

ВЕЙВЛЕТ АНАЛІЗ НАДШИРОКОСМУГОВИХ СИГНАЛІВ

У статті проведено аналіз використання вейвлетів для опису зверхширокопосмугових сигналів. Розглянуто переваги та недоліки сучасних методів вейвлет-аналізу зверхширокопосмугових сигналів і процесів, та основних застосувань зверхширокопосмугових сигналів. Враховуючи можливості запропонованого підходу, використання вейвлет перетворень володіє дуже доброю частотно-часовою роздільною здатністю, яке, зокрема, перевіряє можливості інших лінійних перетворень. Тому вибір одного з цих перетворень визначається видом конкретного аналізованого сигналу. Сформовано вимоги, що одні методи обробки зверхширокопосмугових сигналів з використанням математичного апарату вейвлет-аналізу більш зручно використовувати при роботі з зверхширокопосмуговими сигналами, а інші – з традиційними вузько-посмуговими.

Ключові слова: зверхширокопосмугові сигнали, безперервне вейвлет-перетворення, аналітичне вейвлет-перетворення, дискретне вейвлет-перетворення, вейлет-аналіз.

Вступ та постановка задачі. Для проведення аналізу зверхширокопосмугових сигналів (ЗШС) і процесів успішно застосовуються різні модифікації перетворення Фур'є, перетворення Лапласа, різні види вейвлет - перетворень, нелінійні перетворення класу Коена, а також новий комплексний метод аналізу сигналів - системний спектральний аналіз. Для розуміння тенденцій розвитку ЗШС технологій цікаво розглянути сучасний стан застосування ЗШС сигналів в телекомунікації, локації і дистанційному зондуванні. Рівняння дистанційного радіозондування має ряд особливостей у разі застосування ЗШС сигналів. З його допомогою виробляються оцінки рекомендованих параметрів радіотехнічних систем, що використовують ЗШС сигнали для дистанційного радіозондування різних середовищ.

Сьогодні широке поширення на практиці отримали різні види вейвлет-аналізу: безперервне вейвлет-перетворення (БВП), вейвлет ряди (діадне вейвлет-перетворення), вейвлет-фрейми, аналітичне вейвлет-перетворення (АВП), дискретне вейвлет-перетворення (ДВП), стаціонарне вейвлет-перетворення, вейвлет-пакети та ін. [1-6]. Деякого роз'яснення потребує питання про те, коли вперше було запропоновано застосовувати вейвлет-аналіз до опису ЗШС сигналів. Більш широко ідея використання вейвлет-аналізу для опису ЗШС сигналів, незалежно висловлена з 2000 р., та розвинена в роботах [4-6].

1. Безперервне вейвлет-перетворення

Нехай заданий речовинний сигнал $s(t)$. Тоді БВП сигналу $s(t)$ визначається співвідношенням [1-6].

$$Wf(a, b) = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt, \quad (1)$$

де $\psi(t)$ речова вейвлетоутворююча функція, часто звана просто вейвлетом;

a - параметр масштабування;

b - параметр зсуву;

$Wf(a, b)$ - речовий вейвлет-спектр сигналу $s(t)$.

Параметр масштабування a безпосередньо пов'язаний зі згаданим вище періодом сигналу $T = \frac{2\pi}{\omega}$, співвідношенням $T = ka$, де k - коефіцієнт пропорційності ($k > 0$), залежить від обраної функції $\psi(t)$.

Параметр зсуву b пов'язаний з використовуваною раніше змінною зрушення за часом простим співвідношенням: $b = \tau$. Тоді з урахуванням нових змінних маємо:

$$Wf(T, \tau) = |kT|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \psi\left(\frac{t-\tau}{kT}\right) dt. \quad (2)$$

Перевагою БВП є локалізація за часом та за частотою базисних функцій, автономність базису, гарною частотно-часовою здатністю, можливість дослідження локальних особливостей сигналу, наявність великого набору різноманітних вейвлетоутворюючих функцій.

БВП особливо зручне для аналізу сигналів, локалізованих в тимчасовій області. Зокрема, такими сигналами є ЗШС сигнали. Для них, як показано в роботах [3-5], базис вейвлетів є власним базисом.

До недоліків БВП можна віднести залежність вейвлет-спектру аналізованого сигналу від виду обраного вейвлету і суб'єктивність вибору вейвлету в кожному конкретному випадку. Одним з можливих шляхів подолання останнього недоліку може служити запропонований нами функціонал якості. Ще один недолік БВП полягає у відсутності зворотного перетворення для не ортогональних вейвлетів. На жаль, частина відомих речових вейвлетів виявляються саме такими.

