УДК 004.891

к.т.н., доц. **Муляр І.В.** (ХмНУ)
д.т.н., проф. **Лєнков С.В.** (ВІКНУ)
Михалечко Р.М. (ХмНУ)

ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРЕТИКО-ІГРОВИХ АЛГОРИТМІВ ДЛЯ ФОРМУВАННЯ БЕЗДРОТОВИХ AD HOC МЕРЕЖ

У статті розглядається задача формування топології бездротової ad hoc мережі з використанням динаміки найкращих, подвійних найкращих відповідей, а також динаміки зі змінним рангом рефлексії. На площині розташовані вузли, оснащені бездротовими передавачами. Кожен вузол може змінювати потужність свого передавача. Потрібно назначити передавачам такі потужності, щоб забезпечити зв'язність мережі і мінімізувати сумарну потужність. Завдання формування топології розглядається як некооперативна гра. Досліджуються алгоритми колективної поведінки вузлів, що використовують правило найкращої відповіді, алгоритм моделює поведінку «недалекоглядних» агентів 0-го рангу рефлексії, що використовують найкращу відповідь. Алгоритм подвійної найкращої відповіді це правило прийняття рішення, яке моделює поведінку агентів першого рангу рефлексії. Запропоновано два алгоритми формування мережі, що використовують метод подвійних найкращих відповідей. Ефективність запропонованих алгоритмів досліджується в численних експериментах і порівнюється з традиційним теоретично-ігровим алгоритмом простих найкращих відповідей.

Ключові слова: гра формування мережі, ad hoc мережі, рефлексія, подвійна найкраща відповідь.

Вступ. Теорія ігор займається описом і аналізом конфліктних ситуацій будь-якої природи. Під конфліктною ситуацією, або грою, розуміється взаємодію незалежних учасників, що володіють свободою волі і діючих відповідно до своїх власних інтересів. Гра не обов'язково являє собою антагоністичне протистояння, в якому завжди є переможець і переможений. Інтереси гравців можуть частково збігатися, але конфлікт полягає в тому, що кожен гравець прагне максимально збільшити свій виграш, не турбуючись про загальне благо або справедливості. Теорія ігор вивчає, якої поведінки слід чекати від раціональних гравців, до яких наслідків воно призведе, чи можна отримати результати, влаштовують кожного з гравців, і як забезпечити загальне благо при егоїстичних установках учасників.

Тут буде проведено графік публікацій робіт, присвячених застосуванню методів теорії ігор в області бездротових мереж. На рис. 1 показано зростання числа публікацій з 1995 року. Значення по осі абсцис показують число документів, що зустрічаються в електронних базах Science Direct, ACM Digital Library і IEEE Xplore по поєднанню ключових слів "wireless network game theory". Починаючи з 2003-2004 років спостерігається істотне зростання дослідницької активності з даної тематики.

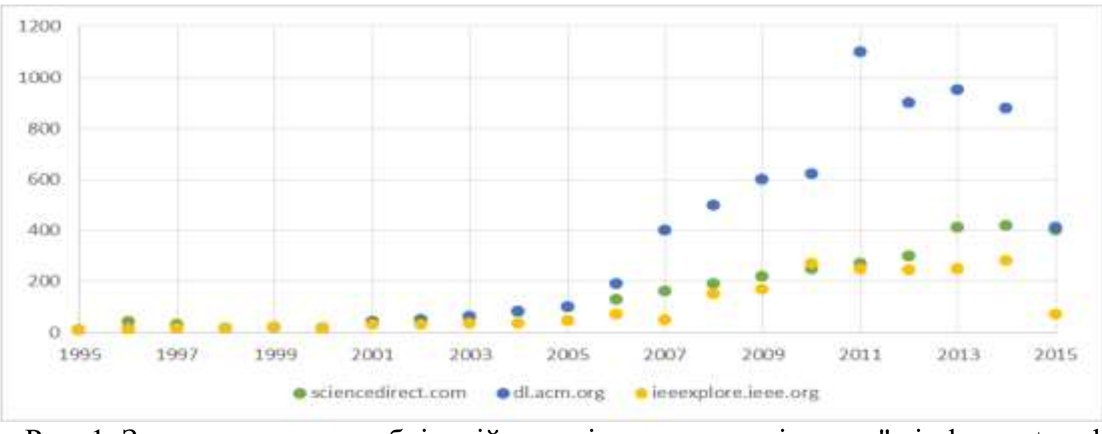


Рис. 1. Зростання числа публікацій, що містять ключові слова "wireless network game theory" в базах Science Direct (www.sciencedirect.com), ACM Digital Library (www.dl.acm.org) і IEEE Xplore (www.ieeexplore.ieee.org)

