УДК 517.977 д.т.н., проф. **Барабаш О.В.** (ДУТ)
к.т.н. **Дахно Н.Б.** (ДУТ)

# ДВОКРОКОВИЙ ВАРІАЦІЙНО-ГРАДІЄНТНИЙ МЕТОД В СИСТЕМАХ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ДЛЯ УПРАВЛІННЯ БЕЗПІЛОТНИМИ ЛІТАЛЬНИМИ АПАРАТАМИ

***Сучасність вимагає ефективного використання безпілотних літальних апаратів різного призначення. Тому необхідно розроблення і застосування сучасних методів по обґрунтуванню і синтезу систем керування безпілотних апаратів, як складних динамічних систем.***

***У даній роботі розглядаються динамічні моделі систем підтримки прийняття рішень для управління безпілотними літальними апаратами заданими рівняннями з*** $K$***-позитивно визначеними*** $K$***-симетричними операторами. Для дослідження зазначених моделей пропонується застосовувати двокроковий варіаційно-градієнтний метод.***

***Проведений аналіз показав, що для реалізації цього методу не потрібно знання спектра оператора, крім того, він має хорошу швидкість збіжності і більш стійкий до збурень в порівнянні з градієнтними методами. В роботі доводиться теорема про збіжність двокрокового варіаційно-градієнтного методу і отримані оцінки, які характеризують швидкість його збіжності. На основі доведеної теореми зроблено висновки про достатню ефективність застосування двокрокового варіаційно-градієнтного методу у складі програмного забезпечення систем підтримки прийняття рішень для керування безпілотними літальними апаратами.***

***Ключові слова: динамічні моделі, система підтримки прийняття рішень, польотне завдання, безпілотний літальний апарат, траєкторія польоту, варіаційно-градієнтний метод, градієнтний метод.***

**Постановка проблеми.** Безпілотні літальні апарати (БПЛА) є ефективним засобом для вирішення широкого спектра завдань як військового, так і народногосподарського характеру[1,2]. БПЛА мають велику перспективу застосування в тих областях, де відсутність пілота на борту дозволяє зробити літальний апарат більш компактним і дешевим, а також при виконанні робіт, пов'язаних з ризиком для життя і здоров'я людини.

Досягнення в області технологій мікроелектроніки і інформатики дозволяють вирішувати завдання зі створення БПЛА різного призначення і конструктивної компоновки [3]. Тому важливим є розробка сучасних методів по обґрунтуванню і синтезу систем керування БПЛА як складних динамічних систем. На жаль майже всі існуючі на сьогодні методи, що використовуються в системах управління сучасними БПЛА, є достатньо ресурсоємними.

Тому актуальним і перспективним є поширення двокрокового варіаційно-градієнтного методу на більш широкий клас рівнянь і застосування його до дослідження динамічних моделей систем підтримки прийняття рішень (СППР) для керування БПЛА.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Питанню дослідження СППР в задачах управління приділяється багато уваги [4–6]. Особливе місце в цих робота займають динамічні моделі підтримки прийняття рішень [7].

Серед великої кількості методів, що досліджують динамічні моделі найчастіше на практиці застосовують варіаційні, проекційні, градієнтні та різницеві методи. Останнім часом все частіше застосовуються підходи, які суттєво прискорюють швидкість збіжності цих методів, мають більш широку область застосування і більш стійкі до збурень [8,9].

Ці підходи поєднують у собі ідеї як варіаційних, так і градієнтних методів. Одним із представників цього класу є двокроковий варіаційно-градієнтний метод. Тому застосування двокрокового варіаційно-градієнтного методу до динамічних моделей СППР є актуальним.

**Основний матеріал.** Динамічна модель СППР описується задачею, що породжена рівнянням вигляду:

$$Au = f, \quad f \in H. \tag{1}$$

Оператор $A: D(A) \to H$ визначено на щільній в $H$ множині $D(A)$, є лінійним $K$-позитивно визначеним і $K$-симетричним, тобто існує оператор $K: D(K) \to H$ і $D(K) \subset D(A)$, який допускає замикання в $H$ і такий що:

$$\exists \alpha, \beta > 0 \ : \ (Au, Ku) \geq \alpha \|u\|^2, \quad \forall u \in D(A), \tag{2}$$

$$\|Ku\|^2 \leq \beta (Au, Ku), \quad \forall u \in D(A), \tag{3}$$

$$(Au, Kv) = (Ku, Av), \quad \forall u, v \in D(A). \tag{4}$$

Припустимо, що існує лінійний $K$-позитивно визначений і $K$-симетричний оператор $B: D(B) \to H$ і $D(B) = D(A)$, для якого просто побудувати обернений $B^{-1}$ і виконуються умови:

$$\begin{gathered} \exists \gamma, \delta > 0 \ : \ 0 < \gamma \leq \delta < \infty, \ \forall u \in D(A), \\ \gamma (Bu, Ku) \leq (Au, Ku) \leq \delta (Bu, Ku). \end{gathered} \tag{5}$$

