

## ВИБІР КРОКУ ДИСКРЕТИЗАЦІЇ ПРЕДСТАВЛЕННЯ РЕЛЬЄФУ МІСЦЕВОСТІ В ЗАДАЧАХ ВИЗНАЧЕННЯ ОБЛАСТЕЙ ВИДИМОСТІ

*У роботі здійснена постановка задачі визначення раціонального кроку дискретизації висот місцевості в задачах розрахунку областей видимості. Для вирішення цієї задачі запропоноване використання спектрального аналізу рельєфу місцевості з визначенням кроку дискретизації на основі просторового періоду, що відповідає максимальним гармонікам у спектрі. На основі запропонованого підходу розроблене програмне забезпечення і проведений аналіз різних рельєфів. Для нескладних рельєфів показано можливість суттєвого збільшення кроку дискретизації.*

**Рачок Р.В. Выбор шага дискретизации представления рельефа местности в задачах определения областей видимости.** В работе осуществлена постановка задачи определения рационального шага дискретизации высот местности в задачах расчета областей видимости. Для решения этой задачи предложено использование спектрального анализа рельефа местности с определением шага дискретизации на основе пространственного периода, что соответствует максимальным гармоникам в спектре. На основе предложенного подхода разработано программное обеспечение и проведен анализ различных рельефов. Для несложных рельефов показана возможность существенного увеличения шага дискретизации.

**R. Rachok The choice of sampling representation of the terrain with the purpose of determining scopes.** In the work the authors formulate the problem of determining the rational sampling heights area in the objectives of the viewshed. To solve this problem suggested the use of spectral analysis of terrain with the definition of sampling based on a spatial period that corresponds to the maximum harmonic in the spectrum. Based on the proposed approach, developed the software and conducted the analysis of the various reliefs. For simple reliefs shows the possibility of a substantial increase of the sampling rate.

**Ключові слова:** рельєф місцевості, спектральний аналіз, крок дискретизації.

**Постановка проблеми у загальному вигляді.** На сьогоднішній день при вирішенні багатьох задач геообробки з застосуванням геоінформаційних систем (ГІС) використовується інформація про рельєф місцевості. До них належать задачі визначення областей видимості, розрахунку ділянок затоплення, побудови раціональних маршрутів, знаходження напрямів сходження лавин та багато інших. Багато геомоделей, що використовуються при вирішенні різноманітних прикладних завдань, враховують інформацію про області видимості. В окремих з них більша увага приділяється точності визначення цих областей. З цією метою вихідна інформація про рельєф місцевості доповнюється інтерпольованими даними. Однак в деяких застосуваннях, коли надзвичайно важливою є швидкодія, вихідна інформація про висоти місцевості може бути надлишковою. Прикладом такої задачі є оптимізація розміщення веж системи оптико-електронного спостереження, що використовується в охороні державного кордону України. Показник ефективності функціонування даної системи суттєво залежить від видимості місцевості з веж спостереження. Однак розрахунок цього показника (що потребує визначення областей видимості) для всіх варіантів розташування веж з роздільною здатністю даних про висоти навіть з використанням сучасних швидких алгоритмів є надзвичайно складним обчислювальним завданням. Проте, в залежності від особливостей рельєфу місцевості досліджуваної ділянки, роздільна здатність вихідних даних може бути надлишковою. Все це обумовлює потребу в обґрунтуванні достатнього кроку просторової дискретизації даних про висоти.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано вирішення даної проблеми та на які опираються автори.**

Аналізу проблем визначення областей видимості з урахуванням рельєфу місцевості присвячені дослідження багатьох авторів. У [1] проведений аналіз різних підходів до визначення областей видимості. Однак основна увага в цьому дослідженні приділена питанням обчислювальної складності і швидкодії відповідних алгоритмів.

При знаходженні областей видимості з застосуванням ГІС, звичайно використовуються дані про висоти з вихідною (максимально доступною) роздільною здатністю. Однак в окремих випадках надто висока роздільна здатність опису рельєфу суттєво сповільнює вирішення задачі [2]. В таких випадках у [2] пропонується збільшувати розмір комірок з

метою зменшення їх кількості.