2. Аналітичне вейвлет-перетворення

Замість речової вейвлетоутворюючої функції $\psi(t)$ можна використовувати комплексну $\psi(t)$. Тоді відповідне перетворення, зване АВП речового сигналу $s(t)$, задається виразом [2].

$$\dot{W}f(a, b) = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt. \quad (3)$$

Де $\psi(t)$ – функція, комплексно сполучена аналітичному вейвлету $\psi(t)$; $\dot{W}f(a, b)$ – комплексний вейвлет-спектр сигналу $s(t)$. З використанням введених вище змінних T і τ отримуємо:

$$\dot{W}f(T, \tau) = |k, T|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \psi\left(\frac{t-\tau}{kT}\right) dt, \quad (4)$$

Основна відмінність АВП від БВП полягає в комплекснозначності використовуваного вейвлету $\psi(t)$, а отже, і одержуваного вейвлет-спектра $\dot{W}f(T, \tau)$. АВП успадковує від БВП як всі його переваги, так і недоліки. Крім того, корисною особливістю АВП є можливість розгляду не тільки $\text{Re} \dot{W}f(T, \tau)$, як при БВП, але і $\text{Im} \dot{W}f(T, \tau)$, $|\dot{W}f(T, \tau)|$, $\arg \dot{W}f(T, \tau)$, що дозволяє отримати додаткову інформацію про сигнали які досліджуються. Разом з тим слід зазначити, що кількість комплексних вейвлетів, необхідних при проведенні АВП, значно менше кількості речових вейвлетів, що використовуються в БВП [7].

3. Дискретне вейвлет-перетворення

БВП і АВП, в яких змінні a і b змінюються безперервним чином, володіють істотною надмірністю. Зменшити її дозволяє ДВП, що використовує дискретні масштабні перетворення ($a = a_0^{-j}$) і зсуви $b = ka_0^{-j}$, де $a_0 > 1$, j і k – цілі числа.

ДВП сигналу $s(t)$ задається наступною парою співвідношень:

$$C_{jk} = \langle s, \psi_{j,k} \rangle = a_0^{-j/2} \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \tilde{\psi}(a_0^{-j}t - k) dt, \quad (5)$$

$$S(t) = C_{\psi}^{-1} \sum_{j \in \mathbb{Z}} \sum_{k \in \mathbb{Z}} C_{jk} a_0^{-j/2} \psi(a_0^{-j}t - k), \quad (6)$$

де нормуючий коефіцієнт визначається виразом

$$C_{\psi} = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(\omega)|^2 |\omega|^{-1} d\omega < \infty, \psi(\omega) - \text{фур'є-образ функції } \psi(t). \quad (7)$$

Якщо $a_0 = 2$, то кажуть про дискретне вейвлет-перетворення, відоме також як вейвлетні ряди. Встановлено, що для ортогональних вейвлетів точне відновлення сигналу, іменоване реставрацією, після ДВП можливе тільки з використанням додаткової апроксимації сигналу за допомогою скейлінг-функції $\varphi(t)$. В іншому випадку відновлення дає сигнал, близький до вихідного $s(t)$, причому близькість розуміється в сенсі забезпечення мінімуму середньоквадратичної похибки відновлення. Вейвлет-функція $\psi(t)$, часто звана "материнським вейвлетом", відповідає за деталі сигналу $s(t)$, а скейлінг-функція $\varphi(t)$, звана "батьківським вейвлетом", – за його грубе наближення, тобто апроксимацію. Розроблений також спеціальний різновид ДВП для стаціонарних сигналів $s(t)$ – стаціонарне вейвлет-перетворення (СВП). Найчастіше цей вид вейвлет-перетворення використовується для очищення сигналів від шуму. БВП володіє доброю частотно-часовою роздільною здатністю, яке адаптоване до різних масштабів аналізованого сигналу. До того ж для БВП існує широкий вибір аналізуючих вейвлетів, що дає можливість для кожного конкретного сигналу за заданим критерієм підібрати найбільш відповідний вейвлет. АВП, для якого також є великий вибір аналізуючих аналітичних вейвлетів, перевершує БВП, в першу чергу, при аналізі сигналів з особливостями. Тому використання аргументу комплексного вейвлет-спектра АВП добре доповнює результати БВП. Модуль комплексного вейвлет-спектра АВП не застосовується, оскільки він багато в чому дублює аналогічну характеристику БВП [7].

