

## АДАПТИВНЫЙ ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ ФИЛЬТР НА ОСНОВЕ ЦИФРОВОЙ АНТЕННОЙ РЕШЁТКИ, ИНВАРИАНТНЫЙ К ДЛИТЕЛЬНОСТИ ПОЛЕЗНОГО СИГНАЛА

*Предлагается и теоретически обосновывается алгоритм построения адаптивного пространственного фильтра (ПФ), отличающегося свойством инвариантности по отношению к длительности полезного сигнала. Предлагаемая модель построения адаптивного ПФ позволяет реализовать потенциальные возможности ПФ при приёме полезных сигналов большой длительности, при сравнительно маломощных сигналах потери в отношении сигнал/помеха увеличиваются.*

*Ключевые слова: пространственный фильтр, корреляционная матрица, цифровая антенная решетка, автокомпенсатор.*

Как известно [2], выходной сигнал весового сумматора адаптивного пространственного фильтра  $z$  определяется выражением

$$z = \mathbf{K}^H \mathbf{Y}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{K}$  –  $N$ -мерный вектор-столбец весовых коэффициентов;

$H$  – знак эрмитового сопряжения;

$\mathbf{Y}$  –  $N$ -мерный вектор-столбец выходных сигналов приёмных каналов цифровой антенной решётки (ЦАР).

Пространственный фильтр и весовой сумматор называются адаптивными, если элементы вектора весовых коэффициентов в (1) изменяются при изменении количества, мощности и местоположения источников мешающих сигналов.

Решение о наличии полезного сигнала (сигнала источника излучения, находящегося на контролируемом направлении) на выходе весового сумматора принимается при выполнении условия

$$|z| \geq h_0, \quad (2)$$

где  $h_0$  – порог обнаружения, при котором обеспечивается заданное значение вероятности появления ошибки второго рода (в радиолокации эта ошибка называется ложной тревогой);

знак модуля в (2) означает, что с порогом сравнивается огибающая выходного сигнала весового сумматора.

Максимальное значение отношения сигнал/помеха  $q_0$ , равное

$$q_0 = \mathbf{v}_0^H \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{v}_0 \quad (3)$$

достигается при выборе вектора весовых коэффициентов в (1) из условия [3]:

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_0 = \mathbf{R}_n^{-1} \cdot \mathbf{v}_0, \quad (4)$$

где  $\mathbf{R}_n$  – корреляционная матрица помех на выходах приёмных каналов ЦАР размера  $N \times N$ ;

$\mathbf{v}_0$  –  $N$ -мерный вектор-столбец, описывающий амплитудно-фазовое распределение полезного сигнала на выходах приёмных каналов ЦАР, по сути дела, вектор-столбец  $\mathbf{v}_0$  определяет ожидаемое направление прихода сигнала, несущего полезную информацию для информационной системы.

По критерию максимума отношения сигнал/помеха на выходе весового сумматора весовой вектор  $\mathbf{K}_0$  в (4) можно назвать оптимальным весовым вектором.

Пространственный фильтр с весовыми коэффициентами, определяемыми выражением (4) является адаптивным, так как параметры корреляционной матрицы (КМ) помех на выходах приёмных каналов ЦАР зависят от количества источников мешающих сигналов, мощности излучаемых ими сигналов, и их местоположения.

При большой длительности полезного сигнала, по крайней мере, соизмеримого со временем оценки КМ выходных сигналов приёмных каналов ЦАР, достоверная оценка матрицы  $\mathbf{R}_\Pi$  практически невозможна, так как на выходе каждого из приёмных каналов имеет место неразделимая аддитивная смесь полезного и мешающего сигналов. Покажем, что замена КМ помех на КМ выходных сигналов приёмных каналов антенной решетки  $\mathbf{R}_0$ , то есть  $\mathbf{R}_\Pi \rightarrow \mathbf{R}_0$  в выражении (4), может привести к существенным потерям в отношении сигнал/помеха.

Для простоты будем полагать, что время оценки КМ достаточно для замены оценочной КМ на статистическую. В этом случае матрицу  $\mathbf{R}_0$  можно представить в виде:

$$\mathbf{R}_0 = \mathbf{R}_\Pi + \mathbf{R}_c, \quad (5)$$

где  $\mathbf{R}_c = P_{c1} \mathbf{v}_0 \mathbf{v}_0^H$  – КМ полезных сигналов на выходах приёмных каналов ЦАР;

$P_{c1}$  – мощность полезного сигнала на выходе приёмного канала ЦАР.

