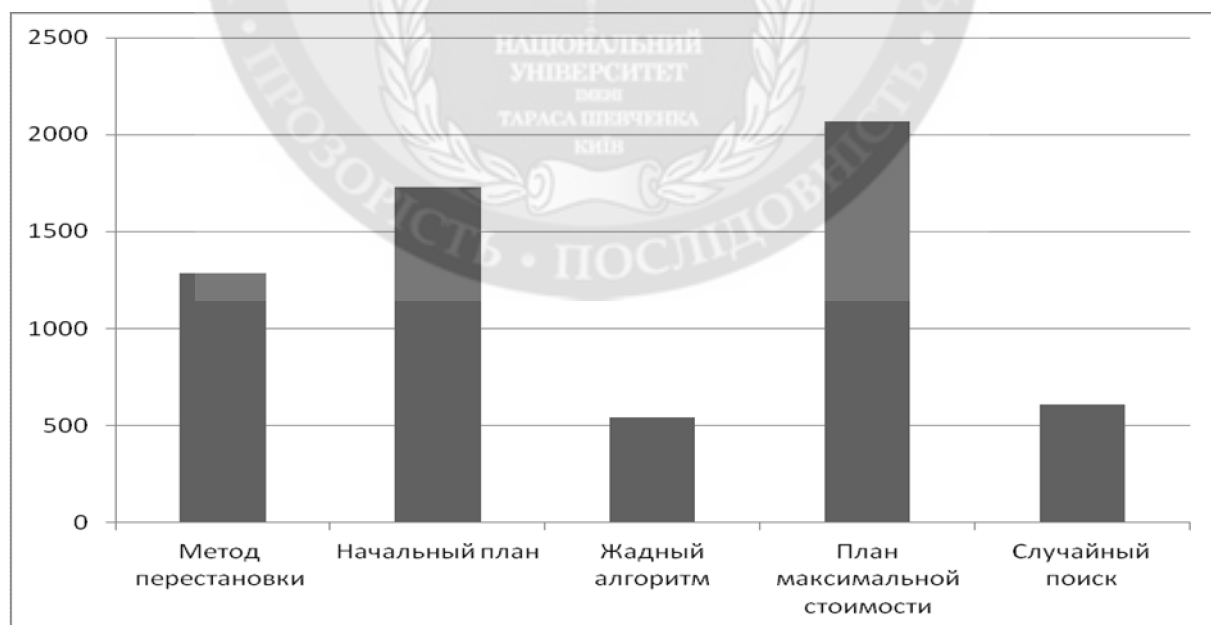


Рис. 5. Стоимости реализации планов экспериментов для исследования процесса обслуживания комплекса технических систем

При исследовании вихретоковых измерителей толщины диэлектрических покрытий на металлических поверхностях ( $k=4$ ) методом, основанным на использовании жадного алгоритма, получен план эксперимента (табл. 7).

Таблица 7

Планы эксперимента для исследование вихретоковых измерителей толщины диэлектрических покрытий на металлических поверхностях ( $k=4$ )

Анализ перестановок					Жадный алгоритм				
Номер опыта	Обозначение факторов				Номер опыта	Обозначение факторов			
	X1	X2	X3	X4		X1	X2	X3	X4
0	0	0	0	0		0	0	0	0
8	-1	1	1	1	16	1	1	1	1
7	-1	1	1	-1	8	-1	1	1	1
3	-1	-1	1	-1	4	-1	-1	1	1
1	-1	-1	-1	-1	12	1	-1	1	1
9	1	-1	-1	-1	11	1	-1	1	-1
10	1	-1	-1	1	3	-1	-1	1	-1
2	-1	-1	-1	1	7	-1	1	1	-1
4	-1	-1	1	1	15	1	1	1	-1
11	1	-1	1	-1	13	1	1	-1	-1
12	1	-1	1	1	5	-1	1	-1	-1
13	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1
14	1	1	-1	1	9	1	-1	-1	-1
6	-1	1	-1	1	10	1	-1	-1	1
5	-1	1	-1	-1	2	-1	-1	-1	1
15	1	1	1	-1	6	-1	1	-1	1
16	1	1	1	1	14	1	1	-1	1

Этот план имеет стоимость реализации равную 50,5 усл.ед. (рис. 6), а план, полученный методом перебора (проанализировано 7777777 вариантов) – 112,85 усл.ед. [1]. Расчеты выполнялись для стоимостей изменений значений уровней факторов, приведенных в табл.8.



Рис. 6. Стоимости реализации планов экспериментов для исследования вихретоковых измерителей толщины покрытий



Стоимости изменений значений уровней факторов

Фактор	Стоимости изменений, усл.ед			
	из "0" в "+1"	из "0" в "-1"	из "+1" в "-1"	из "-1" в "+1"
X1	0,2	0,2	0,2	0,2
X2	0,8	5,65	1,55	4,9
X3	6,65	9,55	7,4	8,8
X4	6,15	8,65	6,9	7,9

**Выводы.** Разработан метод, реализующий оптимизацию многофакторных планов экспериментов жадным алгоритмом. Доказана работоспособность и эффективность метода при исследовании технологических процессов, приборов и систем.

Поиск оптимального или близкого к оптимальному плана, полученного этим методом, реализуется за существенно меньшее время счёта, чем при методе полной перестановки строк матрицы планирования. Применение метода, основанного на использовании жадного алгоритма, эффективно при количестве факторов  $k > 3$ .

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Кошевой Н.Д. Оптимальное по стоимостным и временным затратам планирование эксперимента / Кошевой Н.Д., Костенко Е.М.. – Полтава: издатель Шевченко Р.В. – 2013. – 317 с.

**Рецензент:** д.т.н., проф. Угрюмов М.Л., Національний аерокосмічний університет ім. М.Є.Жуковського «Харківський авіаційний інститут»

### ЗАСТОСУВАННЯ ЖАДІБНОГО АЛГОРИТМУ ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ БАГАТОФАКТОРНИХ ПЛАНІВ ЕКСПЕРИМЕНТУ

*Розроблено метод і програму оптимізації багатофакторних планів експерименту за допомогою жадібного алгоритму. Показана його ефективність в порівнянні з іншими методами оптимізації для багатофакторних планів експерименту. Працездатність підтверджується наближенням або збігом оптимальних планів, отриманих цим методом і методом перестановки рядків матриці планування.*

*Ключові слова: оптимізація, метод, планування експерименту, жадібний алгоритм, оптимальний план, вартість, часові витрати, швидкодія.*

### APPLICATION GREEDY ALGORITHM FOR OPTIMIZATION OF EXPERIMENTAL DESIGN MULTIFACTORIAL

*A method and a programme of optimization of the multifactor experimental designs by means of greedy algorithm are developed. Its effectiveness in comparison with other methods of optimization for multifactor experimental designs is shown. The efficiency is confirmed by the approach or coincidence of optimal designs obtained by this method and the method of row permutation of planning matrix.*

*Keywords: optimization, method, design of experiments, greedy algorithm, the optimal design, cost, time cost, performance.*