Динаміка найкращих відповідей. Розглянемо алгоритм, який дозволяє отримати зв'язну мережу, яка є однією з рівноваг Неша. Цей алгоритм моделює поведінку «недалекоглядних» агентів 0-го рангу рефлексії, що використовують найкращу відповідь (1).

$$BR_i(a_{-i}) = \underset{x \in A_i}{\arg\max}\, u_i(x, a_{-i}), \quad (1)$$

Він розглядається в [6], аналогічний алгоритм використовувався в [2]. У алгоритмі відтворюється динаміка послідовних найкращих відповідей (iterated best responses - IBR). Порядок дій вузлів вибирається довільно, наприклад, по зростанню MAC адресів.

Алгоритм 1(Послідовних найкращих відповідей).

1. (Ініціалізація). Кожен вузол встановлює максимальну потужність свого передавача $p_i^0 = p_i^{\max}$.
1. Формується граф $g^0 = g\left(p^{\max}\right)$.
2. (Адаптація). Черговий вузол i змінює потужність за правилом найкращої відповіді (1).

$p_i^{t+1} = BR_i\left(p_{-i}^t\right)$.

3. (Оновлення мережі). Формується новий граф.

$g_i^{t+1} = g\left(p_i^{t+1}, p_{-i}^t\right)$.

4. (Зупинка). Кроки 2 і 3 повторюються до тих пір, поки хоча б один вузол продовжує змінювати свою потужність.

Властивості цього алгоритму добре вивчені. В [6] доведено, що на кожному кроці алгоритму зберігається зв'язність мережі. Відповідно, отримана мережа також буде зв'язною. Також отримана мережа буде рівновагою Неша. Збіжність до рівноваги випливає з того, що гра управління топологією має порядкову потенційну функцію [4].

Повний цикл, коли кожен вузол рівно один раз змінить потужність, тобто крок 2 повториться n раз, назвемо однією ітерацією алгоритму. Динаміка найкращих відповідей сходиться до рівноваги Неша рівно за одну ітерацію. Настільки швидка збіжність зумовлена тим, що найкраща відповідь кожного вузла зводиться до вибору мінімального значення потужності, при якому ще зберігається зв'язність мережі. Після цього вузол вже не буде збільшувати свою потужність і не зможе зменшити її ще більше. При такому підході потужності може розподілитися дуже нерівномірно.

Як показано на рис. 2, ефективність отриманої рівноваги залежить від порядку, в якому діють вузли. Приклад мережі з 30 вузлів, сформованої алгоритмом послідовних найкращих відповідей на рис. 2а. Суцільними синіми лініями показані двосторонні ребра. Помаранчевими пунктирними лініями показані односторонні «надлишкові» ребра.

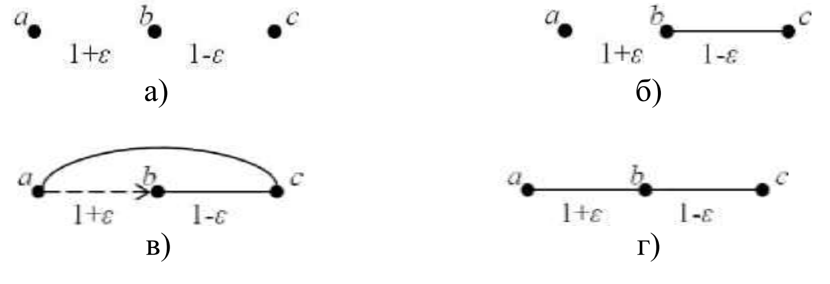


Рис. 2. Рівноваги в грі формування мережі з трьох вузлів. а) тривіальне неприпустиме рівновагу; б) інше неприпустиме рівновагу; в) субоптимальна рівновага; г) оптимальний баланс

Динаміка подвійних найкращих відповідей. Цей алгоритм побудований за прямої аналогії з динамікою найкращих відповідей, але агенти вибирають дії за правилом подвійної найкращої відповіді (2).