Однак питання наскільки можливим є зниження роздільної здатності без суттєвих втрат точності опису рельєфу досліджуваної ділянки у [2] не розкрито. Для визначення достатнього кроку дискретизації сигналів в часовій області відомим є використання спектрального аналізу. Відповідно до теореми Котельнікова достатньо робити відліки з частотою в 2 рази вищою за максимальну частоту присутню в спектрі сигналу [3]. Відомим є використання подібного підходу і для аналізу зображень [4]. Однак в цьому випадку зображення розглядається як двомірний сигнал заданий у просторі. На відміну від часової області стосовно спектрального аналізу зображень розглядають просторові частоти. Подібний підхід стосовно рельєфу місцевості в задачах визначення областей видимості наведений у [5], проте він використовувався для ефективного стиснення растру висот. Все це обумовлює актуальність досліджень щодо використання спектрального аналізу для аналізу рельєфу місцевості.

**Мета статті.** Зважаючи на це, метою даної роботи є формування методики визначення достатнього кроку дискретизації для представлення рельєфу місцевості в задачах визначення областей видимості.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** В геоінформаційних системах рельєф поверхні Землі звичайно описується з використанням моделі Digital Terrain Model (DTM) [1]. В цій моделі висоти задаються скінченною кількістю дискретних значень. Звичайно ці дискретні значення визначаються у вузлах квадратної сітки. Цей різновид DTM отримав назву regular square grids (RSG).

Тоді дані про рельєф місцевості можна представити двомірним дискретним сигналом  $h(x_n, y_m)$  де  $n = 1..N_x$ ,  $m = 1..N_y$  ( $N_x$  та  $N_y$  представляють кількість відліків по двом просторовим координатам). Для визначеної ділянки місцевості представлення висот можливо спростити і представити матрицею  $\{h_{n,m}\}$ .

Звичайно просторові координати  $x_n$  та  $y_m$  змінюються з однаковим кроком  $\Delta$ , який представляє просторову роздільну здатність даних про висоти. Тобто  $x_{n+1} - x_n = \Delta$  та  $y_{m+1} - y_m = \Delta$ . Одним з доступних джерел інформації про рельєф поверхні Землі є проект Shuttle Radar Topography Mission (SRTM) в якому висоти задані в моделі RSG у растровому форматі (рис.1).

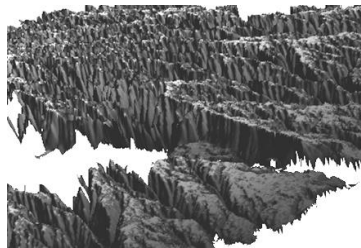


Рис. 1 – Фрагмент даних SRTM для Одеської області (візуалізація GRASS GIS)

Дані про рельєф місцевості з проекту SRTM описують висоти з просторовою точністю  $\Delta = 90\text{м}$  (30м для території США) і точністю по висоті  $\Delta h = 1\text{б.м.}$ . Значення висот вказуються над рівнем моря. Однак така точність в залежності від особливостей рельєфу для одних ділянок місцевості може бути недостатньою, а для інших надлишковою (рис. 2).

На рис.2 (а) продемонстрований варіант зміни висот місцевості вздовж однієї з просторових осей з недостатньо малим кроком дискретизації. На окремих частинах цієї ділянки рельєф змінюється настільки „швидко”, що суттєві зміни відбуваються на ділянках менших за цей крок  $\Delta$ . Слово „швидко” взято в лапки, оскільки по осі абсцис розглядається не часовий, а просторовий вимір. Однак зручно проводити певну аналогію з часовою розмірністю. Насправді в даному контексті під швидкістю розуміється  $\frac{dh}{dx}$ .