Матрицу вида (5) с учётом упомянутого выше, представления КМ полезных сигналов принято называть модифицированной матрицей [4].

Учитывая (5), и используя формулу обращения модифицированной матрицы для весового вектора  $\mathbf{K}_c$ , определенного по формуле:  $\mathbf{K}_c = \mathbf{R}_0^{-1} \cdot \mathbf{v}_0$ , получаем

$$\mathbf{K}_c = \frac{\mathbf{K}_0}{1 + q_0}. \quad (6)$$

С учётом (6) условие (2) обнаружения полезного сигнала на выходе весового сумматора при замене  $\mathbf{R}_\Pi \rightarrow \mathbf{R}_0$  в выражении (4) принимает вид:

$$|z| \geq h_c,$$

где  $h_c = h_0(1 + q_0)$  – порог обнаружения при условии замены в (4)  $\mathbf{R}_\Pi \rightarrow \mathbf{R}_0$ .

Однако, на практике, значение  $q_0$  априори неизвестно, поэтому значение порога  $h_c$  может быть выбрано либо завышенным, либо заниженным по сравнению с его номинальным значением, определяемым заданной вероятностью появления ошибки второго рода. В первом случае имеют место дополнительные потери в отношении сигнал/помеха, примерно равные отношению  $h_c / h_0$  [6], то есть в рассматриваемом случае равные  $(1 + q_0)$ . Во втором случае возможен рост потока ошибок второго рода, на входе системы вторичной обработки информации, что может привести к перегрузке последней [6].

В случае большой длительности полезного сигнала, помимо уменьшения модульного значения коэффициента передачи каждого из приёмных каналов ЦАР возможна, *частичная или полная компенсация* полезного сигнала в блоке адаптивной обработки выходных сигналов приёмных каналов ЦАР. Это утверждение наглядно подтверждают результаты статистического моделирования ПФ, приведенные в виде графиков на рис. 1, рассчитанных при действии одного источника помех по мощности в 10 раз превышающей сигнал и числе приёмных каналов равном 5, число независимых испытаний – 500.

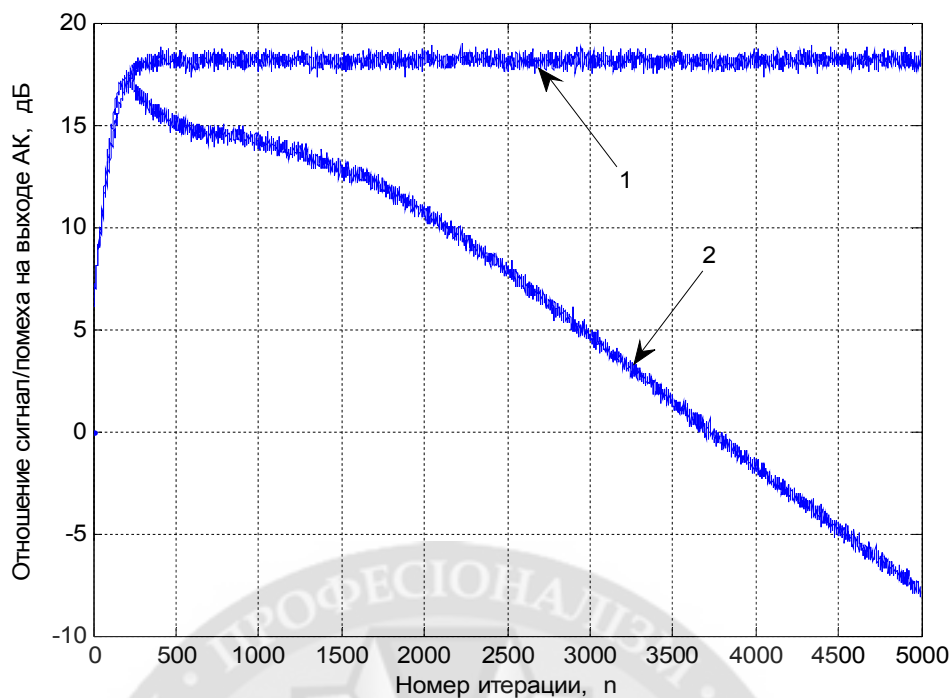


Рис. 1. Зависимость отношения сигнал/помеха на выходе адаптивного весового сумматора (автокомпенсатора)

Зависимость 1 на рис. 1 соответствует случаю принятия мер, направленных на исключение влияния полезного сигнала, на процесс формирования весовых коэффициентов адаптивного весового сумматора (автокомпенсатора), а кривая 2 – случаю отсутствия подобных мер. Видно, что в рассматриваемом случае, потери в отношении сигнал/помеха достигают 26 дБ и более. Можно показать, что с увеличением отношения  $P_{с1}/P_{п1}$  потери увеличиваются. Число независимых испытаний (500) дают основание на достаточное доверие результатам статистического моделирования.