Подвійною найкращою відповіддю агента i на обстановку a_{-i} називається дія:

$$BR_i^2(a_{-i}) = \arg\max u_i(x, BR_{-i}(x, a_{-i})), \tag{2}$$

де $BR_{-i}(x, a_{-i}) = (BR_1(x, a_{-i}), \ldots, BR_{i-1}(x, a_{-i})),$

$(BR_{i+1}(x, a_{-i}), \ldots, BR_n(x, a_{-i}))$ - вектор одночасних найкращих відповідей інших агентів на вибір агентом i дії x.

__**Алгоритм 2**__ __(Послідовних подвійних найкращих відповідей).__

1. (ініціалізація). Кожен вузол встановлює початкову потужність свого передавача $p_i^0 = p^0$.

Формується граф $g^0 = g(p^0)$.

2. (Адаптація). Черговий вузол i змінює потужність за правилом подвійної найкращої відповіді (2) або (3)

$$p_i^{t+1} = BR_i^2(p_{-i}^t).$$

3. (Оновлення мережі). Формується новий граф $g^{t+1} = g(p_i^{t+1}, p_{-i}^t)$.
4. (Зупинка). Кроки 2 і 3 повторюються до тих пір, поки хоча б один вузол продовжує змінювати свою потужність.
5. (Завершення). Якщо граф g^t не зв'язний, всі вузли переходять на правило найкращого відповіді (1). Перехід до кроку 2.

Обмеженою подвійною найкращою відповіддю агента i на обстановку a_{-i} називається дія:

$$BR_{i,R_i}^2(a_{-i}) = \arg\max u_i\left(x, a_{N/R_i} BR_{R_i}(x, a_{-i})\right), \tag{3}$$

де a_{N/R_i} - дії агентів, що не входять в R_i, $BR_{R_i}(x, a_{-i})$ - найкращі відповіді агентів, що входять в R_i.

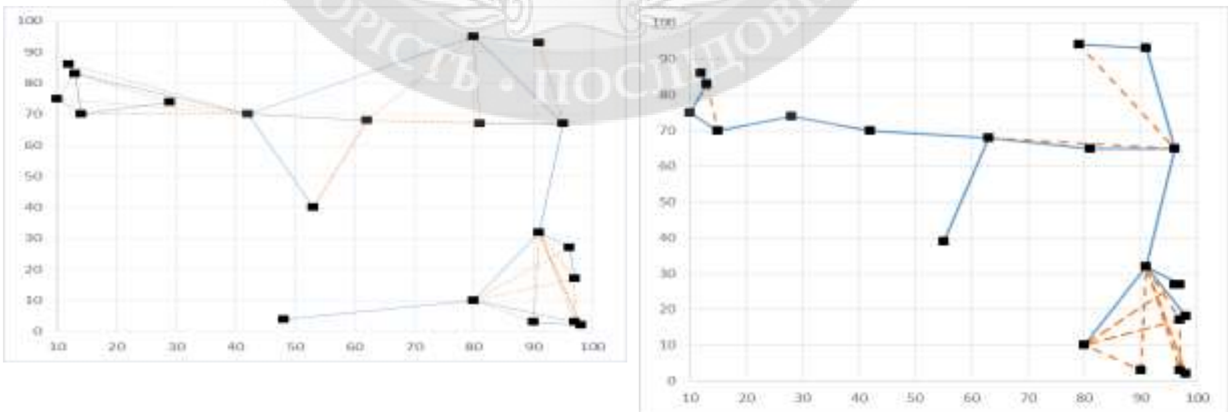


Рис. 3. Приклад мережі з 20 вузлів, сформованої алгоритмами а) послідовних найкращих відповідей; б) послідовних подвійних найкращих відповідей або $p_i^{t+1} = BR_i^2(p_{-i}^t)$, де R_i - рефлексивна множина

На кроці 2 замість правила (2) може використовуватися правило з обмеженням на рефлексивну множину агентів (3). В експериментах досліджуються обидві модифікації алгоритму.

Після зупинки на кроці 4 не завжди утворюється зв'язкова мережа. Але після запуску однієї ітерації динаміки найкращих відповідей зв'язкова мережу формується завжди. В процесі виконання кроків 2 і 3 можуть утворюватися односторонні зв'язку, для перетворення яких в двосторонні необхідний крок 5. На рис. 3б показана мережа, сформована алгоритмом 2.

