

ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА ТАБУ-ПОИСКА ДЛЯ МИНИМИЗАЦИИ СТОИМОСТИ ПРОВЕДЕНИЯ МНОГОФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Разработаны метод и программа оптимизации многофакторных планов эксперимента с помощью алгоритма табу-поиска. Показана эффективность в сравнении с другими методами оптимизации многофакторных планов эксперимента. Работоспособность и эффективность подтверждается совпадением или приближением оптимальных планов, полученных этим методом и методом полного перебора строк матрицы планирования экспериментов.

Ключевые слова: табу-поиск, оптимизация, планирование эксперимента, стоимость, оптимальный план.

Введение. Экспериментальные методы широко используются как в науке, так и в промышленности. При этом важное значение приобретает повышение эффективности экспериментальных исследований, направленных на получение адекватной математической модели процесса. Поэтому естественно стремление экспериментаторов получить такие модели при минимальных временных и стоимостных затратах. Одним из наиболее перспективных средств решения данной задачи являются методы планирования эксперимента (МПЭ).

Задача нахождения минимальной стоимости проведения эксперимента является NP-трудной и точное решение возможно найти только для небольшого количества факторов. А для числа факторов $k > 4$ количество перестановок резко увеличивается и на современном уровне развития вычислительной техники точно решить задачу не представляется возможным. В связи с этим становится актуальной задача разработки и исследования приближенных, в том числе метаэвристических, алгоритмов.

Класс метаэвристических алгоритмов [1] включает в себя алгоритмы оптимизации муравьиной колонии (ant colony optimization (ACO)), эволюционные вычисления, включая генетические алгоритмы (ГА), итеративный локальный поиск, метод имитации отжига и алгоритм табу-поиска (или поиска с запретами).

Постановка задачи. Планирование эксперимента позволяет решить задачу получения математической модели при минимальных стоимостных и временных затратах. Таким образом, необходимо синтезировать план эксперимента, имеющий минимальную стоимость проведения. На стоимость реализации эксперимента существенное влияние оказывает порядок чередования уровней изменения факторов. Наиболее часто встречаемые факторы, такие как температура, давление, концентрация реагирующих веществ, время реакции и другие требуют различных затрат на изменение уровней.

В общем случае задача выбора оптимального плана многофакторного эксперимента может быть сформулирована следующим образом.

Имеется полный взвешенный ориентированный граф G с множеством вершин $N = \{1, 2, \dots, n\}$, где $n = 2^k$, k -количество факторов. Веса всех дуг неотрицательны, необходимо найти путь с минимальной длиной. Исходная информация представляется в виде матрицы размерностью $n \times n$. $S_{i,j}$ - вес дуги (i, j) графа G , $i \neq j$; все элементы главной диагонали $S_{i,i} = \infty$ (заведомо большое число, чтобы исключить диагональ при вычислении стоимости проведения эксперимента). Стоимость перехода от i -го опыта к j -му равна $S_{i,j}$. Необходимо найти минимальную стоимость проведения эксперимента $S_{\text{общ}}$ такую, что

$$S_{\text{общ}} = \sum_{j=2}^n \sum_{i=1}^k S_{i,j} \rightarrow \min .$$

Оптимальным решением является перестановка, которая даёт минимальную стоимость проведения эксперимента. Известно, что эта задача является NP – полной, т.е. переборной. С ростом числа факторов (k) количества преобразований существенно возрастает. В табл. 1 приведены значения количества факторов и количества преобразований для $k = 2 \dots 5$.

Таблица 1

Количество преобразований планов МФЭ для $k = 2 \dots 5$

Количество факторов	Количество опытов в плане МФЭ	Количество преобразований
2	4	24
3	8	40320
4	16	2.092×10^{13}
5	32	$2,63 \times 10^{35}$

При синтезе оптимального плана эксперимента с количеством фактором больше четырех возникает еще и проблема длительности его построения. В связи с этим необходимо находить решения с помощью приближенных алгоритмов, таких как табу-поиск.