При виконанні (2) – (5) рівняння (1) має єдиний узагальнений розв’язок [10] і, розв’язання рівняння (1) рівносильне знаходженню мінімуму функціоналу:

$$F(u) = (Au, Ku) - 2(f, Ku). \tag{6}$$

Розглядаємо рівняння (1) і припускаємо, що виконані умови (2) – (5).

Нехай $H_0$ деякий гільбертів підпростір такий що $H_0 \subset D(A) \subset H$ і $u_0 \in D(A)$ – довільне початкове наближення. Припустимо, що $k$-е наближення знайдено, тоді наступні наближення знаходяться за схемою:

$$u_{k+1} = x_k + w_k, \quad w_k \in H_0, \tag{7}$$

в якій елемент $x_k$ визначається з рівняння:

$$Bx_k = Bu_k + \alpha_k B\delta_k + \beta_k r_k, \tag{8}$$

$$Bx_0 = Bu_0 + \beta_0 r_0, \tag{9}$$

де $\delta_k = u_k - u_{k-1}$, $r_k = f - Au_k$ – нев’язка.

Невідомі параметри $\alpha_k, \beta_k$, та елемент $w_k$ знаходимо з умови мінімуму функціоналу:

$$F(u_{k+1}) = (Au_{k+1}, Ku_{k+1}) - 2(f, Ku_{k+1}). \tag{10}$$

Оскільки $B$ має обернений, метод (7) – (9) можна переписати у вигляді:

$$u_{k+1} = u_k + \alpha_k \delta_k + \beta_k B^{-1} r_k + w_k, \tag{11}$$

$$u_1 = u_0 + \beta_0 B^{-1} r_0 + w_0. \tag{12}$$

Перше наближення шукається згідно з однокроковим варіаційно-градієнтним методом [11]. Для наступних наближень, після перетворень з урахуванням формул (11) – (12), отримаємо співвідношення для визначення невідомих параметрів $\alpha_k, \beta_k$ та поправки $w_k$ при $k \geq 2$:

$$\alpha_k (A\delta_k, K\delta_k) + \beta_k (AB^{-1} r_k, K\delta_k) + (Aw_k, K\delta_k) = (r_k, K\delta_k), \tag{13}$$

$$\alpha_k (A\delta_k, KB^{-1} r_k) + \beta_k (AB^{-1} r_k, KB^{-1} r_k) + (Aw_k, KB^{-1} r_k) = (r_k, KB^{-1} r_k), \tag{14}$$

$$\alpha_k (A\delta_k, Kv) + \beta_k (AB^{-1} r_k, Kv) + (Aw_k, Kv) = (r_k, Kv), \quad \forall v \in H_0. \tag{15}$$

Побудуємо початкове наближення $u_0$ наступним чином:

$$u_0 = u_{-1} + w_{-1}, \tag{16}$$

де $u_{-1} \in D(A)$ довільний елемент, а $w_{-1} \in H_0$ знаходимо з умови:

$$(f - Au_{-1}, Kv) = 0, \quad \forall v \in H_0. \tag{17}$$

Перепишемо (17) у вигляді:

$$(f - Au_{-1}, Kv) = (Aw_{-1}, Kv), \quad \forall v \in H_0. \tag{18}$$

З рівняння (18) легко бачити, що коли $u_{k-1} = 0$, то за початкове наближення можна взяти елемент, побудований за методом Ріца.

Звертаємо увагу, що тоді

$$(r_k, Kv) = 0, \quad k \ge 0, \quad \forall v \in H_0. \tag{19}$$

Для $k = 0$ це випливає з рівності (17). Для $k = 1$ з однокрокового варіаційно-градієнтного методу. При $k \ge 2$ з визначення $r_k$ та (11) маємо:

$$r_{k+1} = r_k - \alpha_k A\delta_k - \beta_k AB^{-1} r_k - Aw_k. \tag{20}$$

З формули (20) і системи (15) бачимо, що (19) виконується для всіх $k \ge 2$.