Динаміка зі змінним рангом рефлексії. Перевага подвійної найкращої відповіді в тому, що вузол враховує дії своїх сусідів. Наприклад, якщо для зміни невигідної рівноваги потрібно розірвати мережу, вузол розраховує, що мережа буде відновлена іншими вузлами. Тут пропонується алгоритм, який комбінує гнучкість подвійної найкращої відповіді і надійність звичайного.

Якщо вузол може поліпшити свою корисність, застосувавши просту найкращу відповідь, то інше правило вже не використовується. Якщо проста найкраща відповідь не дозволяє поліпшити корисність, застосовується подвійна найкраща відповідь. У кожного вузла є лічильник c_i, який показує, скільки ще раз вузол може використовувати подвійну найкращу відповідь. Після кожного разу лічильник зменшується на 1. Якщо лічильник дорівнює 0, вузол може використовувати тільки просту найкращу відповідь.

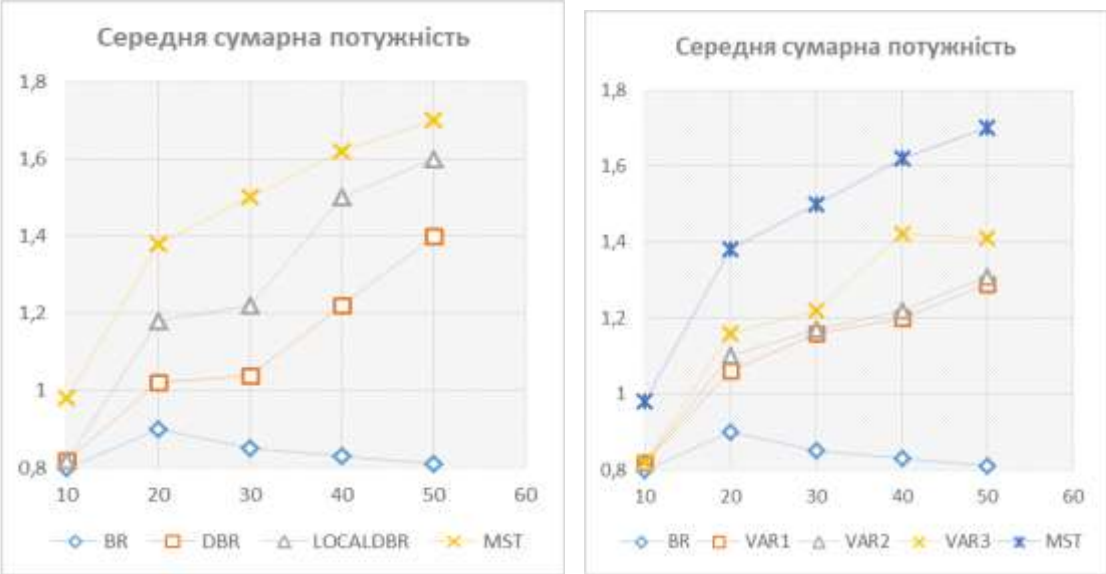
Алгоритм 3 (Зі змінним рангом рефлексії).

1. (Ініціалізація). Кожен вузол встановлює початкову потужність свого передавача $p_i = p^0$ і лічильник $c_i = c^0$. Формується граф $g^0 = g\left(p^0\right)$.
2. (Адаптація). Вузол i, обчислює свою найкращу відповідь (1),
   $p_i^{br} = BR_i\left(p_{-i}^t\right)$.
   Якщо $u_i\left(p_i^{br}, p_{-i}\right) > u_i\left(p_i, p_{-i}\right)$ і $u_i > 0$, то $p_i^{t+1} = p_i^{br}$.
   Інакше $p_i^{t+1} = BR_i\left(p_{-i}^t\right)$ і $c_i = c_i - 1$.
3. (Оновлення мережі). Після зміни потужності формується новий граф $g^{t+1} = g\left(p_i^{t+1}, p_{-i}^t\right)$.
4. (Зупинка). Кроки 2 і 3 повторюються до тих пір, поки хоча б один вузол продовжує змінювати свою потужність.