Метод устранения влияния полезного сигнала большой длительности на эффективность работы адаптивного ПФ предложен в [2], является наиболее близким по совокупности признаков и техническому результату к предлагаемому в настоящей работе.

Однако, следует подчеркнуть, что практическая реализация предложенного в [2] ПФ возможна только лишь в том случае, когда априорно известны структура и параметры полезного сигнала. К сожалению, подобная информация в большинстве практических случаев отсутствует, например, в радиолокации структура полезного сигнала известна, но неизвестно время прихода отраженного от цели сигнала на входы приёмных элементов ЦАР.

В основу предлагаемой модели ПАФ поставлена задача разработать адаптивный ПФ инвариантный к длительности полезного сигнала, устраняющий недостаток предыдущего алгоритма и позволяющий реализовать потенциальные возможности ПФ при приёме полезных сигналов большой длительности.

Поставленная задача решается за счет предварительной обработки выходных сигналов ЦАР блоком матричного преобразователя с характеристикой  $T_0$ . Структурная схема, предлагаемого в качестве полезной модели, адаптивного ПФ приведена на рис. 2.

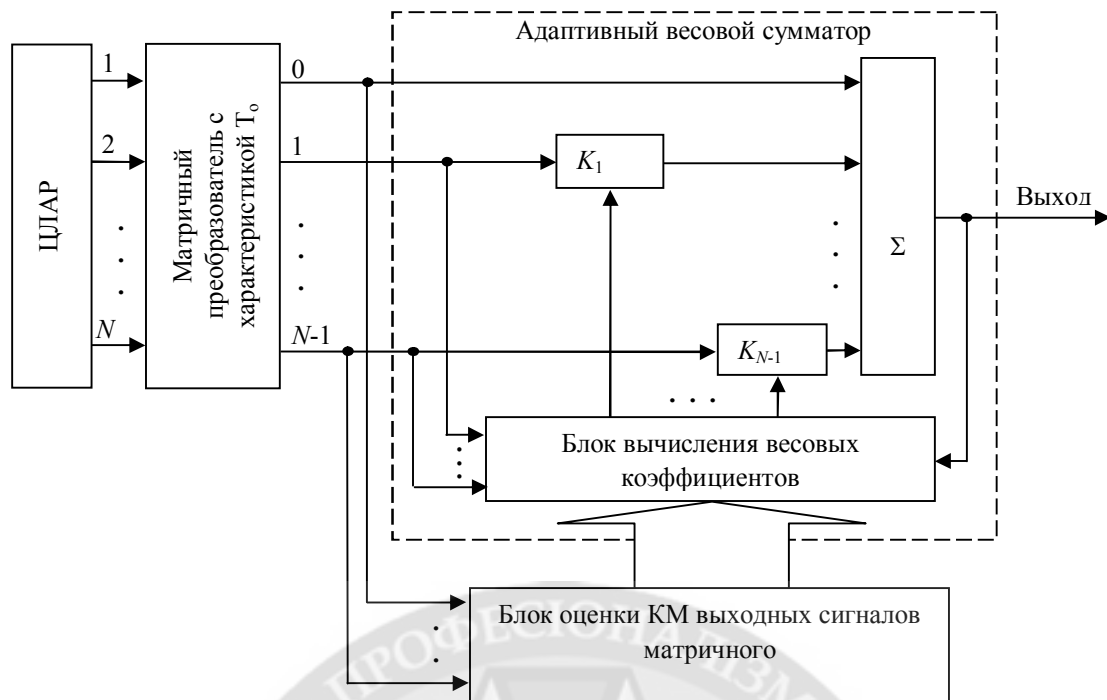


Рис. 2. Структурная схема адаптивного пространственного фильтра инвариантного к длительности полезного сигнала

Для решения поставленной задачи в структуру ПФ на основе адаптивного весового сумматора, инвариантного к продолжительности полезного сигнала, между ЦАР и адаптивным весовым сумматором включается блок матричного преобразователя с характеристикой  $T_0$ .