Анализ последних исследований и публикаций. Известны примеры построения многофакторных планов эксперимента, основанные на использовании следующих методов оптимизации: полный перебор строк матрицы планирования [2], случайный поиск [2], метод ветвей и границ [2], метод последовательного приближения [2], симплекс-метод [3], муравьиный алгоритм [4], генетические алгоритмы [5], метод отжига [6], жадный алгоритм [7], алгоритм ближайшего соседа [8].

Была доказана [2,9] эффективность применения этих методов при исследовании ряда различных объектов: технологических процессов, приборов, систем.

Каждый из этих методов имеет свои достоинства и недостатки. Например, при большом количестве факторов для перебора всех значений требуется много времени. А если применять другие алгоритмы, то можно получить только приближенный к оптимальному план эксперимента. Кроме того, они имеют ограничение на количество факторов k и различные показатели быстродействия. У алгоритма имитации отжига есть существенный недостаток – при одних и тех же данных результаты оптимизации могут быть разными. Это связано с тем, что в алгоритме используется случайная генерация двух чисел X, Y . Они могут отличаться от чисел, сгенерированных при первоначальной работе алгоритма, что напрямую повлияет на результат оптимизации.

Ввиду этого целесообразно для сравнения результатов оптимизации планов применить алгоритм табу-поиска.

Цель статьи. Разработка метода и программного обеспечения для оптимизации плана многофакторного эксперимента с использованием алгоритма табу-поиска.

Основные материалы исследования. Разработан метод оптимизации планов эксперимента по стоимостным затратам с использованием алгоритма табу-поиска. Алгоритм табу-поиска является метаэвристикой, которая основана на локальном поиске. На каждом шаге итерации в качестве нового текущего решения выбирается лучшее решение в окрестности текущего, даже если это приводит к увеличению стоимости решения. Таким образом, метод табу-поиска позволяет уйти от плохих локальных оптимумов.

Сущность применения алгоритма, схема которого приведена на рис.1, заключается в следующем.

Шаг 1. В начале работы алгоритма производится ввод количества факторов k .

Шаг 2. В зависимости от выбранного количества факторов осуществляется построение матрицы планирования эксперимента.

Шаг 3. Необходимо ввести стоимости переходов между уровнями для каждого из факторов.

Шаг 4. Вычисляется исходная стоимость проведения эксперимента.

Шаг 5. Создание начального решения x и множества $x^* = \{x\}$.

Шаг 6. Формирование счетчиков итераций для количества шагов N и длины списка запретов L .

Шаг 7. Выполняется проверка, достигнуто ли заданное количество итераций или нет. Если достигнуто, то выполняется шаг 23, в противном случае шаг 8.

Шаг 8. Выполняется перебор всех возможных опытов y ($y=2^k$) при планировании эксперимента. Если проанализированы переходы со всех опытов, то выполняется шаг 12, в противном случае шаг 9.

Шаг 9. Выполняется перебор всех возможных переходов с данного состояния в состояние заданное в исходной матрице планирования эксперимента. Если проанализированы все возможные переходы с данного состояния, то выполняется шаг 13, в противном случае шаг 10.

Шаг 10. Вычисление стоимости перехода из начального состояния в данное при текущем переходе (для i -того варианта перехода).

Шаг 11. Осуществляется переход к анализу следующего ($i+1$) перехода.

Шаг 12. Производится вычисление стоимости проведения многофакторного эксперимента как суммы всех локально оптимальных стоимостей переходов, полученных на шаге 10.

Шаг 13. Исходя из анализа всех возможных вариантов переходов из начального состояния в локально оптимальное состояние (при котором стоимость перехода будет минимальной) записывается этот локально оптимальный опыт в оптимизационную матрицу.

Шаг 14. На основе выбора локально оптимального опыта вычисляется стоимость перехода к этому опыту и записывается в общую стоимость проведения эксперимента.

Шаг 15. Выбирается следующий опыт для анализа и проверки.

Шаг 16. Осуществляется проверка, находится ли найденное решение в списке табу. Если находится, то выполняется шаг 20, в противном случае шаг 17.

Шаг 17. Запоминание найденного решения.