Якщо $H_0$ підпростір породжений системою лінійно незалежних елементів $\{\varphi_i \;:\; i \ge 1\} \subset H$, поправку будемо шукати у вигляді:

$$w_k = \sum_{i=1}^{n} a_i^k \varphi_i, \tag{21}$$

де $\{a_i^k \;:\; k \ge 1, 1 \le i \le n\} \subset R$.

Тоді співвідношення (13) – (15) перетворюються у систему лінійно незалежних рівнянь:

$$\alpha_k (A\delta_k, K\delta_k) + \beta_k (AB^{-1} r_k, K\delta_k) + \sum_{i=1}^{n} a_i^k (A\varphi_k, K\delta_k) = (r_k, K\delta_k), \tag{22}$$

$$\alpha_k (A\delta_k, KB^{-1} r_k) + \beta_k (AB^{-1} r_k, KB^{-1} r_k) + \sum_{i=1}^{n} a_i^k (A\varphi_k, KB^{-1} r_k) = (r_k, KB^{-1} r_k), \tag{23}$$

$$\alpha_k (A\delta_k, K\varphi_j) + \beta_k (AB^{-1} r_k, K\varphi_j) + \sum_{i=1}^{n} a_i^k (A\varphi_k, K\varphi_j) = (r_k, K\varphi_j), \; j = \overline{1, n}. \tag{24}$$

З того, що оператор $A$ є $K$-позитивно визначеним і $K$-симетричним випливає, що система (22) – (24) має єдиний розв'язок відносно $\alpha_k, \beta_k$ і $a_i^k$.

**Теорема 2.2.** Якщо в рівнянні (1) оператор $A$ задовольняє умовам (2) – (5), $u_0$ – початкове наближення знайдене за методом Ріца, то двокроковий варіаційно-градієнтний метод (7) – (15) збігається і швидкість збіжності характеризується оцінкою:

$$\left\| u^* - u_k \right\|_B \le q_k \sqrt{\frac{1}{\sigma\gamma}} \left\| B^{-1}(f - Au_0) \right\|_B,$$

де

$$q_k = \frac{2\xi^k}{1 + \xi^{2k}}, \qquad \xi = \frac{\sqrt{\sigma} - \sqrt{\eta}}{\sqrt{\sigma} + \sqrt{\eta}}. \tag{25}$$

**Доведення:**

На множині $D(B)$ задамо новий скалярний добуток [12]:

$$[u, v] = (Bu, Kv), \; u, v \in D(B) \tag{26}$$

і норму

$$\|u\|_B^2 = [u, u], \quad u \in D(B).$$

Замикання множини $D(B)$ в сенсі метрики (26) будемо називати енергетичним простором $H_B$ оператора $B$.

Позначимо

$$G = B^{-1} A, \; g = B^{-1} f, \tag{27}$$

і розглянемо рівняння:

$$Gu = g. \tag{28}$$

Оператор $G$, як показано в [11], є лінійним, позитивно визначеним симетричним і обмеженим в $H_B$. А умова (5) набуде вигляду:

$$\gamma\|u\|_B^2 \le [Gu, u] \le \delta\|u\|_B^2, \quad u \in H_B. \tag{29}$$

Задача мінімізації функціоналу (6) рівносильна задачі знаходження мінімуму на просторі $H_B$ функціоналу:

$$F(u) = [Gu, u] - 2[g, u]. \tag{30}$$

З урахуванням заміни (27) виконавши певні перетворення, метод (7) – (15) прийме вигляд:

$$u_{k+1} = u_k + \alpha_k\delta_k + \beta_k\varepsilon_k + w_k, \quad w_k \in H_0 \subset H_B, \quad k \ge 1, \tag{31}$$

$$u_1 = u_0 + \beta_0\varepsilon_0 + w_0, \quad w_0 \in H_0 \subset H_B, \quad u_0 \in H_B, \tag{32}$$