Цей алгоритм завжди сходиться до зв'язкової мережі за кінцеве число ітерацій. У наступному розділі за допомогою численних експериментів досліджується, як залежить ефективність алгоритма від початкового значення лічильника c^0.

Моделювання. Для проведення експериментів використовувалось середовище чисельного моделювання MATLAB. Вузли випадковим чином, слідуючи рівномірному розподілу, розміщувалися в квадраті 200 на 200 «умовних метрів». Щільність розташування становила 10, 20, 30, 40 і 50 вузлів на квадрат. Для кожного значення щільності було згенеровано 100 варіантів розташування. Максимальна потужність вузлів $p^{\max}$ була обрана таким чином, щоб радіус дії становив половину боку квадрата.

На рис. 4 показано, як змінюється сумарна потужність вузлів в мережах, одержуваних різними алгоритмами, в залежності від щільності розміщення вузлів. Порівняння проводилося з алгоритмом 1, використовують звичайну найкращу відповідь (BR на графіках), і з централізованим алгоритмом, що будують мінімальний кістяк (MST на графіках). В роботі [6] експериментально було показано, що мінімальний кістяк апроксимує оптимальне рішення з точністю 14-16%.

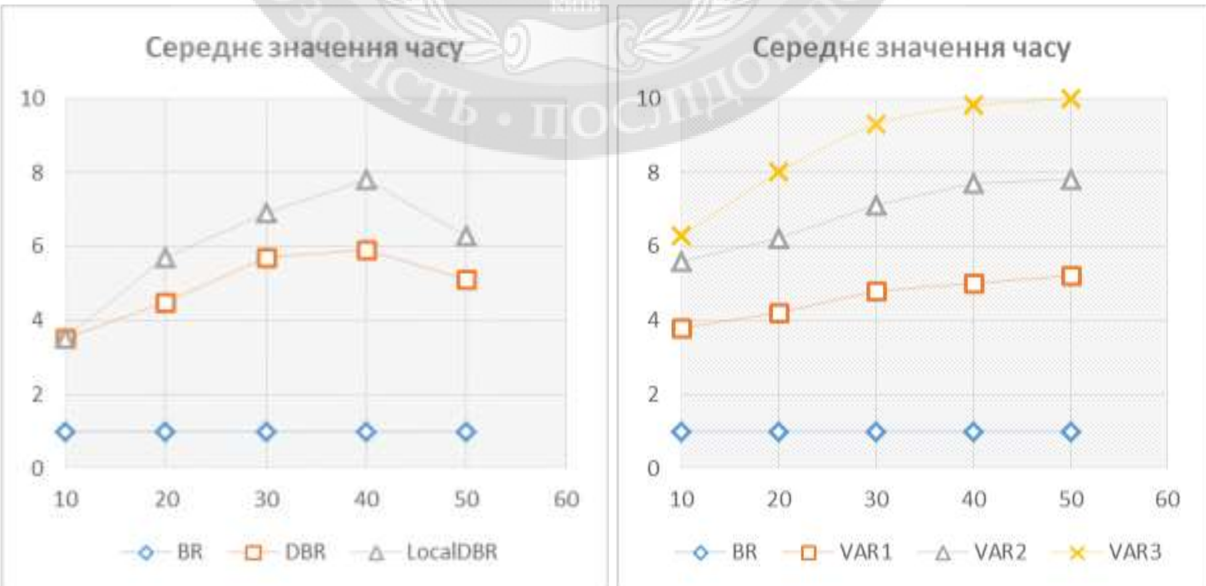


а) б)

Рис. 4. Порівняння ефективності алгоритмів. По осі x – число вузлів в мережі. По осі y - сумарна потужність вузлів для мереж, отриманих алгоритмами а) з постійним рангом рефлексії; б) зі змінним рангом рефлексії

Відзначимо, що жоден теоретико-ігровий алгоритм не превершив централізований алгоритм мінімального основного дерева. Це можна пояснити, оскільки функції корисності (4) враховують тільки локальну інформацію, в той час як в розпорядженні алгоритму MST глобальна інформація про мережу.

На рис. 4а порівнюються дві модифікації алгоритму 2. З використанням подвійної найкращої відповіді (6) (DBR на графіках) і обмеженої подвійної найкращої відповіді (2), де рефлексивні множини обмежувалися максимальним радіусом дії вузла (3) ($LocalDBR$ на графіках). Графіки DBR і $LocalDBR$ показують, що обмеження рефлексивних множин вузлів знижує ефективність алгоритму. Одночасно зростає час збіжності, як показано на рис. 3а. Можна зробити висновок, що підвищення рефлексивних здібностей агента збільшує ефективність рішення і знижує час, потрібний для формування мережі.