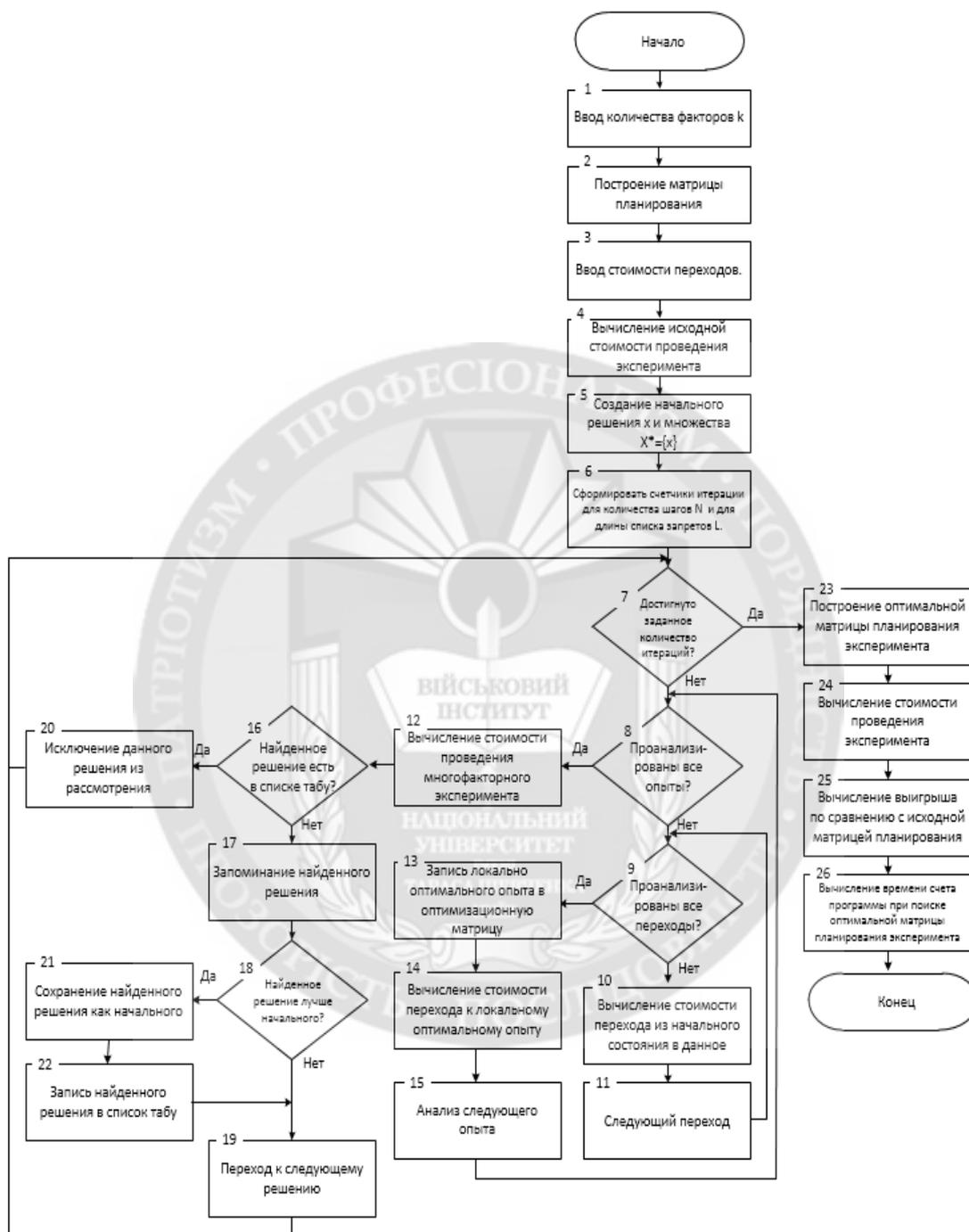


Рис. 1. Схема реализации метода оптимизации планов эксперимента, основанного на применении алгоритма табу-поиска

Шаг 18. Выполняется сравнение найденного решения с начальным. Если найденное решение лучше начального, то выполняется шаг 21, в противном случае шаг 19.