де

$$\varepsilon_k = g - Gu_k. \tag{33}$$

А співвідношення (13) – (15) для визначення невідомих $\alpha_k, \beta_k$ та елемента $w_k$ еквівалентні співвідношенням:

$$\alpha_k[G\delta_k, \delta_k] + \beta_k[G\varepsilon_k, \delta_k] + [Gw_k, \delta_k] = [\varepsilon_k, \delta_k], \tag{34}$$

$$\alpha_k[G\delta_k, \varepsilon_k] + \beta_k[G\varepsilon_k, \varepsilon_k] + [Gw_k, \varepsilon_k] = [\varepsilon_k, \varepsilon_k], \tag{35}$$

$$\alpha_k[G\delta_k, v] + \beta_k[G\varepsilon_k, v] + [Gw_k, v] = [\varepsilon_k, v], \tag{36}$$

Отже, розв'язання рівняння (1) методом (7) –(15) зводиться до розв'язання рівняння (28) методом (31) – (36) в просторі $H_B$.

З формули (19) випливає, що

$$[\varepsilon_k, v] = 0, \quad \forall v \in H_0, \quad k \ge 1. \tag{37}$$

Якщо поправку $w_k$ шукати у вигляді

$$w_k = y_k + \alpha_k s_k + \beta_k v_k, \; s_k = y_k - y_{k-1},$$

то рівності (34) – (36) набудуть вигляду:

$$[Gv_k, \varphi_i] = -[G\varepsilon_k, \varphi_i], \qquad i = \overline{1, n}, \tag{38}$$

$$\alpha_k[G\delta_k, \delta_k] + \beta_k[G\delta_k, \varepsilon_k + v_k] = [\delta_k, \varepsilon_k], \tag{39}$$

$$\alpha_k[G\delta_k, \varepsilon_k] + \beta_k[G(\varepsilon_k + v_k), \varepsilon_k] = [\varepsilon_k, \varepsilon_k]. \tag{40}$$

Розглянемо лінійний оператор $Z$ визначений за формулою:

$$Zy = y + h, \quad y \in H_B,$$

де $h \in H_0 \subset H_B$ є розв'язком рівняння:

$$PG(y + h) = 0.$$

Тут $P$ оператор ортогонального проектування $H_B$ на $H_0$.

Зауважимо, що оператор $Z$ має властивості:

$$QZ = Q, \quad ZQ = Z, \quad QGZ = GZ, \quad Z^2 = Z, \tag{41}$$

де $Q = I - P$.

Введемо оператор

$$W = GZ. \tag{42}$$

Оператор $W$ є лінійним, симетричним, відображає простір $H_B$ на $H_0^{\perp}$ і виконується умова:

$$\sigma\|u\|_B^2 \le [Wu, u] \le \eta\|u\|_B^2, \quad \forall u \in H_0^{\perp}, \tag{43}$$

причому

$$\gamma \le \sigma \le \eta \le \delta.$$

Розглянемо рівняння:

$$Wz = q, \qquad z \in H_0^{\perp}, \tag{44}$$

де $q = g - Gu_0$, $u_0$ – початкове наближення рівняння (28) побудоване за методом Ріца. Рівняння (44) має єдиний розв’язок $z^*$.

З рівності (37), (33) та означення оператора $P$ маємо:

$$PG(u^* - u_0) = 0, \qquad Zu^* = u^* - u_0,$$

де $u^*$ – узагальнений розв’язок рівняння (28).

З рівності (37), (33) та означення оператора $P$ маємо:

$$0 = q - Wz^* = g - Gu_0 - GZz^* = g - G(u_0 + Zz^*), \tag{45}$$

$$\begin{aligned} 0 = g - Gu^* = g - Gu_0 + Gu_0 - Gu^* = q - G(u^* - u_0) = \\ = q - GZu^* = q - GZQu^* = q - WQu^*. \end{aligned} \tag{46}$$

З рівнянь (45) і (46) можна зробити висновок, що рівняння (28) і (44) рівносильні і їх розв’язки пов’язані формулами:

$$u^* = u_0 + Zz^*, \qquad z^* = Qu^*. \tag{47}$$

З вище приведеного факту, властивостей оператора $Z$, формул (41) і (42), (44) маємо:

$$\begin{aligned} F(u) = [Gu, u] - 2[g, u] = [G(u - u^*), u - u^*] - [Gu^*, u^*] = \\ = [W(z - z^*), z - z^*] - [q, z^*] - [Gu_0, u_0] = \\ = [Wz, z] - 2[q, z] - [Gu_0, u_0]. \end{aligned}$$

Тобто приходимо до висновку, що задача знаходження мінімуму функціоналу (30) в просторі $H_B$ рівносильна задачі знаходження мінімуму в просторі $H_0^{\perp}$ функціоналу:

$$\Phi(z) = (Wz, z) - 2(q, z). \tag{48}$$

Нехай $\{u_k\}_{k \ge 1}$ – послідовність побудована двокроковим варіаційно-градієнтним методом (7) – (15), де $u_0$ - наближення знайдене за методом Ріца.