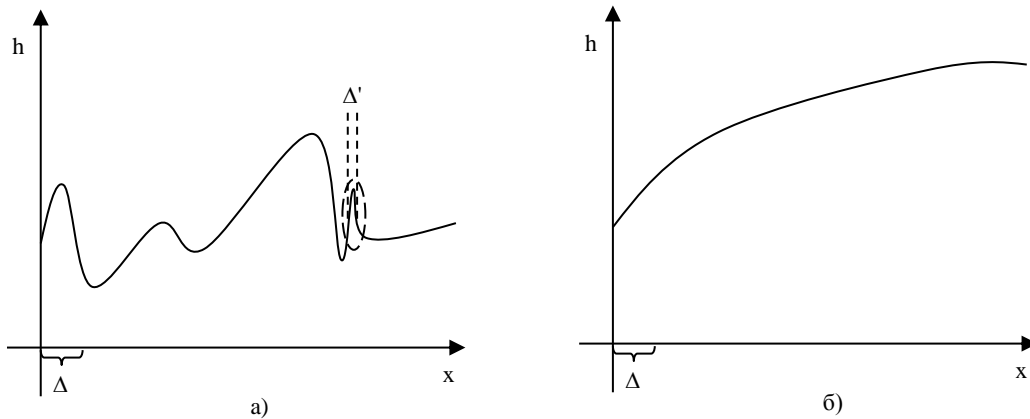


Рис. 2 – Просторова дискретизація рельєфу для різних ділянок

Інший випадок представлений на рис.2 (б), де зміна рельєфу здійснюється достатньо „повільно”. При такому характері зміни рельєфу крок дискретизації можна обрати більшим.

З рис.2 зрозуміло, що для раціонального вибору кроку дискретизації для представлення рельєфу місцевості доцільно використати підхід аналогічний до частотного аналізу сигналів в часовій області. Відповідно до теореми Котельнікова (в англійській літературі Найквіста – Шенона), дискретизацію сигналу в часовій області потрібно проводити з частотою вдвічі більшою за максимальну частоту, присутню в спектрі сигналу. Внаслідок цього крок дискретизації має бути вдвічі меншим за період найбільш високочастотної складової сигналу. На рис.2 (а) ця складова обведена пунктиром і відповідний їй крок дискретизації має бути  $\Delta'$ . Однак щодо аналізу рельєфу ситуація є більш складною, оскільки сигнал є двовірним. Окрім цього, необхідний критерій для визначення найбільш високочастотної складової. В реальному рельєфі можуть бути присутні високочастотні складові з незначними амплітудами, які недоречно враховувати при виборі кроку дискретизації. Розглянемо можливі підходи до вирішення цих задач.

Для спектрального аналізу рельєфу місцевості можливо використати двовірне дискретне перетворення Фур'є (1).

$$H(\omega_x, \omega_y) = \sum_n \sum_m h_{n,m} \cdot e^{-j(n\omega_x + m\omega_y)} \quad (1)$$

Величини  $H(\omega_x, \omega_y)$  представляють амплітуди відповідних спектральних складових у частотному відображенні рельєфу місцевості заданому висотами  $h_{n,m}$ . Для обчислення (1) доцільно використати швидке двовірне перетворення Фур'є (FFT від англ. Fast Fourier Transform). На рис.3 показані спектри ( $|H(\omega_x, \omega_y)|$ ), які відповідають двом різним за фізико-географічними умовами ділянкам. Ці спектри отримані з використанням спеціально розробленого для аналізу рельєфів програмного забезпечення, в якому реалізоване двовірне FFT.