а) б)

Рис. 5. Порівняння швидкодії алгоритмів. По осі x - число вузлів в мережі. По осі y - середній час збіжності а) з постійним рангом рефлексії; б) зі змінним рангом рефлексії

Для алгоритму 3 зі змінним рангом рефлексії показаний результат для значень ліміту на використання рефлексії від 1 до 3 (на графіках $VAR1, VAR2, VAR3$). У міру збільшення ліміту ефективність алгоритму зростає, але різниця між значеннями 2 і 3. Для великих значень експерименти також проводилися, але зростання ефективності алгоритму припинився, тому ці результати не показані на графіках.

Графіки на рис. 5б показують, що при значенні ліміту більше 1 алгоритм зі змінним рангом перевершує по ефективності алгоритм з постійної подвійної найкращою відповіддю для мереж з високою щільністю вузлів (40 і 50 на графіках). Час збіжності показано на рис. 5б. Підвищення ліміту на використання подвійної найкращої відповіді збільшує час збіжності в середньому на 2 ітерації.

Експерименти показали, що заміна найкращої відповіді на правило подвійної найкращої відповіді підвищує ефективність алгоритмів і дозволяє отримувати мережі з меншою сумарною потужністю. Але також збільшується час збіжності алгоритмів. Звичайна найкраща відповідь для мережі будь-якого розміру сходиться за одну ітерацію. Наприклад, на рис. 5а показано, що подвійна найкраща відповідь для мережі з 30 вузлів сходиться в середньому за 5,5 ітерацій. При цьому рішення в середньому поліпшується на 30%.

Максимальне зростання ефективності подвійної найкращої відповіді показує для мереж середньої щільності 20 і 30 вузлів на область. Для цих мереж число можливих рівноваг вже достатньо велике, і домогтися такої ж ефективності просто запуском декількох ітерацій звичайної найкращої відповіді неможливе.

Алгоритм 3 зі змінним рангом рефлексії перевершує алгоритм 2, в якому вузли використовують тільки подвійну найкращу відповідь. При цьому для істотного підвищення ефективності досить, щоб кожен вузол міг більше 1 разу застосувати подвійну найкращу відповідь.

Висновки. В роботі досліджувалися алгоритми колективної поведінки, засновані на правилі подвійної найкращої відповіді.

Запропоновано три алгоритми формування мережі, в першому вузлі використовують тільки подвійну найкращу відповідь, в іншому динамічно змінюють ранг рефлексії, перемикаючись між звичайною найкращою відповіддю і подвійною. Ефективність алгоритмів досліджувалася в численних експериментах. Всі алгоритми, використовують подвійну найкращу відповідь, формують більш ефективні мережі, ніж алгоритм зі звичайною найкращою відповіддю.

Алгоритм, в якому рефлексивна безліч вузлів обмежується радіусом дії передавача, поступається алгоритму, в якому рефлексивні можливості вузлів не обмежувалися, по ефективності і швидкості збіжності. Алгоритм зі змінним рангом рефлексії показав трохи кращий результат, ніж алгоритм з постійним обмеженням подвійною найкращою відповіддю.

Можна зробити висновок, що використання подвійної найкращої відповіді підвищує ефективність алгоритмів колективної поведінки. Надалі динаміка подвійної найкращої відповіді буде досліджена аналітично. В ідеалі необхідно строго довести збіжність і ефективність у порівнянні з динамікою звичайної найкращого відповіді. А також сформулювати ті особливості гри формування топології, з якими пов’язані дані властивості динаміки подвійної найкращої відповіді. Також представляє інтерес дослідження ігор формування мереж з іншими функціями корисності агентів або іншими механізмами формування мережі.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Базенков Н.И. Рефлексия в задаче управления топологией беспроводной сети. Труды 55-й научной конференции МФТИ. Радиотехника и кибернетика. – М.: МФТИ, 2012. – Том 1. – 119 с.

2. Губко М.В. Управление организационными системами с сетевым взаимодействием агентов. Часть I: Обзор теории сетевых игр / Автоматика и телемеханика. – 2004. – №8. – 148 с.