Ми вже довели, що послідовність побудована за методом (7) – (15) для рівняння (1) і послідовність, побудована за методом (31) – (36) для рівняння (28) еквівалентні. Тому можемо розглядати послідовність $\{u_k\}_{k \ge 1}$ утворену згідно методу (31) – (36). З цієї послідовності утворимо нову послідовність:

$$z_k = Qu_k, \qquad z_0 = 0, \tag{49}$$

і доведемо, що вона мінімізує функціонал $\Phi(z)$ (48).

Для цього запишемо співвідношення (37) і (37) у вигляді:

$$P\varepsilon_k = 0, \qquad PG(v_k + \varepsilon_k) = 0, \qquad k \ge 1. \tag{50}$$

Оскільки $u_0$ наближення знайдене за методом Ріца, то

$$PGu_0 = Pg. \tag{51}$$

З визначення оператора $Z$ випливає, що

$$\begin{aligned} Zu_k = u_k + h_k, \qquad PG(u_k + h_k) = 0, \\ h_k \in H_0, \qquad k \ge 1. \end{aligned} \tag{52}$$

З співвідношень (50), (51) і (33) отримаємо рівність:

$$P\varepsilon_k = P(g - Gu_k) = PG(u_0 - u_k) = 0, \qquad k \ge 1.$$

Звідки випливає, що в формулах (52) $h_k = -u_0$, $k \ge 1$. Тобто, з врахуванням властивостей $ZQ = Z$ і позначення (49), маємо:

$$u_k = u_0 + Zu_k = u_0 + Zz_k, \qquad k \ge 1. \tag{53}$$

З формули (50) і визначення оператора $Z$ отримаємо співвідношення:

$$\varepsilon_k + v_k = Z\varepsilon_k, \qquad k \ge 1. \tag{54}$$

На підставі формул (33), (44), (53), (54) маємо:

$$\begin{gathered} \varepsilon_k = g - Gu_k = g - Gu_0 - G(u_k - u_0) = \\ = q - GZz_k = q - Wz_k, \end{gathered} \tag{55}$$

$$G(v_k + \varepsilon_k) = GZ\varepsilon_k = W\varepsilon_k, \tag{56}$$

$$\begin{gathered} \delta_k = u_k - u_{k-1} = Zz_k - Zz_{k-1} = Z\hat{\delta}_k, \\ \hat{\delta}_k = z_k - z_{k-1,} \end{gathered} \tag{57}$$

$$G\delta_k = GZ\hat{\delta}_k = W\hat{\delta}_k. \tag{58}$$

Застосовуючи до рівностей (31), (32) оператор $Q$, враховуючи (39), (40), (49), (50), (55) – (58) і властивість $QW=W$, отримаємо:

$$z_1 = \beta_0\varepsilon_0, \quad \varepsilon_0 = q, \quad \beta_0(W\varepsilon_0, \varepsilon_0) = (\varepsilon_0, \varepsilon_0),$$

$$z_{k+1} = z_k + \alpha_k\hat{\delta}_k + \beta_k\varepsilon_k,$$

$$\alpha_k[W\hat{\delta}_k, \hat{\delta}_k] + \beta_k[W\hat{\delta}_k, \varepsilon_k] = [\hat{\delta}_k, \varepsilon_k],$$

$$\alpha_k[W\hat{\delta}_k, \varepsilon_k] + \beta_k[W\varepsilon_k, \varepsilon_k] = [\varepsilon_k, \varepsilon_k].$$

Тобто, послідовність $z_k$ будується за методом спряжених напрямків, де за початкове наближення береться елемент $z_0 = 0$, цей метод збігається в просторі $H_0^{\perp}$ до розв'язку $z^*$ рівняння (44) і швидкість збіжності характеризується оцінкою:

$$[W(z_k - z^*), z_k - z^*] \le q_k^2[Wz^*, z^*], \tag{59}$$

де $q_k$ задовольняє рівності(25).