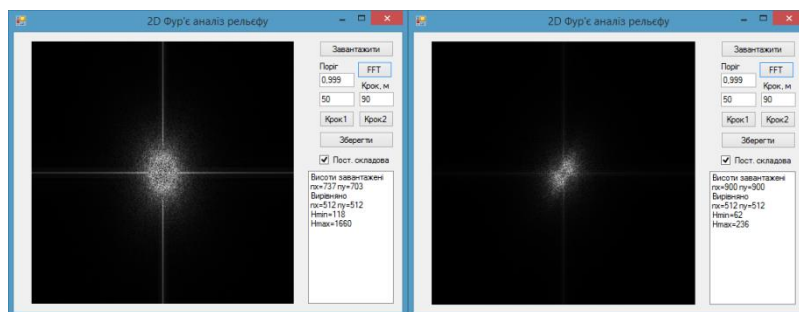
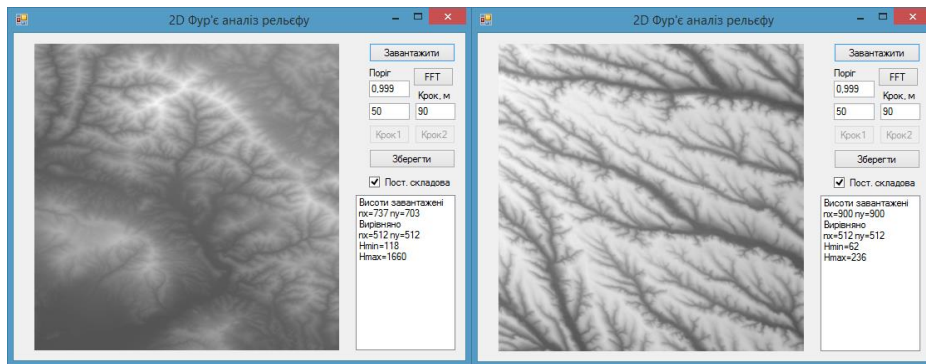


Рис. 3 – Спектральне представлення рельєфів ділянок місцевості

В лівій частині рис. 3 представлено спектральний склад рельєфу ділянки гірської місцевості Закарпатської області, показаної на рис.4 (а).



а)

б)

Рис. 4 – Рельєфи гірської (а) та горбкуватої (б) ділянок

В правій частині рис. 3 наведений спектр горбкуватої ділянки місцевості Одеської області (рис. 4(б)). Слід відмітити, що для більш зручного сприйняття інформації при візуалізації у програмі використовувалось логарифмування і нормування. Діапазони зміни висот для цих ділянок є суттєво відмінними і становлять [118м, 1660м] для гірської місцевості та [62м, 236м] для горбкуватої місцевості. Звичайно, що і спектральні складові в лівому вікні рис. 3 значно більші (мають бути більш яскравими, проте за рахунок нормування виглядають більш темними) за ті, що представлені у правому вікні на рис. 3. Однак навіть без урахування цього з рис. 3 впливає що для гірської ділянки рельєф є більш складним і в його спектрі більшою мірою присутні високочастотні складові. Тому для опису висот досліджуваної гірської ділянки потрібно використання меншого кроку дискретизації.

Для більш зручного подальшого частотного аналізу спектральних складових (1) перейдемо до дослідження розподілу по частотам „енергії” сигналу  $E(\omega)$ . Відповідно до теореми Парсеваля „енергія” оригінального сигналу відповідає енергії його відображення в частотній області. Слово „енергія” взято в лапки, оскільки для різних сигналів квадрат амплітуди не завжди відповідає за фізичним змістом поняттю енергії.

Розподіл „енергії” рельєфу місцевості в спектральному представленні по частотним складовим для двох досліджуваних ділянок наведений на рис.5. Оскільки „енергія” сигналу в частотній області визначається величинами  $|H(\omega_x, \omega_y)|^2$ , які залежать від двох аргументів  $(\omega_x, \omega_y)$ . Тому для визначення  $E(\omega)$  враховуються всі варіанти  $(\omega_x, \omega_y)$  для яких  $\omega_x = \omega$  або  $\omega_y = \omega$ .