Шаг 19. Осуществляется переход к поиску следующего решения.

Шаг 20. Происходит исключение найденного решения из дальнейшего рассмотрения, так как оно находится в списке табу. Это позволяет уйти от локальных оптимумов.

Шаг 21. Осуществляется сохранение найденного решения как начального для сравнения с ним последующих вариантов.

Шаг 22. Выполняется запись найденного решения в список табу.

Шаг 23. После достижения заданного количества итераций выполняется построение оптимальной матрицы планирования эксперимента (основывается на том, что если на каждом локальном шаге выбирался оптимальный переход, то и общий план проведения эксперимента будет оптимальным).

Шаг 24. Вычисляется общая стоимость реализации эксперимента.

Шаг 25. Вычисление величины выигрыша (В) как отношения исходной стоимости проведения эксперимента ($C_{иск}$), найденной на шаге 4, к стоимости проведения эксперимента (C_{min}), найденной на шаге 24.

Шаг 26. Вычисляется время t , затраченное на оптимизацию плана многофакторного эксперимента с использованием алгоритма табу-поиска.

Проверка работоспособности разработанного метода и программного обеспечения, основанного на применении алгоритма табу-поиска, осуществлялась на ряде практических задач, решенных методами полного перебора и случайного поиска (случайная перестановка столбцов матрицы планирования эксперимента).

Для этого была также разработана программа случайной перестановки столбцов матрицы для количества факторов $k \leq 7$. Разработанные программы позволяют найти минимальную стоимость проведения эксперимента, последовательность реализации опытов, выигрыш по сравнению с исходной матрицей планирования и время счета

При просчете контрольных примеров для значения стоимостей изменения уровней факторов, приведенных в таблице 2, получены результаты оптимизации планов эксперимента полным перебором, случайным поиском и табу-поиском (таблица 3).

Таблица 2

Стоимости изменений уровней факторов

Стоимость перехода уровня фактора, усл.ед.	Количество факторов	Обозначение факторов						
		X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
из «-1» в «+1»	3	1	2	3	-	-	-	-
из «+1» в «-1»		1	3	2	-	-	-	-
из «-1» в «+1»	4	2	2	4	5	-	-	-
из «+1» в «-1»		1	3	3	6	-	-	-
из «-1» в «+1»	5	1	2	3	5	2	-	-
из «+1» в «-1»		1	1	3	6	1	-	-
из «-1» в «+1»	6	2	2	1	3	2	1	-
из «+1» в «-1»		1	4	3	6	1	3	-
из «-1» в «+1»	7	3	1	4	3	2	1	4
из «+1» в «-1»		2	4	3	6	1	3	2

На рис.2 представлены изменения выигрыша в стоимости реализации экспериментов для количества факторов $k=3 \dots 7$ при оптимизации планов эксперимента полным перебором, случайным поиском и табу-поиском.

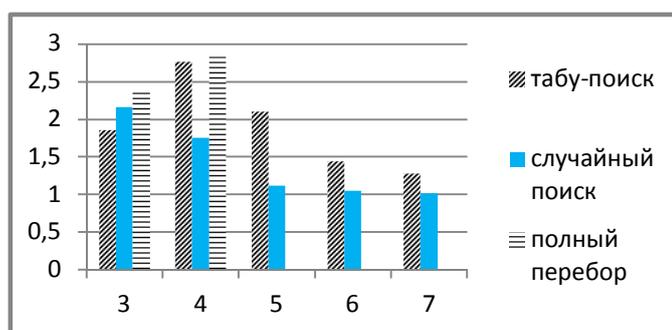


Рис. 2. Изменение выигрыша в стоимости реализации экспериментов

Таблица 3

Результаты оптимизации планов эксперимента

Метод поиска	Количество факторов k	$C_{исх}$, усл.ед.	C_{min} , усл.ед.	B	t, с
Полный перебор	3	26	11	2,36	24,28
	4	116	41	2,83	14400
Случайный поиск	3	26	11	2,17	1,47
	4	116	66	1,76	5
	5	156	140	1,11	17,44
	6	261	248	1,05	18000
	7	654	647	1,01	86400
Табу-поиск	3	26	14	1,86	0,01
	4	116	42	2,76	0,04
	5	156	76	2,10	0,41
	6	261	181	1,44	4,56
	7	654	512	1,28	45,18

Выводы. Разработан метод и программное обеспечение, реализующие оптимизацию многофакторных планов проведения экспериментов с применением алгоритма табу-поиска. На конкретных примерах доказана работоспособность и эффективность метода.