Матричный преобразователь на рис. 2 имеет характеристику (матрицу преобразования  $T_0$ ) следующего вида:

$$T_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_0^H \\ \mathbf{A} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где  $\mathbf{A}$  – матрица размера  $(N-1) \times N$ , полученная из матрицы ортогонального проектирования:

$$\mathbf{Pr}_\perp = \mathbf{I} - \frac{\mathbf{v}_0 \mathbf{v}_0^H}{N}$$

путём вычёркивания её первой строки;

$\mathbf{I}$  – единичная матрица размера  $N \times N$ .

Весовые коэффициенты дополнительных каналов приема  $K_1 \dots K_{M-1}$  (рис. 2) могут быть вычислены блоком вычисления весовых коэффициентов с использованием сигналов дополнительных каналов приема и сигнала обратной связи с выхода адаптивного весового сумматора. В этом случае, например, можно использовать рекуррентный метод вычисления весовых коэффициентов.

Вторым вариантом может быть предложен способ вычисления весовых коэффициентов дополнительных каналов приема блоком оценки КМ выходных сигналов матричного преобразователя, на который подаются сигналы основного и дополнительных каналов приема с выхода матричного преобразователя и не используется сигнал обратной связи с выхода адаптивного весового сумматора.

Покажем, что невырожденное преобразование  $T_0$  не изменяет потенциальных возможностей ПФ, если адаптивный весовой сумматор подключить не к выходам приёмных каналов ЦАР, а к выходам матричного преобразователя. При этом вектор весовых

коэффициентов весового сумматора после матричного преобразователя, разумеется, должен быть определён с использованием КМ выходных сигналов матричного преобразователя.

Вектор  $\mathbf{K}_{\text{оф}}$  оптимальных весовых коэффициентов адаптивного сумматора, включенного после матричного преобразователя, обеспечивающий получение максимального значения отношения сигнал/помеха на выходе сумматора, по аналогии с (4) должен быть равен:

$$\mathbf{K}_{\text{оф}} = \mathbf{R}_{\text{пф}}^{-1} \cdot \mathbf{v}_{\text{оф}}, \quad (8)$$

где  $\mathbf{R}_{\text{пф}} = \mathbf{T}_0 \cdot \mathbf{R}_{\text{п}} \cdot \mathbf{T}_0^H$  – матрица помеховых сигналов на выходах матричного преобразователя;

$\mathbf{v}_{\text{оф}} = \mathbf{T}_0 \cdot \mathbf{v}_0$  –  $N$ -мерный вектор-столбец, описывающий амплитудно-фазовое распределение полезного сигнала, на выходах матричного преобразователя.

С учётом введенных обозначений, получаем формулу для расчёта предельного отношения сигнал/помеха  $q_{\text{оф}}$  на выходе весового сумматора, включенного после матричного преобразователя

$$q_{\text{оф}} = P_{\text{с1}} \cdot \mathbf{v}_0^H \mathbf{R}_{\text{п}}^{-1} \mathbf{v}_0. \quad (9)$$

Сравнение соотношений (9) и (3) позволяет сделать вывод о том, что включение матричного преобразователя  $\mathbf{T}_0$  в состав адаптивного ПФ не изменяет его потенциальные возможности. Весовые коэффициенты в весовом сумматоре в схеме на рис.2 следует определять по формуле

$$\mathbf{K}_{\text{пр}} = \frac{\mathbf{R}_{\text{оф}}^{-1} \cdot \mathbf{b}_0}{\mathbf{b}_0^H \mathbf{R}_{\text{оф}}^{-1} \cdot \mathbf{b}_0}, \quad (10)$$

где  $\mathbf{R}_{\text{оф}}$  – КМ выходных сигналов матричного преобразователя;

$\mathbf{b}_0 = \mathbf{b} / (Nu_{\text{с1}})$  – нормированный вектор АФР полезного сигнала на выходах матричного преобразователя,  $\mathbf{b}_0^H = [1 \dots 0]$ ;

$\mathbf{b} = \mathbf{T}_0 \mathbf{v}_0$  – вектор-столбец, характеризующий АФР полезного сигнала после матричного преобразователя.

С учетом (7)

$$\mathbf{b}^H = [Nu_{\text{с1}} \ 0 \dots 0],$$

где  $u_{\text{с1}}$  – амплитуда полезного сигнала в каждом приемном канале ЦАР.