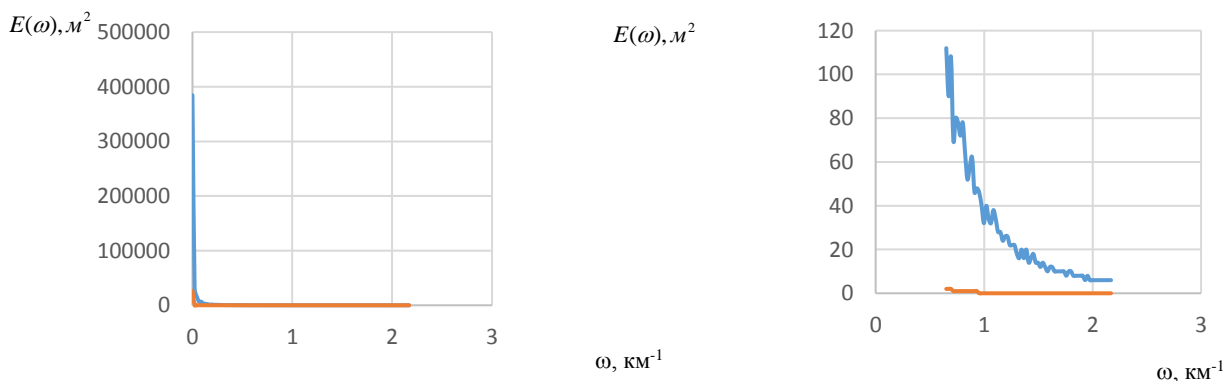


Рис. 5 – Спектральний розподіл енергії сигналів

З рис. 5 видно, що енергія досліджуваних сигналів і для гірського рельєфу (верхні

графіки) і для горбкуватого рельєфу (нижні графіки) зі збільшенням частоти різко спадає. Однак енергетичні складові гірського рельєфу є значно більшими і хоча і спадають зі збільшенням частоти, проте навіть для великих частот є суттєвими.

Для визначення максимальної частоти в спектрі сигналу і відповідного їй за теоремою Котельникова необхідного кроку дискретизації можна використати різні підходи і критерії.

Один з можливих підходів полягає у визначенні часток енергії основного сигналу і високочастотних завад, якими можна знехтувати. Ці частки можливо визначити відносно загальної енергії всього сигналу. Чим більшою буде визначена частина основного сигналу, тим меншим буде припустимий рівень високочастотних завад і, відповідно, більш високочастотним буде пороговий рівень і меншим буде необхідний крок дискретизації (растрування висот потребуватиме більшої роздільної здатності). Для проведення

енергетичного аналізу сигналу в частотній області побудуємо залежність  $E'(\omega) = \frac{\sum_{\omega_i=0}^{\omega} E(\omega_i)}{E_s}$ ,

де  $E_s$  – повна енергія сигналу (рис.6).

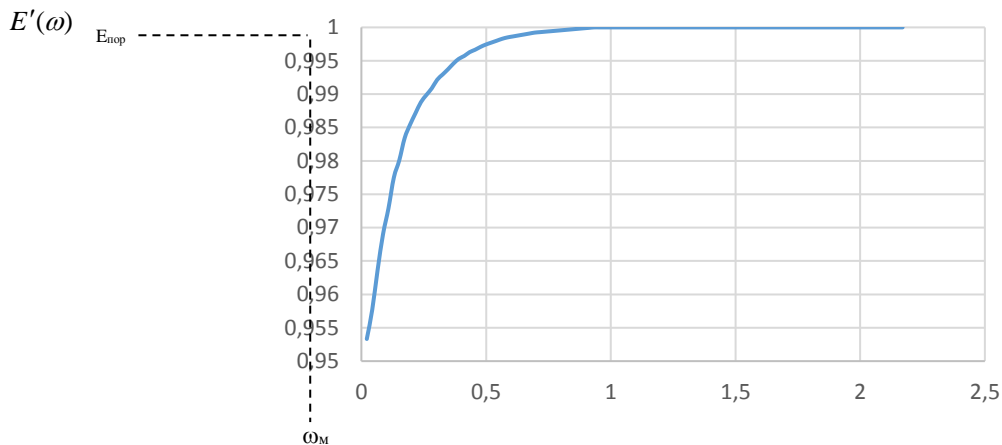


Рис. 6 – Визначення максимальної частоти  $\omega_{крм}$  при відносному визначенні порогового рівня  $E_{пор}$

Розглянемо декілька варіантів використання такого підходу для різних порогових значень частки основного сигналу (0,999, 0,9999, 0,99999).