Поиск оптимального или близкого к оптимальному плана эксперимента, полученного этим методом, реализуется за существенно меньшее время счета, чем при полном переборе и методе случайного поиска (перестановки столбцов матрицы планирования). Применение разработанного метода и программного обеспечения, основанного на использовании алгоритма табу-поиска, эффективно при количестве факторов $k > 3$.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Щербина О.А. Метаэвристические алгоритмы для задач комбинаторной оптимизации (обзор) / О.А Щербина // Таврійський вісник інформатики та математики. – 2014. – №1(24). – С. 56-57.
2. Кошевой Н.Д. Оптимальное по стоимостным и временным затратам планирование эксперимента / Н.Д. Кошевой, Е.М. Костенко. – Полтава: издатель Шевченко Р.В., 2013. – 317 с.
3. Кошевой Н.Д. Оптимальное планирование эксперимента на основе симплекс-метода / Н.Д. Кошевой, Е.А. Сухобрус // Математичне моделювання. – Дніпродзержинськ: Дніпродзержинський державний технічний університет, 2012. – Вип. 1 (26).-С. 27-30.
4. Кошевой Н.Д. Оптимизация планов экспериментов с использованием алгоритма муравьиной системы / Н.Д. Кошевой, А.С. Чуйко // Метрологія та прилади, 2013. – №2 II (40). – С.135-137.
5. Кошевой Н.Д. Оптимальное планирование эксперимента с использованием генетических алгоритмов / Н.Д. Кошевой, Е.А. Сухобрус // Математичне моделювання. – Дніпродзержинськ: Дніпродзержинський державний технічний університет, 2013. – Вип. 2(29). – С. 36-40.
6. Кошевой Н.Д. Применение алгоритма имитации отжига для оптимизации многофакторных планов эксперимента / Н.Д. Кошевой, А.В. Бельмега, З.Э. Чистикова // Системи обробки інформації. – Харків: ХУПС ім. Кожедуба, 2015. – Вип. 6(131). – С. 103-106.

7. Кошевой Н.Д. Применение жадного алгоритма для оптимизации многофакторных экспериментов / Н.Д. Кошевой, А.В. Бельмега // Збірник наукових праць Військового інституту Київського національного університету ім. Тараса Шевченка. – К.: ВІКНУ, 2014. – Вип. 47. – С. 29-37.

8. Кошевой Н.Д. Оптимизация многофакторных планов эксперимента с помощью алгоритма ближайшего соседа / Н.Д. Кошевой, З.Э. Чистикова // Математичне моделювання та математична фізика. Матеріали конференції: Всеукраїнська наукова конференція присвячена 165-річчю з дня народження Софії Василівни Ковалевської; 22-25 вересня 2015р. – Кременчук, 2015. – С. 47-48.

9. Оптимальное планирование эксперимента при дослідженні технологічних процесів, приладів і систем: навч. посіб. / М.Д. Кошовий, О.М. Костенко, О.В. Заболотний та ін. – Х.: Нац. аерокосм. ун-т «Харк. авіац. ін-т», 2009. – 161 с.

REFERENCES:

1. Shherbina O.A. Metajevristicheskie algoritmy dlja zadach kombinatornoj optimizacii (obzor)/O.A. Shherbina//Tavrijs'kij visnik informatiki ta matematiki. - 2014.-№1(24).- S. 56-57.

2. Koshevoj N.D. Optimal'noe po stoimostnym i vremennym zatratam planirovanie jeksperimenta /N.D. Koshevoj, E.M. Kostenko. – Poltava: izdatel' Shevchenko R.V., 2013. – 317 s.