Используя общеизвестное правило обращения квадратной матрицы [4], нетрудно убедиться, что имеет место равенство

$$\mathbf{K}_{\text{пр}} = k_0 \cdot \mathbf{K}_{\text{оф}}, \quad (11)$$

где коэффициент  $k_0 = \mathbf{K}_{\text{оф}}(1)$  – коэффициент пропорциональности, определяемый как [4]

$$k_0 = \frac{\mathbf{D}_{\text{п}}}{N \cdot \mathbf{D}_{11}}, \quad (12)$$

где  $\mathbf{D}_{11}$  – алгебраическое дополнение элемента матрицы  $\mathbf{R}_{\text{пф}}$ , расположенного на пересечении первой строки и первого столбца этой матрицы;

$\mathbf{D}_{\text{п}}$  – определитель матрицы  $\mathbf{R}_{\text{пф}}$ .

С учётом (11) алгоритм (5) обнаружения полезного сигнала на выходе весового сумматора в схеме на рис.2 принимает вид:

$$|z| \geq \frac{N \cdot \mathbf{D}_{11}}{\mathbf{D}_{\Pi}} \cdot h_0. \quad (13)$$

С учётом смысла параметров, определяющих коэффициент  $k_0$ , можно утверждать, что значение множителя  $\mathbf{D}_{11}/\mathbf{D}_{\Pi}$  в (13) не зависит от факта наличия или отсутствия полезного сигнала на входах приёмных элементов ЦАР предлагаемой полезной модели. Другими словами, предлагаемый адаптивный ПФ, инвариантен к длительности полезного сигнала. При этом для практической реализации предлагаемой полезной модели в отличие от прототипа, не требуется информация ни о параметрах полезного сигнала, ни о его структуре.

Вектор весовых коэффициентов, определяемый выражением (10) представляет собой вектор весовых коэффициентов в так называемом автокомпенсаторе (АК) [1], в котором выделены, основной и  $(N-1)$  дополнительных каналов. Это означает, что для вычисления элементов весового вектора помимо прямого метода расчёта по формуле (10), можно использовать рекуррентный метод по формуле:

$$\mathbf{K}(n) = \mathbf{K}(n-1) - \mu \mathbf{U}_d(n) \cdot \mathbf{U}_{\text{вых } \Sigma}(n), \quad (14)$$

где  $\mathbf{U}_d$  –  $(N-1)$ -мерный вектор-столбец сигналов на выходах матричного преобразователя, подключённых к дополнительным каналам АК;

$\mathbf{U}_{\text{вых } \Sigma}$  – сигнал на выходе весового сумматора;

$\mu$  – шаговой множитель, определяющий скорость сходимости итерационного процесса;

$n$  – номер итерации.

Достоверность приведенных теоретических выкладок (кривая 1) подтверждена результатами статистического эксперимента, представленными в виде графика зависимостей отношения сигнал/помеха на выходе АК от номера итерации  $n$  на рис. 3.