У табл. 1 наведені результати обчислення кроку дискретизації що відповідає максимальним частотам для різних відносних рівнів основного сигналу.

Таблиця 1

Частка енергії основного сигналу	Крок дискретизації для гірської ділянки, м	Крок дискретизації для горбкуватої ділянки, м
0,99	2560	2880
0,999	524	623
0,9999	138	187
0,99999	94	97

Як впливає з даних наведених у табл.1, при використанні відносного визначення порогового рівня енергії отримані для різних ділянок місцевості результати не суттєво відрізняються (хоча для гірської місцевості необхідний дещо менший крок дискретизації). Це пояснюється структурою розподілу енергії в спектрі сигналів. Для обох видів місцевості значна її частина зосереджена в області нижніх частот. Рівні енергії, яка припадає на вищі частоти значно менші (рис. 5).

Однак за абсолютними значеннями енергії в високочастотній області спектру, досліджувані ділянки суттєво відрізняються (права частина рис. 5).

Для просторових частот більших  $1 \text{ км}^{-1}$ , енергетичні складові спектру горбкуватого рельєфу близькі до нуля. Однак для цих же частот, енергетичні складові спектру гірського

рельєфу значно більші і зі збільшенням частоти зменшуються не так інтенсивно. Виходячи з цього, і з міркувань рівнозначності загороджуючого впливу перешкод рельєфу, доцільно визначити абсолютний граничний рівень енергії допустимої частки високочастотних завад.

З аналізу графіків рис. 5 і з міркувань розумного балансу цю границю доцільно встановити на рівні декількох десятків м<sup>2</sup> (зокрема 50м<sup>2</sup>). При цьому з оригінального рельєфу не буде врахована мізерна частка можливих загороджуючих висот (менших за похибку по висоті вихідних даних SRTM).

Результати визначення допустимого кроку дискретизації для різних варіантів порогових рівнів наведені в табл. 2.

Таблиця 2

Пороговий рівень допустимої «енергії» високочастотних завад, м <sup>2</sup>	Крок дискретизації для гірської ділянки, м (пікселів)	Крок дискретизації для горбкуватої ділянки, м (пікселів)
10	101 (1)	378 (4)
20	113 (1)	536 (5)
50	157 (1)	853 (9)
100	233 (2)	1280 (14)

При встановленні більшого порогового рівня високочастотної „енергії” завад, природно зменшується гранична частота і збільшується відповідний їй просторовий період і крок дискретизації. Як випливає з таблиці 2, для гірської місцевості зі складним рельєфом необхідний крок дискретизації близький до оригінальної роздільної здатності вихідних даних SRTM. Однак для горбкуватої місцевості, рельєф якої є менш складним, величина цього кроку може бути суттєво збільшена.

Навіть для порогового рівня 10 м<sup>2</sup>, крок дискретизації можна збільшити в 4 рази, що зменшує загальну кількість відліків в 16 разів.

Для порогового рівня 50 м<sup>2</sup>, крок дискретизації можливо збільшити в 9 разів. При цьому загальна кількість відліків може бути зменшена в 81 раз. Для багатьох задач, зокрема задач оптимізації, таке зменшення є суттєвим.

З метою перевірки інваріантності запропонованої методики до величини досліджуваних ділянок вони були поділені на 2\*2 та 4\*4 рівновеликих частини. З використанням описаного вище підходу з граничним пороговим рівнем допустимої „енергії” високочастотних завад 50 м<sup>2</sup> було визначено доцільний крок дискретизації (табл. 3).

Таблиця 3

Номер ділянки та її розмір в пікселях	Крок дискретизації для гірської ділянки, пікселів	Крок дискретизації для горбкуватої ділянки, пікселів
1 (512)	1	9
2 (256)	1	9
3 (256)	1	10
4 (256)	1	9
5 (256)	1	10
6 (128)	1	8
7 (128)	1	8
8 (128)	1	9
9 (128)	1	10
10 (128)	1	9
11 (128)	1	10
12 (128)	1	10
13 (128)	1	9
14 (128)	1	7
15 (128)	1	10
16 (128)	1	10
17 (128)	1	8
18 (128)	5	8
19 (128)	2	8
20 (128)	3	9
21 (128)	1	16

Оскільки характер місцевості не залежно від рівня її розбиття в цілому залишається

незмінним, значення кроку дискретизації не мають суттєво відрізнятись. В цілому це підтверджується даними у табл. 3.