3. Корепанов В.О. Модели рефлексивного группового поведения и управления. – М.: ИПУ РАН, 2011. – 127 с.

4. Новиков Д.А. Задача о диффузной бомбе / Проблемы управления. – 2011. – Том 5. – 73 с.

5. Чхартишвили А.Г. Рефлексивные игры. – М.: СИНТЕГ, 2003. – 149 с.

6. Althaus E. Power Efficient Range Assignment in Ad hoc Wireless Network / IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC 2003), New Orleans, LA, USA, March 2003. – Vol. 3. – 1894 p.

REFERENCES:

1. Bazenkov N.Y. Refleksyia v zadache upravlenyia topolohyei besprovodnoi sety. Trudy 55-y nauchnoi konferentsyy MFTY. Radyotekhnyka y kybernetyka.- M.: MFTY, 2012. - Tom 1. - 119 c.

2. Hubko M.V. Upravlenye orhanyzatsyonnumy systemamy s setevym vzaymodeistvyem ahentov. Chast I: Obzor teoryy setevykh yhr / Avtomatyka y telemekhanyka. — 2004. - №8.- 148 c.

3. Korepanov V.O. Modely refleksyvnoho hruppovoho povedenyia y upravlenyia. - M.: YPU RAN, 2011. — 127 s.

4. Novykov D.A. Zadacha o dyffuznoi bombe / Problemy upravlenyia. — 2011. - Tom 5. – 73 s.

5. Chkhartyshvyly A.H. Refleksyvnye yhry. - M.: SYNTEH, 2003. - 149 s.

6.Althaus E. Power Efficient Range Assignment in Ad hoc Wireless Network / IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC 2003), New Orleans, LA, USA, March 2003. - Vol. 3. – 1894 p.

Без рецензії.

к.т.н. Муляр И.В., д.т.н., проф. Ленков С.В., Михалечко Р.Н.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРЕТИКО-ИГРОВОЙ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ БЕСПРОВОДНЫХ AD HOC СЕТЕЙ

В статье рассматривается задача формирования топологии беспроводной ad hoc сети с использованием динамики лучших, двойных лучших ответов, а также динамики с переменным рангом рефлексии. На плоскости расположены узлы, оснащенные беспроводными передатчиками. Каждый узел может изменять мощность своего передатчика. Нужно назначить передатчикам такие мощности, чтобы обеспечить связность сети и минимизировать суммарную мощность. Задача формирования топологии рассматривается как некооперативная игра. Исследуются алгоритмы коллективного поведения узлов, использующих правило лучшей ответы, алгоритм моделирует поведение «недальновидных» агентов 0-го ранга рефлексии, используют лучший ответ. Алгоритм двойной лучшей ответы это правило принятия решения, которое моделирует поведение агентов первого ранга рефлексии. Предложены два алгоритма формирования, которые используют метод двойных лучших ответов. Эффективность предложенных алгоритмов исследуется в многочисленных экспериментах и сравнивается с традиционным теоретико-игровым алгоритмом простых лучших ответов.

Ключевые слова: игра формирования сети, ad hoc сети, рефлексия, двойной наилучший ответ.

Ph.D. Mulyar I.V., Prof. Lenkov S.V., Mykhalechko R.M.

THE APPLICATION OF GAME-THEORETIC ALGORITHMS FOR THE FORMATION OF WIRELESS AD HOC NETWORKS

The article considers the topology formation problem of wireless ad hoc network with the use of the dynamics of the best, double best responses and the dynamics with the changeable reflection rank. The nodes equipped with wireless transmitters are located in the plane. Each node can change the power of its transmitter. In order to provide network connectivity and minimize the total power you need to assign the appropriate power. The task of topology formation is considered as a non-cooperative game. The algorithms of collective nodes behavior that use the rule of best response are being researched, algorithm simulates the behavior of "shortsighted" agents of the reflection rank 0 that use the best response. The algorithm of the double best response is the rule of decision-making that simulates the behavior of the

agents of the 1st reflection rank. Two algorithms of network formation that use the method of double best responses are proposed. The effectiveness of the proposed algorithms is studied in numerical simulations and compared with the traditional game-theoretic algorithm of the simple best response.

Key words: game of the network formation, ad hoc networks, reflection, double best response.