Враховуючи властивість $QW=W$ і формули (42), (47), (53) маємо співвідношення:

$$[W(z_k - z^*), z_k - z^*] = [GZz_k - GZz^*, u_k - u^*] = [G(u_k - u^*), u_k - u^*].$$

З якого і умов (29), (43) отримаємо:

$$\gamma\left\|u^* - u_k\right\|_B^2 \le [W(z^* - z_k), z^* - z_k], \tag{60}$$

$$\sigma\left[Wz^*, z^*\right] \le \left[Wz^*, Wz^*\right] = \|q\|_B^2 = \|g - Gu_0\|_B^2 = \|\varepsilon_0\|_B^2. \tag{61}$$

З оцінок (60), (59) і (51) випливає:

$$\left\|u^* - u_k\right\|_B^2 \le \frac{1}{\sigma\gamma} q_k^2 \left\|g - Gu_0\right\|_B^2.$$

*Теорема доведена.*

Якщо $B = K = I$ – тотожні оператори, то метод (7) – (15) перетворюється в прискорений варіаційно-градієнтний метод, який розглянуто в [13].

**Висновки.** Аналіз оцінок, отриманих в результаті доведення теореми дозволяє зробити висновки, що двокроковий варіаційно-градієнтний метод для лінійних рівнянь з $K$-позитивно визначеним і $K$-симетричним оператором, має хорошу швидкість збіжності і не потребує знання спектра оператора.

Тому реалізація двокрокового варіаційно-градієнтного методу в процесі автоматизації керування безпілотним літальним апаратом дозволить досягти нової якості функціонування автоматизованих систем управління, істотно підвищити оперативність обробки інформації в процесах прийняття рішень і, тим самим, підвищити якість і ефективність управління БПЛА.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Беспилотные летательные аппараты: Методики приближенных расчетов основных параметров и характеристик/ В.М. Ильюшко, М.М. Митрахович, А.В. Самков, В.И. Силков и др.; под об. ред. В.И. Силкова. – К.: ЦНИИ ВВТ ВС Украины, 2012. – 302 с.

2. Харук А.І. Деякі аспекти висвітлення у зарубіжній періодиці участі української авіації в антитерористичній операції на Сході України (за публікаціями 2014 р.) / А.І. Харук // Військовонауковий вісник. – Вип. 24. – Львів: НАСВ, 2015. – С. 206–218.

3. Лобатый А.А. Интервально-оптимальное программное управление летательным аппаратом / А.А. Лобатый, М.А. Аль-Машхандани // Наука и техника. –Минск: Белорусский национальный технический университет, 2014. – №1. С.24-29.

4. Барабаш О.В. Побудова нечіткої бази знань системи управління складною організаційно-технічною системою / О.В. Барабаш, В.А. Савченко, А.С. Слюняєв // Авиационно-космическая техника и технология. - Х.: Національний аерокосмічний університет імені МЄ Жуковського, 2010. - № 2. - С. 79 – 82.

5. Герасимов Б.М. Системы поддержки принятия решений: проектирование, применение, оценка эффективности / Б.М. Герасимов, М.М. Дивизинюк, И.Ю. Субач. – Севастополь: Изд.центр СНИЯЭиП, 2004. – 320 с.

6. Барабаш О.В. Нечіткі моделі опису ситуацій в системах автоматичного управління літальним апаратом / О.В. Барабаш, Д.М. Обідін, Р.В. Хращевський // Збірник наукових праць Військового інституту Київського національного університету імені Тараса Шевченка. – К., 2012. – № 38. – С. 6 – 13.

7. Герасимов Б.И. Дифференциальные динамические модели : учеб. пособие / Б. И. Герасимов, Н. П. Пучков, Д. Н. Протасов ; Тамб. гос. техн. ун-т. - Тамбов : ТГТУ, 2010. - 80 с.

8. Дахно Н. Б. Модифікований градієнтний метод для K-позитивно визначених K-симетричних операторів в системах підтримки прийняття рішень для управління безпілотними літальними апаратами / Н. Б. Дахно // Системи обробки інформації: збірник наукових праць. – Харків : Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, 2015. – Вип. 11(136). – С. 23 – 28.