За винятком окремих випадків крок розбиття для частин ділянок є близьким до кроку визначеного для ділянок в цілому.

Однак окремі фрагменти містять не типові елементи рельєфу. Для горбкуватої місцевості це ділянки № 14 та № 21. Аномальними в досліджуваній гірській місцевості виявились ділянки № 18, 19, 20. Ці часткові ділянки містять значно менше високочастотних складових (є більш пологими) і для них можливо було б обрати більший крок. З статистичного аналізу отриманих результатів, для цих ділянок дисперсія є найбільшою.

В цілому для горбкуватої місцевості математичне очікування кроку дискретизації складає 9 клітин, середня дисперсія дорівнює 1 клітині; для гірської місцевості математичне очікування 1 клітина з середньою дисперсією меншою клітини. Слід зауважити, що більші значення кроку дискретизації, отримані для окремих фрагментів місцевості, є природними.

Це пояснюється можливістю вибору більшого кроку для ділянок, які містять менше перешкод. Однак такий вибір можливий лише виключно в межах цих фрагментів. Поза їх межами рельєф містить більші високочастотні перешкоди і вони обумовлюють необхідність вибору меншого кроку. Для окремих ділянок горбкуватого рельєфу, отримані дещо менші значення кроку.

Це пояснюється локальними незначними збуреннями рельєфу в їх межах. Однак в високочастотній області загального спектру їм відповідає лише незначна частина, яка знаходиться в межах вибраного порогового рівня.

**Висновки.** Таким чином, за результатами проведеного дослідження в роботі запропоновані підходи до визначення раціонального кроку дискретизації даних рельєфу місцевості з урахуванням його особливостей. Визначення особливостей рельєфу важливих для визначення кроку дискретизації пропонується здійснювати з використанням спектрального аналізу. Результати досліджень показали можливість суттєвого зменшення роздільної здатності у випадку представлення рельєфу для ділянки горбкуватої місцевості. Для рівнинних рельєфів слід очікувати ще кращих результатів. У той же час, використання запропонованої методики обґрунтувало потребу у використанні високої початкової роздільної здатності для складного гірського рельєфу.

**Напрямом подальших досліджень** є вирішення оптимізаційного завдання розстановки веж спостереження СОЕС.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Comparison of viewshed algorithms on regular spaced points / [K. Branco, Z. Borut et al.] // Conference on Computer Graphics: Proceedings of the 18th Spring Conference, Budmerice, Slovakia – April 24 – 27, 2002: proceedings. ACM New York, 2002, – P. 177 – 183.
2. Viewshed. [Electronic resource]. Access mode: <http://desktop.arcgis.com/en/arcmap/10.3/tools/spatial-analyst-toolbox/viewshed.htm>.
3. Матвеев Ю.Н., Симончик К.К., Тропченко А.Ю., Хитров М.В. Цифровая обработка сигналов: Учебное пособие по дисциплине „Цифровая обработка сигналов”. – СПб.: СПбНИУ ИТМО, 2013. – 166 с.
4. Peyre, G.: Advanced Signal, Image and Surface Processing. Ceremade, Université Paris-Dauphine, 2010. – 152 p.
5. Jared Stookey, Zhongyi Xie, Barbara Cutler, W. Randolph Franklin, Daniel M. Tracy, and Marcus V.A. Andrade. Parallel ODETLAP for terrain compression and reconstruction. In Walid G. Aref et al., editors, 16th ACM SIGSPATIAL International Conference on Advances in Geographic Information Systems (ACM GIS 2008), Irvine CA, 5 – 7 Nov 2008. URL <http://acmgis08.cs.umn.edu/>.