3. Koshevoj N.D. Optimal'noe planirovanie jeksperimenta na osnove simpleks-metoda /N.D. Koshevoj, E.A. Suhobrus// Matematichne modeljuvannja. – Dniprodzerzhins'k: Dniprodzerzhins'kij derzhavnij tehničnij universitet, 2012. – Vip. 1 (26).-S. 27-30.

4. Koshevoj N.D. Optimizacija planov jeksperimentov s ispol'zovaniem algoritma murav'inoj sistemy /N.D. Koshevoj, A.S. Chuško// Metrologija ta priladi, 2013. - №2 II (40) - S.135-137.

5. Koshevoj N.D. Optimal'noe planirovanie jeksperimenta s ispol'zovaniem geneticheskikh algoritmov /N.D. Koshevoj, E.A. Suhobrus// Matematichne modeljuvannja. – Dniprodzerzhins'k: Dniprodzerzhins'kij derzhavnij tehničnij universitet, 2013. – Vip. 2(29). – S. 36-40.

6. Koshevoj N.D. Primenenie algoritma imitacii otzhiga dlja optimizacii mnogofaktornyh planov jeksperimenta /N.D. Koshevoj, A. V. Bel'mega, Z.Je. Chistikova//Sistemi obrobki informacii.-Harkiv: HUPS im. Kozheduba, 2015. – Vip. 6(131). – S. 103-106.

7. Koshevoj N.D. Primenenie zhadnogo algoritma dlja optimizacii mnogofaktornyh jeksperimentov /N.D. Koshevoj, A.V. Bel'mega// Zbirnik naukovih prac' Vijs'kovogo institutu Kiivs'kogo nacional'nogo universitetu im. Tarasa Shevchenka. – К.: ВІКНУ, 2014. – Вип. 47. – С. 29-37.

8. Koshevoj N.D. Optimizacija mnogofaktornyh planov jeksperimenta s pomoshh'ju algoritma blizhajshego sosedja /N.D. Koshevoj, Z.Je. Chistikova //Математичне моделювання та математична фізика. Матеріали конференції: Всеукраїнська наукова конференція присвячена 165-річчю з дня народження Софії Василівни Ковалевської; 22-25 вересня 2015р. – Кременчук, 2015. – С. 47-48.

9. Optymal'ne planuvannja eksperimentu pry doslidzhenni tehnologichnyh procesiv, prykladiv i system: navch. posib. /M.D. Koshovyj, O.M. Kostenko, O.V. Zabolotnyj ta in. – H.: Nac. aerokosm. un-t «Hark. aviac. in-t», 2009. – 161 s.

Рецензент: д.т.н, проф. Угрюмов М.Л., професор кафедри інформатики Національного аерокосмічного університету ім. Н. Е. Жуковського «ХАИ».

д.т.н., проф. Кошовий М.Д., Беляєва А.А.

ЗАСТОСУВАННЯ АЛГОРИТМУ ТАБУ-ПОШУКУ ДЛЯ МІНІМІЗАЦІЇ ВАРТОСТІ ПРОВЕДЕННЯ БАГАТОФАКТОРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

Розроблені метод і програма оптимізації багатofакторних планів експерименту за допомогою алгоритму табу-пошуку. Показана його ефективність у порівнянні з іншими методами оптимізації багатofакторних планів експерименту. Працездатність та ефективність підтверджується збігом або наближенням оптимальних планів, отриманих цим методом і методом повного перебору строк матриці планування експериментів.

Ключові слова: табу-пошук, оптимізація, планування експерименту, вартість, оптимальний план.

Prof. Koshevoy N.D., Beliaieva A.A.

**APPLICATION TABU-SEARCH ALGORITHM TO MINIMIZE THE COST OF
CONDUCTING MULTIVARIATE EXPERIMENT**

The method and program optimization plans multifactor experiment using taboo search algorithm. The efficiency compared with other methods of optimization for multi-experiment plans. The efficiency and effectiveness is confirmed by coincidence or approximation of optimal plans, obtained by this method and exhaustive search term planning matrix planning experiments.

Tags: tabu search, optimization, experimental design, cost, optimal plan.