Представляється корисним також використання в рамках системного спектрального аналізу АПФ. Як вже говорилося вище, в ряді випадків АПФ зводиться до АВП. Однак воно має і самостійне значення, зокрема, при використанні несиметричних віконних функцій. Останні можуть виявитися дуже корисними для аналізу ЗШС сигналів, що виникають, наприклад, при потужних землетрусах, вибухах тощо. Вейвлет перетворення володіє дуже доброю частотно-часовою роздільною здатністю, яке, зокрема, перевершує можливості наведених вище лінійних перетворень. Тому вибір одного з цих перетворень визначається видом конкретного аналізованого сигналу. Більше того, у ряді випадків навіть інтерференційні члени можуть давати корисну інформацію про сигнал. Слід також зазначити, що нелінійні перетворення в цілому виявляються досить ефективними при аналізі сигналів у присутності негауссовських завад. Останнє важливо для практиків, оскільки в багатьох реальних ситуаціях традиційна для лінійних методів обробки гауссовська модель шуму виявляється непридатною, а сама лінійна обробка – малоефективною.

Висновки. Для ефективного опрацювання ширококутових сигналів доцільно використовувати моделі, які ґрунтуються на вейвлет перетвореннях. Такі подання мають вищу завадостійкість і точність перетворення порівняно з іншими відомими методами опрацювання.

Таким чином, одні методи обробки зверхширококутових сигналів з використанням математичного апарату вейвлет-аналізу більш зручно використовувати при роботі з ЗШС сигналами, а інші – з традиційними вузько смуговими.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Лазоренко О.В., Черногор Л.Ф. Сверхширокополосные сигналы и физические процессы. 1. Основные понятия, модели и методы описания // Радиопизика и радиоастрономия. – 2008. – № 2 – С. 166-194.
2. Малла С. Вейвлеты в обработке сигналов: Пер. с англ. – М.: Мир, 2005. – 671 с.
3. Лазоренко О.В., Лазоренко С.В., Черногор Л.Ф. Вейвлет-анализ модельных сверхширокополосных сигналов // Успехи современной радиоэлектроники. – 2006. – №8. – С. 47-61.
4. Лазоренко О.В., Лазоренко С.В., Черногор Л.Ф. Применение вейвлет-анализа к задаче обнаружения кратковременных знакопеременных и сверхширокополосных процессов // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2004. – №9-10. – С. 31-62.

5. Лазоренко О.В., Лазоренко С.В., Черногор Л.Ф. Применение вейвлет-анализа к задаче обнаружения сверхширокополосных сигналов на фоне помех // Радиофизика и радиоастрономия. – 2002. – №1. – С. 46-63.

6. Лазоренко О.В., Лазоренко С.В., Черногор Л.Ф. Вейвлет-анализ модельных сигналов с особенностями. 2. Аналитическое и дискретное вейвлет-преобразования // Радиофизика и радиоастрономия. – 2007. – № 3. – С. 278-294.

7. Лазоренко О.В., Черногор Л.Ф. Сверхширокополосные сигналы и физические процессы. 2. Методы анализа и применение // Радиофизика и радиоастрономия. – 2008. – №4. – с. 270-322.

Рецензент: д.т.н., проф. Лєнков С.В., начальник науково-дослідного центру Військового інституту Київського національного університету імені Тараса Шевченка

**к.воен.н. Никифоров Н.Н., к.т.н., доц. Браун В.О., Демченко С.В.
ВЕЙВЛЕТ АНАЛИЗ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ**

В статье проведен анализ использования вейвлетов для описания сверхширокополосных сигналов. Рассмотрены преимущества и недостатки современных методов вейвлет-анализа сверхширокополосных сигналов и процессов, а также основного использования сверхширокополосных сигналов. Учитывая возможности предложенного подхода, использование вейвлет преобразований обладает очень хорошей частотно-временной разрешающей способностью, которая превосходит возможности других линейных преобразований. Поэтому выбор одного из этих преобразований определяется видом конкретного анализируемого сигнала. Сформированы требования, по которым одни методы обработки сверхширокополосных сигналов с использованием математического аппарата вейлет-анализа более удобно использовать при работе со сверхширокополосными сигналами, а другие – с традиционными узкополосными.

Ключевые слова: сверхширокополосные сигналы, непрерывное вейвлет-преобразование, аналитическое вейвлет-преобразование, дискретное вейвлет-преобразование, вейлет-анализ.

**Ph.D Nikiforov M.M, Braun V.O., Demchenko S.V.
WAVELET ANALYSIS OF UWB SIGNALS**

The author has analyzed the use of wavelets to describe ultra-wideband signals. The advantages and disadvantages of modern methods of wavelet analysis of UWB signals and processes, as well as the main use of ultra-wideband signals were studied. Given the possibility of the proposed approach, the use of wavelet transformations has a very good time-frequency resolution, which surpasses the capabilities of other linear transformations. Therefore the choice of one of these transformations is determined by the type of the analyzed signal. The requirements were defined, according to which some processing techniques of ultra-wideband signals using mathematical apparatus of wavelet analysis are more convenient to use while working with UWB signals, and others – with traditional narrowband signals.

Keywords: UWB signals, continuous wavelet transformation, analytic wavelet transformation, discrete wavelet transformation, wavelet analysis.