9. Барабаш О.В. Методика застосування варіаційно-градієнтних методів для динамічних моделей в системах підтримки прийняття рішень / О.В. Барабаш, Н.Б. Дахно // Науково-виробничий збірник «Наукові записки Українського науково-дослідного інституту зв'язку». – К. : УНДІЗ, 2015. – № 5(39). – С. 87–92.

10. Petryshyn W. V. On Clas of K-p.d. and Non-K-p.d. Operators and Operator Equation. / W. V. Petryshyn // Journal of Matheamatical analysis and applications. – Vol.10, No 1, February, 1965.– P.1-24.

11. Дахно Н. Б. Методика застосування однокрокового варіаційно-градієнтного методу при аналізі диференціальних динамічних моделей СППР / Н.Б. Дахно // Інформаційна безпека. – Луганськ : Східноукраїнський національний університет ім. В. Даля, 2014. – № 2 (14). – С. 150 – 156.

12. Гаевский Х. Нелинейные операторные уравнения и операторные дифференциальные уравнения / Х. Гаевский, К. Грёгер, К. Захариас. – Москва: Мир, 1978.– 336 с.

13. Лучка А. Ю. Ускоренный метод сопряженных градиентов / А. Ю. Лучка, О. Э. Нощенко, И. В. Сергиенко, Н. И. Тукалевская // Журнал вычислительной математики и мат. физики – Москва, 1987. – т. 27, № 5. – С. 651 – 660.

REFERENCES:

1. Bespilotnyie letatelnyie apparatyi: Metodiki priblizhennyih raschetov osnovnyih parametrov i harakteristik/ V.M. Ilyushko, M.M. Mitrahovich, A.V. Samkov, V.I. Silkov i dr.; pod ob. red. V.I. Silkova. – K.: TsNII VVT VS Ukrainyi, 2012. – 302 p.

2. Kharuk A. Some aspects of coverage in foreign periodicals participation of Ukrainian aviation in antiterrorist operation (on publications in 2014)/ A. Kharuk // VIyskovo naukoviy vIsnik. – Vip. 24. – LvIv: NASV, 2015. – P. 206–218.

3. Lobaty A.A. Interval-optimal programme control of aircraft / Lobaty A.A., Al-Mashhadani M.A. // Science and technique. – Minsk: Belarusian national technical university, 2014. – №1. P.24-29.

4. Barabash O.V. Construction indistinct knowledge base of control system of complicated managerial and engineering system / O.V. Barabash, V.A. Savchenko, AS Slyunyaev Слюняєв // Aerospace technic and technology. - Kharkiv: National aerospace university named after M.E. Zhukovsky, 2010. - № 2. – P. 79 – 82.

5. Gerasimov B.M. Sistemyi podderzhki prinyatiya resheniy: proektirovanie, primenenie, otsenka effektivnosti / B.M. Gerasimov, M.M. Divizinyuk, I.Yu. Subach. – Sevastopol: Izd.tsentr SNIYaEiP, 2004. – 320 p.

6. Barabash O.V. NechItkI modelI opisu situatsIy v sistemah avtomatichnogo upravlInnya lItalnim aparatom / O.V. Barabash, D.M. ObIdIn, R.V. Hraschevskiy // ZbIrnik naukovih prats VIyskovogo Institutu KiYivskogo natsIonalnogo unIversitetu ImenI Tarasa Shevchenka. – K., 2012. – №38. – P. 6 – 13.

7. Gerasimov B.I. Differentsialnyie dinamicheskie modeli : ucheb. posobie / B. I. Gerasimov, N. P. Puchkov, D. N. Protasov ; Tamb. gos. tehn. un-t. - Tambov : TGTU, 2010. - 80 p.

8. Dakhno N. Modified gradient method for k-positive definiteness of k-symmetric operator in a decision support system for control unmanned aerial vehicles / N. Dakhno // Information Processing Systems. – Kharkiv : Ivan Kozhedub Kharkiv National Air Force University, 2015. – №. 11(136). – P. 23 – 28.

9. Barabash O.V. Metodika zastosuvannya varIatsIyno-gradIEntnih metodIv dlya dinamIchnih modeley v sistemah pIdtrimki priynyattya rIshen / O.V. Barabash, N.B. Dahno // Naukovo-virobnichiy zbIrnik «NaukovI zapiski UkraYinskogo naukovo-doslIdnogo Institutu zv'yazku». – K. : UNDIZ, 2015. – № 5(39). – P. 87–92.