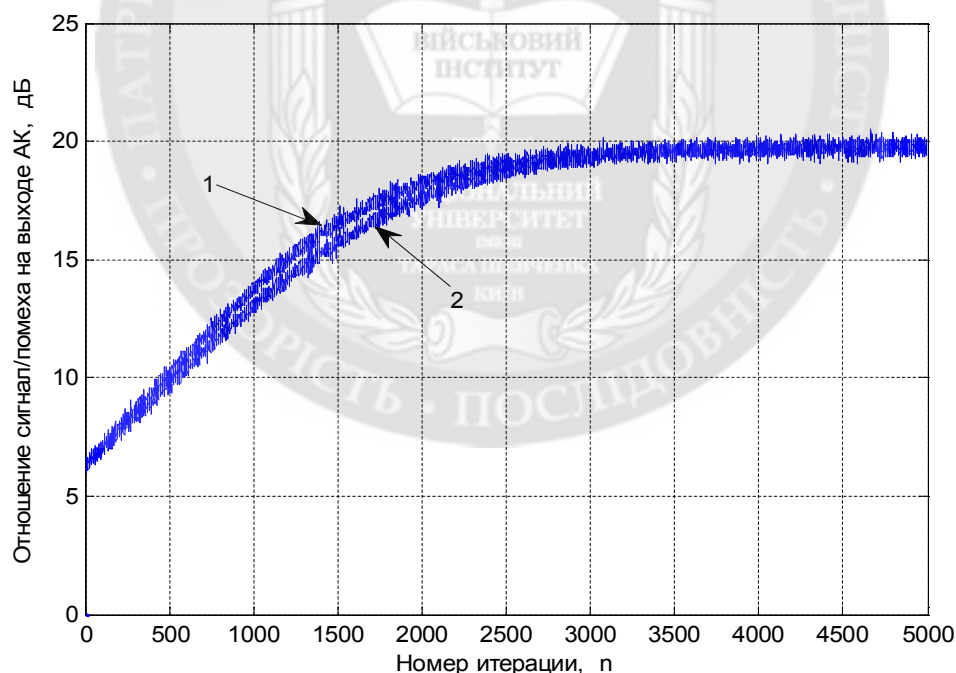


Рис. 3. Зависимости отношения сигнал/помеха на выходе пространственного фильтра на основе автокомпенсатора: 1 – с матричным преобразователем  $\mathbf{T}_0$ ; 2 – без матричного преобразователя

На этом же рисунке приведена аналогичная зависимость для случая отсутствия в составе ПФ матричного преобразователя  $\mathbf{T}_0$  (кривая 2), то есть для случая работы ПФ, предложенной в [2].

Результаты статистического моделирования, представленные на рис. 3 проведены для исходных данных, используемых ранее (теоретическое значение предельного отношения сигнал/помеха  $q_0$  для выбранной сигнально-помеховой обстановки:  $q_0 = 19,9$  дБ).

Из рисунка рис. 3 видно, что предлагаемая модель построения адаптивного ПФ позволяет реализовать потенциальные возможности ПФ при приёме полезных сигналов большой длительности, при сравнительно маломощных сигналах потери в отношении сигнал/помеха увеличиваются.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Мозинго Р.А. , Миллер Т.У. Адаптивные антенные решётки. Введение в теорию. Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1986. – 448 с.
2. Коун К.Ф.Н. , Грант П.Ф. Адаптивные фильтры. Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 392 с.
3. Хьюбер Дж.П. Робастность в статистике. Пер. с англ. – М.Мир, 1984. – 304 с.
4. Хорн Р., Джонсон Ч. Матричный анализ. – М.: Мир, 1989. – 655 с.
5. Горбаченко В.И. Вычислительная линейная алгебра с примерами на MATLAB . – СПб.: БХВ-Петербург, 2011. – 320 с.
6. Рао С.Р. Линейные статистические методы и их применение /С.Р. Рао. – М.: Мир, 1968. – 548 с.

**Рецензент:** д.т.н., доц. Гунченко Ю.О., профессор кафедры математичного забезпечення комп'ютерних систем, Одеський національний університет імені І.І. Мечникова

к.т.н., доц. Долгушин В.П., к.т.н., доц. Пампуха І.В., к.т.н. Лоза В.Н., Семибаламут К.М.  
**АДАПТИВНИЙ ПРОСТОРОВИЙ ФІЛЬТР НА ОСНОВІ ЦИФРОВОЮ АНТЕНОЇ РЕШІТКИ,  
ІНВАРІАНТНИЙ ДО ТРИВАЛОСТІ КОРИСНОГО СИГНАЛУ**

*Пропонується й теоретично обґрунтовується алгоритм побудови адаптивного просторового фільтра (ПФ), що вирізняється властивістю інваріантності стосовно тривалості корисного сигналу. Пропонована модель побудови адаптивного ПФ дозволяє реалізувати потенційні можливості ПФ при прийманні корисних сигналів великої тривалості, при порівняно маломощних сигналах втрати у відношенні сигнал/перешкода збільшуються.*

*Ключові слова:* просторовий фільтр, кореляційна матриця, цифрові антенні решітки, автокомпенсатор.

Ph.D. Dolgushin V.P., Ph.D. Pampukha I.V., Ph.D. Loza V.N., Semibalamut K.M.  
**ADAPTIVE SPATIAL FILTER BASED ON THE DIGITAL ANTENNA ARRAY  
THAT ARE INVARIANT TO THE DURATION OF OF THE USEFUL SIGNAL**

*It is proposed and theoretically substantiated algorithm for constructing an adaptive the spatial filter differing the invariance property with respect to the duration of the useful signal. The proposed model allows for the construction of the adaptive potential when receiving useful signals of long duration, with a relatively low-powered signals loss in the signal / noise ratio increases.*

*Keywords:* spatial filter, the correlation matrix, a digital antenna array compensator.