10. Petryshyn W. V. On Clas of K-p.d. and Non-K-p.d. Operators and Operator Equation. / W. V. Petryshyn // Journal of Matheamatical analysis and applications. – Vol.10, No 1, February, 1965.– P.1-24.

11. DaKhno N. B. Metodika zastosuvannya odnokrokovogo varIatsIyno-gradIEnt¬nogo metodu pri analIzI diferentsIalnih dinamIchnih modeley SPPR / N.B. Dahno // InformatsIyna bezpeka. – Lugansk : ShIdnoukraYinskiy natsIonalniy unIver¬sitet Im. V. Dalya, 2014. – № 2 (14). – P. 150 – 156.

12. Gaevskiy H. Nelineynyie operatornyie uravneniya i operatornyie differentsialnyie uravneniya / H. Gaevskiy, K. GrYoger, K. Zaharias. – Moskva: Mir, 1978.– 336 p.

13. Luchka A. Yu. Uskorennyiy metod sopryazhennyih gradientov / A. Yu. Luchka, O. E. Noschenko, I. V. Sergienko, N. I. Tukalevskaya // Zhurnal vyichislitelnoy matematiki i mat. fiziki – Moskva, 1987. – t. 27, № 5. – P. 651 – 660.

**Рецензент: д.т.н, с.н.с. Савченко В.А.,** начальник кафедри застосування інформаційних технологій Національного університету оборони України імені Івана Черняховського

**д.т.н., проф. Барабаш О.В., к.т.н. Дахно Н.Б.**

## ДВУХШАГОВЫЙ ВАРИАЦИОННО-ГРАДИЕНТНЫЙ МЕТОД В СИСТЕМАХ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ БЕСПЛОТНЫМИ ЛЕТАТЕЛЬНЫМИ АППАРАТАМИ

***Современность требует эффективного использования беспилотных летательных аппаратов различного назначения. Поэтому необходима разработка и применение современных методов по обоснованию и синтезу систем управления беспилотными аппаратами, как сложными динамическими системами.***

***В данной работе рассматриваются динамические модели систем поддержки принятия решений для управления беспилотными летательными аппаратами заданными уравнениями с К-положительно определенными К-симметричными операторами. Для исследования указанных моделей предлагается применять двухшаговый вариационно-градиентный метод.***

***Проведенный анализ показал, что для реализации этого метода не требуется знание спектра оператора, кроме того, он имеет хорошую скорость сходимости и более устойчив к возмущениям по сравнению с градиентными методами. В работе доказывается теорема о сходимости двухшагового вариационно-градиентного метода и получены оценки, которые характеризуют скорость его сходимости. На основании доказанной теоремы сделаны выводы о достаточной эффективности применения двухшагового вариационно-градиентного метода в составе программного обеспечения систем поддержки принятия решений для управления беспилотными летательными аппаратами.***

***Ключевые слова: динамические модели, система поддержки принятия решений, полетное задание, беспилотный летательный аппарат, траектория полета, вариационно-градиентный метод, градиентный метод.***

**Prof. Barabash O.V., Ph.D. Dakhno N.B.**

# TWO-STEP VARIATIONAL-GRADIENT METHOD IN A DECISION SUPPORT SYSTEM FOR CONTROL UNMANNED AERIAL VEHICLES

***Modernity requires effective use of unmanned aerial vehicles for various purposes. Therefore, it is necessary to develop and apply modern methods for substantiating and synthesizing control systems for unmanned aerial vehicles, as complex dynamic systems.***

***In this paper, we consider dynamic models of decision support systems for controlling unmanned aircraft, which are defined by K-positive determined K-symmetric operators. To study these models, it is proposed to use a two-step variational-gradient method.***

***The analysis showed that this method does not require knowledge of the spectrum of the operator, in addition, it has a good convergence rate and is more resistant to perturbations compared to gradient methods. The theorem, which characterizes the convergence rate of a two-stage variational-gradient method, is proved in the article. On the basis of this theorem, conclusions about the sufficient efficiency of the application of the two-step variational-gradient method in the software of decision support systems for the management of unmanned aerial vehicles are drawn.***

***Application of two-step variational-gradient method in decision support systems will improve the rate of information processing in decision-making processes as well as improve the quality and efficiency of controlling unmanned aircraft.***

***Keywords: dynamic models, decision support system, flight mission, unmanned aerial vehicles, trajectory, variation-gradient method, gradient method.***